

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E
TECNOLOGIA DE SÃO PAULO – IFSP
ANDERSON ALVES DE OLIVEIRA

DESENVOLVIMENTO E AVALIAÇÃO DE UM SISTEMA DE
REFERÊNCIA DE ATITUDE UTILIZANDO SENSORES INERCIAIS
DO TIPO MEMS E FILTRO DE KALMAN

São Paulo
2014

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E
TECNOLOGIA DE SÃO PAULO – IFSP
ANDERSON ALVES DE OLIVEIRA

DESENVOLVIMENTO E AVALIAÇÃO DE UM SISTEMA DE
REFERÊNCIA DE ATITUDE UTILIZANDO SENSORES INERCIAIS
DO TIPO MEMS E FILTRO DE KALMAN

Dissertação apresentada ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo - IFSP, como parte dos requisitos para conclusão do curso de Mestrado Profissional em Automação e Controle de Processos.

Orientador: Prof. Dr. Ricardo Pires

São Paulo
2014

O45d Oliveira, Anderson Alves de.

Desenvolvimento e avaliação de um sistema de referência de atitude utilizando sensores inerciais do tipo MEMS e filtro de Kalman / Anderson Alves de Oliveira. São Paulo: [s.n.], 2014. 125 f.: il.

Orientador: Prof. Dr. Ricardo Pires.

Dissertação (Mestrado Profissional em Automação e Controle de Processos) - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo, IFSP, 2014.

- | | | |
|--|----------------------------|---------------------|
| 1. Sensores inerciais | 2. MEMS | 3. Filtro de Kalman |
| 4. Medição de atitude | 5. Estimação de parâmetros | |
| I. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo. | | |
| II. Título | | |

CDU 681.0

ATA DE EXAME DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO

Nome do Programa: **Mestrado Profissional em Automação e Controle de Processos**

Nome do(a) Aluno(a) : Anderson Alves de Oliveira

Nome do Orientador: Prof. Dr. Ricardo Pires

Nome do Co-orientador:

Título do Trabalho: "Desenvolvimento e avaliação de um sistema de referência de atitude utilizando sensores inerciais do tipo MEMS e Filtro de Kalman"

Abaixo o resultado de cada participante da Banca Examinadora

Nome completo dos Participantes Titulares da Banca	Sigla da Instituição	Aprovado / Não Aprovado
Prof. Dr. Ricardo Pires – Orientador	IFSP – SPO	<i>Aprovado</i>
Prof. Dr. Alexandre Simião Caporali – Membro Interno	IFSP – SPO	<i>Aprovado</i>
Prof. Dr. Wânderson de Oliveira Assis – Membro Externo	IMT	<i>Aprovado</i>
Nome completo dos Participantes Suplentes da Banca	Sigla da Instituição	Aprovado / Não Aprovado
Prof. Dr. Paulo Roberto Barbosa – Membro Interno	IFSP - SPO	
Profª Drª Alessandra Dutra Coelho – Membro Externo	IMT	

Considerando-o: ☒ APROVADO
☐ NÃO APROVADO

Assinaturas

São Paulo, 08 de outubro de 2014

Ricardo Pires

Presidente da Banca

Alexandre J. Caporali

Membro Interno

Wânderson de Oliveira Assis

Membro Externo

Observações:

DEDICATÓRIA

Dedico a toda minha família, principalmente meus pais Zico e Maria, e meus irmãos Eduardo e Aline, pelo apoio durante todo o curso. Também a uma pessoa muito especial, Fernanda, pela paciência e motivação especialmente nesse momento final.

Dedico a todos os pacientes e profissionais de saúde que dependem de recursos e tecnologia para tratamento, especialmente às que esse trabalho já contribui e às que, daqui a algum tempo, irá contribuir.

Dedico a todos os pesquisadores de todas as áreas, que de pouco a pouco expandem o conhecimento humano, proporcionando ao próximo, novas experiências do existir.

AGRADECIMENTOS

Vivendo e sentindo a cada dia, primeiramente, não há a quem responsabilizar e agradecer por esse trabalho senão a Deus, pelos caminhos abertos e força para conclusão de mais uma etapa em minha vida.

Em especial, agradeço ao amigo, professor e orientador Dr. Ricardo Pires, exemplo de dedicação, paciência, esforço e humildade. Sem dúvida, além de todo conhecimento, seu desprendimento e simplicidade muito me ensinaram, sendo peças chave para conduzir este trabalho de forma saudável e brilhante.

Agradeço aos professores Alexandre Brincalepe Campo e Paulo Marcos de Aguiar, do *campus* São Paulo do IFSP, por terem colaborado para a introdução deste tema de pesquisa em nosso *campus*.

Agradeço à professora Liu Chiao Yi e aos mestres Murilo Curtolo e Tayla Perosso de Souza, da UNIFESP, *campus* de Santos, área de Biomecânica, pela grande colaboração na identificação do problema que motivou essa nova linha de pesquisa, dispositivos para estudo da marcha humana, e na apresentação de seus fundamentos aos pesquisadores do IFSP.

Agradeço aos colegas do SENAI “Manuel Garcia Filho”, especialmente Luiz, Daniel Gomes, Daniel Sodré, Rogério e amigos da Mecânica de Usinagem que auxiliaram na confecção do mecanismo de referência.

Agradeço aos colegas do Instituto Mauá de Tecnologia, especialmente a Hugo Bernardes e Alisson Vieira pelo suporte no desenvolvimento com a ferramenta *LabVIEW®*, e ao professor Wânderson Assis, motivador da busca de um programa de mestrado e o primeiro a me apresentar os Filtros de Kalman.

Agradeço aos professores Gilberto Cuarelli e Luiz Bitencourt, participantes do mesmo programa do IFSP e parceiros nessa linha de pesquisa.

Agradeço a todos os professores das disciplinas do programa, principalmente a Alexandre Caporali e novamente Alexandre Brincalepe pelo conhecimento dividido e motivação ao longo do caminho.

***"Mentes pequenas discutem pessoas;
mentes medianas discutem eventos;
grandes mentes discutem ideias."
(Anna Eleanor Roosevelt)***

*Citado por Rudolf. E. Kalman ao receber
o Kyoto Prize em 1985.*

RESUMO

A estimação de parâmetros de um sistema é um processo pelo qual valores de certos parâmetros de interesse e que não são diretamente mensuráveis são deduzidos indiretamente, por meio de cálculos e com certa margem de erro, a partir de medições de parâmetros diretamente mensuráveis. Esta dissertação apresenta a aplicação de um método de estimação com o Filtro de Kalman (FK), no qual, a partir de medições realizadas por sensores inerciais do tipo *Micro Eletro Mechanical System* (MEMS) estima-se o ângulo de orientação de um único eixo do plano de orientação de um objeto. O conjunto que faz esta inferência é denominado como sistema de referência de atitude (SRA). Para a avaliação deste sistema, foi construído um mecanismo de referência, que consiste num pêndulo, ao qual são acoplados sensores inerciais na ponta da haste oscilante. Estes sensores são um acelerômetro e um giroscópio triaxiais integrados num mesmo encapsulamento. Ao eixo de rotação do pêndulo, é acoplado um *encoder* absoluto, cuja função é medir diretamente o ângulo do pêndulo em função do tempo, para uso deste resultado como referência na avaliação do método de estimação. Como experimento prático, foi realizada uma aquisição dos sinais dos sensores inerciais e do *encoder* durante 366 segundos, incluindo movimentação e repouso do pêndulo. Com esses dados, foi realizada, primeiramente, a determinação do ângulo do pêndulo em função do tempo somente com acelerômetro e somente com o giroscópio. Após isto, foi aplicado um método de fusão desses sinais, ainda sem o FK, que inclui interpolação polinomial, derivação numérica, cálculos trigonométricos e sendo restrito a movimentos cuja trajetória seja circular e com um raio fixo, como a do pêndulo. Por fim, foi desenvolvido e aplicado um método com FK, o qual independe da trajetória verificada durante a estimação desse ângulo, obtendo a raiz do erro quadrático médio de 0,9125 graus, valor menor em relação aos outros métodos.

Palavras-chave: Sensores Inerciais, MEMS, Filtro de Kalman, medição de atitude, estimação de parâmetros.

ABSTRACT

State estimation of a system is a process that obtains parameters of interest, which are not directly measurable, and are deduced indirectly through calculations and with some margin of error, from data that is directly measurable. This research presents the application of a estimation method using Kalman Filter (KF), in which measurements obtained by Micro Electro Mechanical System (MEMS), use inertial sensors to estimate the orientation angle of a single axis of an object's plane of orientation. This inference is made by a system called the Attitude Reference System (ARS). For the evaluation of this system, a reference mechanism consisting of a pendulum is created, in which inertial sensors are coupled to the end of the swinging rod. These sensors consist of an integrated triaxial accelerometer and gyroscope combined in the same package. The pendulum's axis of rotation is coupled with an absolute encoder, which function is to measure the exact angle of the pendulum at each instantaneous moment. The results are used as a reference in the evaluation of the estimation method. As an initial experiment, signals from inertial sensors are tracked for 366 seconds, including motion time and rest time of the pendulum. With these data, it was firstly determined the angle of the pendulum only with the accelerometer and only with gyroscope. After this, it was applied a method of fusing signals, initially without the FK, including polynomial interpolation, numerical derivation, trigonometric calculations and being restricted to a circular movement whose trajectory has a constant radius, like that of a pendulum. Finally, it was developed and applied a method with FK, which is independent of the trajectory covered during the angle estimation. It got a root mean square error value of 0.9125 degrees, less than in the previous cases.

Keywords: Inertial Sensors, MEMS, Kalman Filter, attitude measurement, state estimation.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	15
1.1	Objetivo	17
1.2	Objetivos específicos.....	17
1.3	Motivação.....	17
1.4	Divisão do texto.....	19
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	21
2.1	Trabalhos correlatos.....	25
3	FUNDAMENTOS TEÓRICOS.....	29
3.1	Sensores inerciais do tipo MEMS	29
3.2	Acelerômetros	31
3.3	Giroscópios.....	35
3.3.1	Tecnologia de giroscópios da <i>InvenSense®</i>	37
3.4	Erros em sensores inerciais.....	38
3.5	Sistemas de coordenadas	40
3.6	Determinação de atitude com acelerômetros	42
3.7	Determinação de atitude com giroscópios.....	45
4	FILTRO DE KALMAN.....	47
4.1	Aplicações do Filtro de Kalman	49
4.2	Modelo de sistema considerado no Filtro de Kalman	49
4.3	Algoritmo do Filtro de Kalman Discreto	51
5	MATERIAIS E MÉTODOS	53
5.1	Mecanismo de referência e aquisição de dados	53
5.1.1	Construção do mecanismo de referência - Pêndulo.....	53
5.1.2	Método de aquisição de dados no experimento	55
5.1.3	Respostas dos sensores no ensaio submetido	56
5.2	Determinação de atitude somente com acelerômetro e somente com giroscópio	60

5.2.1	Determinação de atitude somente com acelerômetro	60
5.2.2	Determinação de atitude somente com giroscópio.....	63
5.3	Método de estimação de atitude baseado na dinâmica do pêndulo e sem FK.....	66
5.4	Estimação de atitude utilizando Filtro de Kalman	73
5.4.1	Determinação das matrizes de covariância Q e R.....	79
6	CONCLUSÃO	83
6.1	Recomendações para trabalhos futuros.....	84
7	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	85
Apêndice A	– Desenho mecânico da placa principal do pêndulo	89
Apêndice B	– Desenho mecânico da placa para fixação do <i>encoder</i>	90
Apêndice C	– Desenho da modelagem gráfica do <i>encoder</i>	91
Apêndice D	– Desenho mecânico dos mancais	92
Apêndice E	– Desenho mecânico do eixo de rotação	93
Apêndice F	– Desenho mecânico da haste com a UMI.....	94
Apêndice G	– Desenho mecânico do acoplamento.....	95
Apêndice H	– Desenho mecânico da montagem completa do conjunto	96
Apêndice I	– Código e tela de aquisição - LabVIEW	97
Apêndice J	– Código de aquisição - <i>Arduino</i>	99
Apêndice K	– Ligações da MPU-6050 no <i>Arduino</i>	101
Apêndice L	– Ângulo medido pelo <i>encoder</i> (referência para comparações) ..	102
Apêndice M	– Amostras da aceleração tangencial, <i>at</i> , coletadas no eixo x do acelerômetro (A_x).....	103
Apêndice N	– Amostras da aceleração radial, <i>ar</i> , coletadas no eixo y do acelerômetro (A_y).....	104
Apêndice O	– Amostras da velocidade angular, ω , coletadas no eixo z do giroscópio (G_z).	105
Apêndice P	– Comparação do ângulo de referência com a determinação utilizando acelerômetro	106

Apêndice Q – Comparação do ângulo de referência com a determinação utilizando giroscópio.....	107
Apêndice R – Código do método de estimação sem FK no <i>MATLAB</i>	108
Apêndice S – Comparação entre ângulo θ estimado sem o FK e o ângulo de referência	112
Apêndice T – Código no <i>MATLAB</i> para geração de gráficos com FK, acelerômetro e giroscópios isoladamente	113
Apêndice U – Comparação entre ângulo θ estimado com o FK e o ângulo de referência	117
Apêndice V – Código no <i>MATLAB</i> para geração do erro REQM em 3D.....	118
Apêndice W – Funções em comum utilizadas nos testes com FK	121
Anexo A – Dados do rolamento SKF608.....	124
Anexo B - Dados do <i>Encoder</i> Absoluto Hohner	125

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - MPU6050 da <i>InvenSense®</i> - (INVENSENSE, 2013)	16
Figura 2 – Avaliação da estimação com mecanismo de referência.....	16
Figura 3 – Sistema de captura de movimento através de imagem.....	18
Figura 4 – UMI com giroscópio do tipo FOG - (AL CIELO LTD).....	21
Figura 5 – Configuração de uma UMI <i>strapdown</i> . (SANTANA, 2005).....	22
Figura 6 – Sistema de navegação inercial isolado de rotação <i>gimbaled system</i> . (SANTANA, 2005)	23
Figura 7 – Pêndulo com acelerômetro e potenciômetro	26
Figura 8 – Mecanismo para avaliação de estimação de atitude utilizando <i>encoder</i> como referência. (LEE e JUNG, 2009)	27
Figura 9 – Sistema de óptico de avaliação de estimação de atitude.....	27
Figura 10 – Sistema óptico de avaliação de estimação de atitude de um UAV. (PÉREZ-D'ARPINO, VIGOUROUX, <i>et al.</i> , 2011)	28
Figura 11 – Estrutura de um acelerômetro (MORRIS, 2001)	32
Figura 12 – Modelo equivalente de uma célula G (FREESCALE SEMICONDUCTOR, INC., 2008)	34
Figura 13 – Diagrama de blocos simplificado de um acelerômetro triaxial (FREESCALE SEMICONDUCTOR, INC., 2008).....	34
Figura 14 – Surgimento de uma força de Coriolis	35
Figura 15 – Tipos construtivos de giroscópios MEMS – (TITTERTON e WESTON, 2005)	36
Figura 16 - Modelo de giroscópio MEMS da InvenSense - (INVENSENSE, 2010)	37
Figura 17 – Diagrama de blocos internos nos giroscópios da linha MPU-3000 da Invensense (INVENSENSE, 2010).....	38
Figura 18 – Sistema de coordenadas RPY em um objeto - (STANFORD UNIVERSITY - DEPARTMENT OF AERONAUTICS AND ASTRONAUTICS). 41	
Figura 19 – Projeção da aceleração gravitacional nos eixos de um acelerômetro triaxial.....	43
Figura 20 – Relação dos dados de um giroscópio com o sistema RPY	45
Figura 21 – Conceitos relacionados aos Filtros de Kalman – (GREWAL e ANDREWS, 2008).....	48
Figura 22 – Modelagem gráfica do pêndulo em estudo	54

Figura 23 - Quadro de resumo do método de aquisição	56
Figura 24 - Ângulo θ de referência em função do tempo	57
Figura 25 - Amostras da aceleração tangencial, a_t , coletadas no eixo x do acelerômetro (A_x).....	58
Figura 26 - Amostras da aceleração radial, a_r , coletadas no eixo y do acelerômetro (A_y).....	59
Figura 27 - Amostras da velocidade angular, ω , coletadas no eixo z do giroscópio (G_z).	59
Figura 28 – Comparação do ângulo de referência com a determinação utilizando acelerômetro	60
Figura 29 – Trecho inicial da comparação do ângulo de referência e o obtido pelo acelerômetro.....	61
Figura 30 – Erro absoluto na determinação de atitude com acelerômetros	62
Figura 31 - REQM na determinação com acelerômetros	62
Figura 32 - Comparação do ângulo de referência com a determinação utilizando giroscópio.....	63
Figura 33 - Trecho inicial da comparação do ângulo de referência e o obtido pelo giroscópio	64
Figura 34 - Trecho final da comparação do ângulo de referência e o obtido pelo giroscópio.....	64
Figura 35 – Erro absoluto na determinação de atitude com giroscópio.....	65
Figura 36 - REQM na determinação com giroscópio.....	65
Figura 37 - Notação usada nas equações de movimento do pêndulo.....	67
Figura 38 - Aceleração angular α , calculada como a derivada de ω em relação ao tempo.	69
Figura 39 - Comparação entre o ângulo θ estimado e o ângulo de referência.	70
Figura 40 – Trecho inicial do θ estimado comparado ao θ de referência	70
Figura 41 – Trecho final de θ estimado comparado a θ de referência	71
Figura 42 - Erro absoluto em função do tempo	72
Figura 43 - Erro absoluto em função do tempo (CUARELLI, 2013)	72
Figura 44 – Fusão de sinais dos sensores inerciais com Filtro de Kalman	74
Figura 45 – Comparação da estimação com FK e a referência	76

Figura 46 – Trecho inicial da comparação da estimação com FK e a referência	77
Figura 47 – Trecho final da comparação da estimação com FK e a referência ...	77
Figura 48 – Erro quadrático verificado durante o teste com FK	78
Figura 49 – REQM em função do tempo no teste com FK.....	79
Figura 50 – Gráfico tridimensional com respostas REQM em função de Q e R	81

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AD	Analógico para Digital
ARS	<i>Attitude Reference System</i>
CMOS	<i>Complementary Metal-Oxide-Semiconductor</i>
ECEF	<i>Earth-Centered, Earth-Fixed</i>
ECI	<i>Earth-Centered-Inertial</i>
EKF	<i>Extended Kalman Filter</i>
FK	Filtro de Kalman
FOG	<i>Fiber Optic Gyroscope</i>
GPS	<i>Global Position System</i>
HCFMRP-USP	Hospital das Clínicas da Faculdade de Medicina de Ribeirão Preto – Universidade de São Paulo
KF	<i>Kalman Filter</i>
MCD	Matriz de Cossenos Diretores
MEMS	<i>Micro Eletro Mechanical System</i>
NED	<i>North-East-Down</i>
PC	<i>Personal Computer</i>
REQM	Raiz do Erro Quadrático Médio
RMSE	<i>Root Mean Square Error</i>
RPY	<i>Roll-Pitch-Yaw</i>
SNI	Sistema de Navegação Inercial
SRA	Sistema de Referência de Atitude
TFG	<i>Tuning Fork Gyroscope</i>
UAV	<i>Unmanned Aereal Vehicle</i>
UKF	<i>Unscented Kalman Filter</i>
UMI	Unidade de Medição Inercial
USB	<i>Universal Serial Bus</i>
VANT	Veículos Aéreos Não Tripulados

1 INTRODUÇÃO

Este trabalho apresenta o desenvolvimento de um sistema de referência de atitude¹ (SRA) utilizando sensores inerciais de baixo custo do tipo *Micro Electro Mechanical System* (MEMS) formando uma Unidade de Medição Inercial² (UMI). O sistema é avaliado submetendo-o a comparação com uma fonte de informação que realiza a medição direta do ângulo de atitude, um *encoder* absoluto com resolução de 12 bits.

A atitude de um objeto pode ser medida com maior precisão, acurácia e repetibilidade por meio de sistemas com potenciômetros ou *encoders*, do que com UMIs. Isto ocorre, pois os primeiros são capazes de medir diretamente o ângulo, sem a integração de erros na medição, assim não necessitam de tratamento matemático sofisticado para obtenção do ângulo. A escolha do instrumento de medição e também do mecanismo a ser usado como referência está apoiada em (GODFREY, HOURIGAN e ÓLAIGHIN, 2007), (FINCH, LINTERN, *et al.*, 2011) e (BAGALÀ, FUSCHILLO, *et al.*, 2012) que também utilizam um pêndulo para comparação dos resultados.

Em alguns casos, o uso de *encoders* e potenciômetros não é tão viável devido ao seu grande volume e peso, dificuldade de acoplamento e necessidade de uma referência externa. Como exemplos, a medição de ângulos anatômicos durante a marcha humana, a obtenção de atitude para controle de robôs autônomos, em realidade aumentada para cinema e jogos, em análise de desempenho de atletas ou quaisquer aplicações que necessitem de sensores pequenos, leves e de baixo custo, motivam a pesquisa para utilização de sensores do tipo MEMS. Esses sensores são pequenos, leves, utilizam referências internas e são de fácil acoplamento em relação aos sistemas com potenciômetros, praticamente não afetam os movimentos a serem estimados. O sensor MPU6050 da *Invensense*®, utilizado neste trabalho, tem as dimensões de apenas 4 x 4 x 0,9mm e é apresentado na Figura 1.

¹ Segundo (IEEE, 2009) atitude é a orientação de um objeto em relação a um quadro de referência. Em sistemas locais, geralmente são expressos pelos ângulos de rolamento, arfagem e guinada.

² Segundo (IEEE, 2009), UMI é um sistema inercial que mede movimentos lineares e angulares em três dimensões sem nenhuma referência externa.

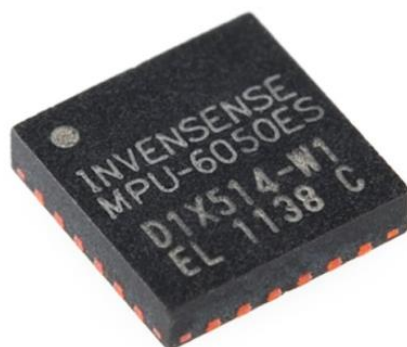


Figura 1 - MPU6050 da *InvenSense*® - (INVENSENSE, 2013)

Na literatura, alguns trabalhos propunham a avaliação de um SRA com dispositivos MEMS, mas uma boa parte deles comparando os resultados com outro SRA de desempenho já reconhecido, não trazendo resultados em relação a uma fonte que não seja esta tecnologia. Já os artigos encontrados que apresentam a comparação utilizando dispositivos óticos e sistemas mecânicos de referência serão apresentados na revisão bibliográfica.

Para a avaliação do SRA desenvolvido neste trabalho, foi construído um pêndulo usinado em aço, com a posição angular de seu eixo medida por um *encoder* absoluto e na ponta da haste está posicionada UMI em estudo, como na Figura 2.

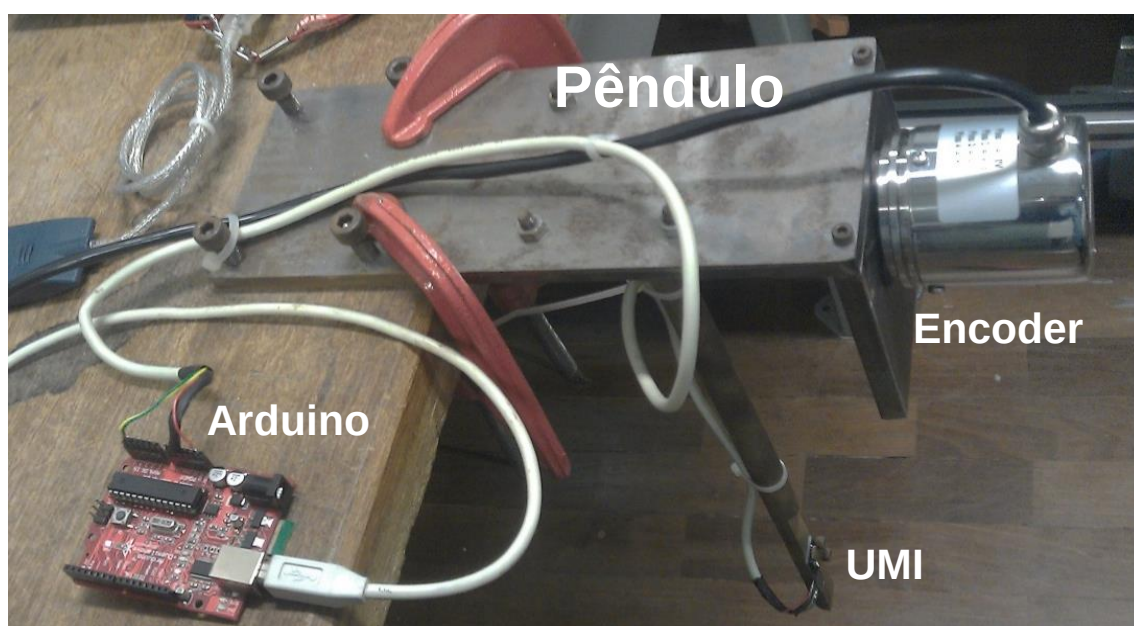


Figura 2 – Avaliação da estimação com mecanismo de referência

Essa UMI é composta por um giroscópio triaxial e um acelerômetro triaxial. A partir desses sinais medidos no fim da haste, propõe-se estimar o ângulo de posição do eixo do pêndulo com algoritmos diferentes, comparando esses resultados com o ângulo diretamente medido pelo *encoder*. Neste texto são apresentados os resultados comparativos com algoritmos sem fusão desses sinais, ou seja, somente com o acelerômetro e somente com o giroscópio, depois utilizando técnicas de fusão destes sinais, sem os Filtros de Kalman (FK) e com base na trajetória do movimento pendular e, por fim, um método com os Filtros de Kalman, sendo aplicáveis independentemente da trajetória.

1.1 Objetivo

Desenvolver um sistema de referência de atitude (SRA) para detecção de movimentos em apenas um plano vertical, utilizando sensores inerciais de baixo custo, avaliando-o por comparação com uma fonte de medição direta do ângulo de atitude.

1.2 Objetivos específicos

Desenvolver e avaliar métodos de determinação ou estimação desse ângulo de interesse utilizando os principais métodos encontrados na literatura, sendo:

- Determinação com apenas o acelerômetro;
- Determinação com apenas o giroscópio;
- Determinação fazendo a fusão de sinais baseada em um modelo físico;
- Estimação com a fusão pelo FK.

1.3 Motivação

A principal motivação desse trabalho é contribuir para o desenvolvimento de um sistema de navegação inercial (SNI) para utilização em análise da marcha humana. Essa análise é de grande importância na área de Fisioterapia, e na maioria dos casos é realizada com outros recursos tecnológicos, como câmeras, marcadores no corpo e *software* de reconhecimento de imagem.

Tem-se como exemplo o Laboratório de Análise do Movimento com reconhecimento de imagem do HCFMRP-USP na Figura 3.



Figura 3 – Sistema de captura de movimento através de imagem.
(FMRP-USP, 2014)

Com o sistema desenvolvido nesse trabalho, espera-se obter dados precisos dos movimentos observados, em apenas um eixo, utilizando uma UMI de baixo custo e com boa mobilidade do paciente, ou seja, sem necessitar de grandes equipamentos, de altos custos e ambientes especialmente preparados para a realização desses exames. Estes exames se baseiam no registro do ângulo dos membros inferiores e tronco do paciente durante sua marcha.

Outra motivação é a de que um trabalho com testes e resultados sobre estimação de atitude possa vir a ser utilizado em outros projetos, especialmente em robôs autônomos, tais como: robôs terrestres na navegação em ambientes não estruturados e em veículos aéreos não tripulados (VANT, ou UAV em inglês), onde é essencial a boa estimação de atitude para o controle de voo.

1.4 Divisão do texto

Para melhor entendimento desse objetivo, o trabalho foi dividido da seguinte maneira:

Nesse capítulo introdutório foram apresentados os objetivos propostos, a relevância do assunto e a motivação que alimentou a execução deste trabalho;

No segundo capítulo tem-se a revisão bibliográfica com a evolução dos sistemas de navegação inercial ao longo da história, as principais abordagens computacionais utilizadas, tratando questões como a taxa de aquisição utilizada para os sensores, ferramentas matemáticas de representação de atitude de um corpo, métodos de comparação com sistemas óticos e mecânicos para avaliação de desempenho dos estimadores;

No terceiro capítulo está a apresentação da teoria dos sistemas de medição inercial, os sensores inerciais do tipo MEMS, sistemas de coordenadas comumente utilizados e erros em sensores inerciais. Por fim, métodos de determinação de atitude utilizando somente acelerômetros e somente giroscópios;

No quarto capítulo há a apresentação do conceito de estimação de estados utilizando filtros de Kalman. Na primeira seção tem-se a concepção do filtro por Rudolf E. Kalman, os conceitos que embasam a sua teoria e algumas aplicações. Na segunda seção há o modelo criado por Kalman para o processo de estimação e de predição. Na última seção, o algoritmo computacional do filtro de Kalman discreto para sistemas lineares;

No quinto capítulo há os materiais e métodos utilizados no experimento. É dividido em quatro seções, sendo que a primeira trata do mecanismo de referencia e aquisição de dados, e as seções 5.2, 5.3 e 5.4 apresentam métodos de determinação e estimação do ângulo de atitude, todos avaliados por comparação com o mesmo resultado obtido pelo *encoder*.

- Seção 5.1: inclui a construção do pêndulo, dados da UMI, dados do *encoder*, dados sobre sistema de aquisição de dados e a resposta isolada de cada sensor sem nenhum tipo de tratamento;

- Seção 5.2: traz um método para determinação do ângulo de atitude utilizando somente os dados do acelerômetro e depois somente os dados do giroscópio;
- Seção 5.3: apresenta-se um método de fusão dos sinais do giroscópio e do acelerômetro para encontrar o ângulo de atitude, utiliza-se interpolação polinomial, derivação numérica e cálculos trigonométricos, e considera que a trajetória da UMI é conhecida para chegar ao resultado;
- Seção 5.4: há o desenvolvimento de um algoritmo de estimação com FK em uma abordagem na qual não é necessário conhecer a trajetória da UMI. Dentro desse desenvolvimento há a modelagem do sistema de referência de atitude adotado, cálculos para determinação dos erros inerentes aos sensores, sendo todos esses, dados para o projeto do FK. Ainda nessa última seção são apresentados os resultados de um algoritmo de testes que verifica, com base em tentativa e erro, valores ótimos para variáveis que representam os erros do processo, que em geral, apresentam dificuldades para de serem determinadas analiticamente;

Ao final do trabalho são apresentadas as conclusões, comentários sobre os resultados gráficos e do indicador de desempenho calculado na comparação da medição de referência e a estimação em todos os ensaios apresentados.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Este capítulo apresenta uma pesquisa bibliográfica sobre navegação inercial, o uso de sensores MEMS e a evolução dos algoritmos de estimação de atitude utilizando giroscópios e acelerômetros. Por fim, são apresentados os artigos encontrados com objetivos próximos ao deste trabalho.

Os sistemas de navegação inercial (SNI) são utilizados para estimar o comportamento cinemático, tanto posição e velocidade linear quanto a atitude, de um corpo rígido a uma referência absoluta (TITTERTON e WESTON, 2005).

No início de seu uso, era presente somente no campo aeroespacial, justificado pela sua complexidade e custo. Mas devido ao avanço das UMIs, especialmente do tipo MEMS, compostas por acelerômetros e giroscópios de baixo custo, baixo tamanho e massa, estão sendo largamente empregados em outros campos da ciência (SABATINI, 2005).

Para efetuar estimação de atitude de um corpo com sensores inerciais, são necessários métodos e algoritmos eficientes, desenvolvendo um sistema de referência de atitude. Esses algoritmos são ainda mais necessários quando se utiliza uma UMI do tipo MEMS, as quais, devido à sua característica construtiva, apresentam mais erros do que os sensores inerciais de maior custo e maior tamanho, como por exemplo, os baseados em fibra ótica (*FOG – Fiber Optic Gyroscope*) apresentado na Figura 4. Estes erros são críticos na estimação, pois serão integrados, aumentando o erro com o passar do tempo (SANTANA, 2011).



Figura 4 – UMI com giroscópio do tipo FOG - (AL CIELO LTD)

O sistema que utiliza sensores inerciais do tipo MEMS em medição inercial é denominado *strapdown*. Recebe esse nome porque é rigidamente montado no corpo em estudo, o que torna as coordenadas do sistema de medição sempre as mesmas do corpo. Esse tipo de sistema é ilustrado na Figura 5.

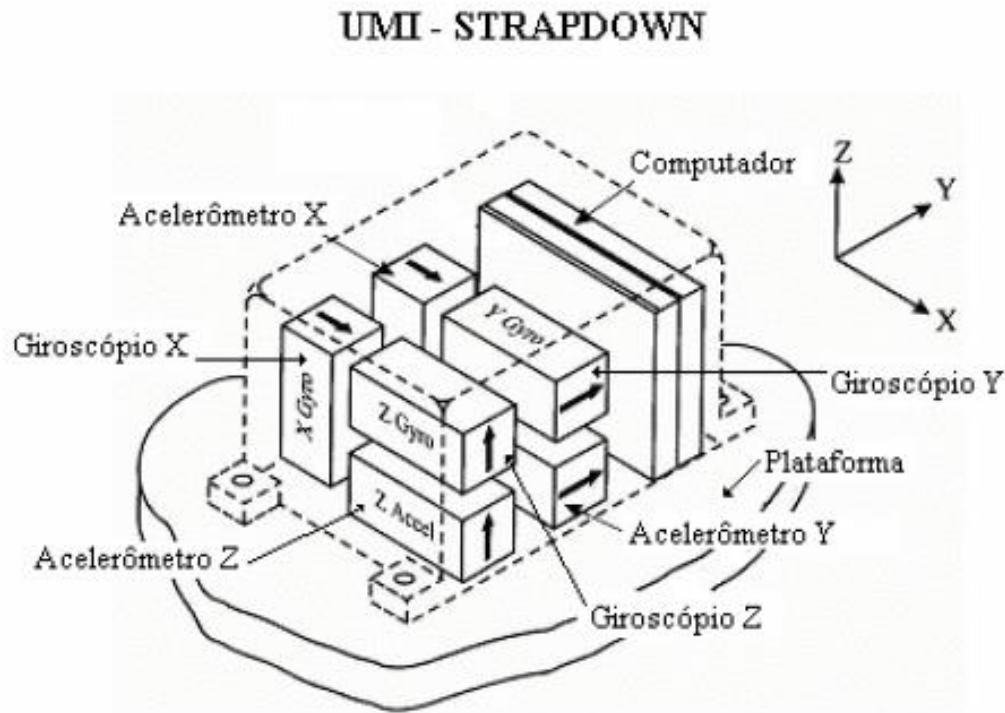


Figura 5 – Configuração de uma UMI *strapdown*. (SANTANA, 2005)

Esse sistema se difere de outros onde há um dispositivo mecânico que isola os sensores de qualquer movimento de rotação do objeto em estudo, ou seja, uma rotação não provoca uma medição de aceleração pela força gravitacional, como na Figura 6. Esses são classificados como sistemas de plataforma estável ou "*gimbaled systems*", são denominados estáveis porque as coordenadas de orientação da UMI são constantes, independentemente da orientação do corpo em que está montada (TITTERTON e WESTON, 2005).

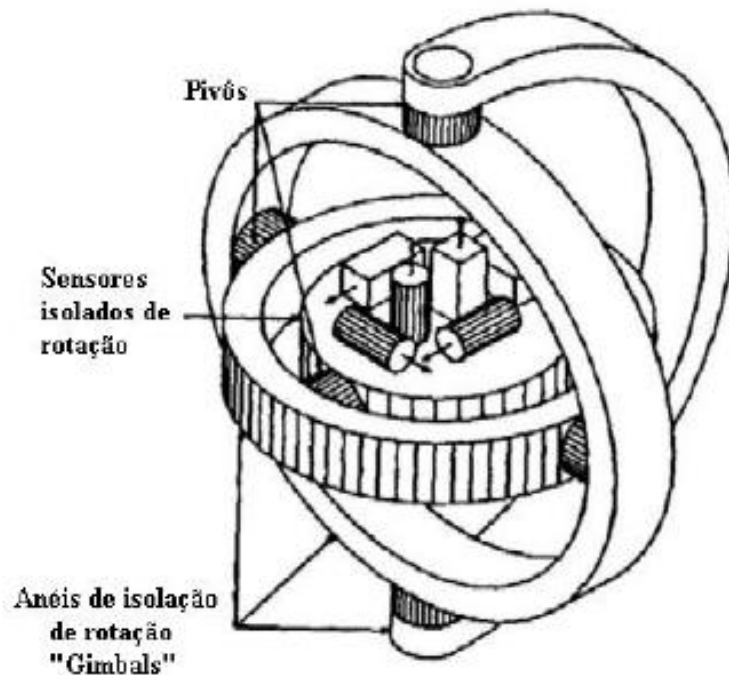


Figura 6 – Sistema de navegação inercial isolado de rotação *gimbaled system*.
(SANTANA, 2005)

Savage (1998) traz um histórico da evolução dos algoritmos para sistemas *strapdown*.

O conceito de navegação *strapdown* foi formulado na década de 50. Os pesquisadores da época tinham foco no projeto de um algoritmo com a função de estimação da atitude de um corpo e todo o desenvolvimento era moldado essencialmente pelas capacidades e limitações da tecnologia de computação de voo da época. Em meados da década de 60, duas grandes abordagens foram adotadas pela comunidade científica: uma com alta taxa de atualização de atitude entre 10KHz a 20KHz, com filtros de primeira ordem; e outra com baixa taxa de atualização de atitude, entre 50Hz e 100Hz, com filtros de ordem elevada. Como resultados, obtiveram-se boas respostas em altas frequências em sistemas com alta taxa de atualização e melhor precisão analítica do sistema com algoritmos de ordem elevada e baixa taxa de atualização.

A eficiência desse processamento necessário nos sistemas de medição inercial está diretamente ligada à forma com que os dados de atitude são

estimados, logo depende do sistema de coordenadas utilizado (SAVAGE, 1998).

Segundo Friedland (1978) e Diebel (2006), a orientação de atitude de um corpo em relação a um referencial de interesse pode ser descrita de diversas formas, sendo as mais conhecidas, utilizando Ângulos de Euler, *quaternions* e Cossenos Diretores.

Os Ângulos de Euler são um conjunto de três variáveis de rotação ordenadas, que levam os eixos de referência do corpo em análise até coincidir com eixos de referência do sistema adotado. É a técnica de representação que utiliza o menor número de variáveis e possui fácil interpretação física da orientação, porém as equações diferenciais envolvidas contêm termos trigonométricos com singularidades, ou seja, há resultado indefinido em determinadas orientações do objeto.

Sabatini (2005) afirma em um artigo aplicado a marcha humana, que embora possam sofrer de problemas de interpretação em ângulos clínicos ou anatômicos, a abordagem baseada em *quaternions* é de grande interesse prático, uma vez que requer menos computação, menos tempo, provê mais precisão e evita os problemas de singularidade que são inerentes à utilização de Ângulos de Euler. Os sistemas com sensores inerciais cujos cálculos baseiam-se em Ângulos de Euler são incapazes de estimar a orientação quando um corpo rígido está em uma orientação vertical, uma grave limitação ao estimar movimentos dos segmentos dos membros humanos (BACHMANN, 2000) *apud* (SABATINI, 2005).

Segundo Friedland (1978) os *quaternions* foram inventados em 1843 por Hamilton, mas não eram comumente aplicados a dinâmica de corpos rígidos até o fim da década de 70, na época da publicação do artigo em questão. A orientação por *quaternions* é feita por um conjunto de quatro parâmetros que necessitam de equações diferenciais mais simples. Embora a orientação por *quaternions* seja de difícil compreensão no sentido físico em relação às outras abordagens, passou a ser muito utilizada tanto no fim da década de 70, segundo Friedland (1978), e também nas publicações atuais sobre estimação de atitude de um corpo rígido segundo Santana (2011).

Segundo Friedland (1978) outra forma de descrever a atitude de corpo rígido é utilizando uma matriz de cossenos diretores (MCD). Essa matriz é formada por nove cossenos que transformam os vetores das coordenadas do corpo em estudo para as coordenadas de referência do sistema adotado. Assim como os Ângulos de Euler, ela também tem a vantagem da fácil interpretação física, entretanto, a MCD utiliza equações diferenciais facilmente implementáveis. Logo, a sua única desvantagem é o número grande de variáveis.

Segundo Friedland (1978) os elementos da MCD são a forma quadrática dos *quaternions*, logo, os elementos da MCD são legíveis computacionalmente a partir de *quaternions* conhecidos.

Todas essas ferramentas apresentadas são utilizadas para descrever a orientação de um corpo rígido em relação a um sistema de referência padrão utilizando coordenadas cartesianas. Segundo Grewal, Weill e Andrews (2001) *apud* Santana (2011) os sistemas de coordenadas cartesianas utilizados em navegação inercial são: Referencial ECI (*Earth-Centered-Inertial*); Referencial ECEF (*Earth-Centered, Earth-Fixed*); Referencial de navegação terrestre ou referencial NED (*North-East-Down*); e Referencial da plataforma ou Referencial RPY (*Roll-Pitch-Yaw*).

2.1 Trabalhos correlatos

São destacados abaixo, trabalhos os quais incluem a construção de protótipo para avaliação de sensores MEMS na estimação de atitude, principalmente os que utilizam algoritmos de estimação baseado no FK.

Na publicação de Godfrey, Hourigan e Ólaighin (2007) é apresentado um sistema de pêndulo, monitorado por um acelerômetro biaxial ADXL202 inserido em uma esfera na extremidade oscilante da haste, e um potenciômetro no eixo de rotação acoplado em seu eixo, conforme mostra a Figura 7.

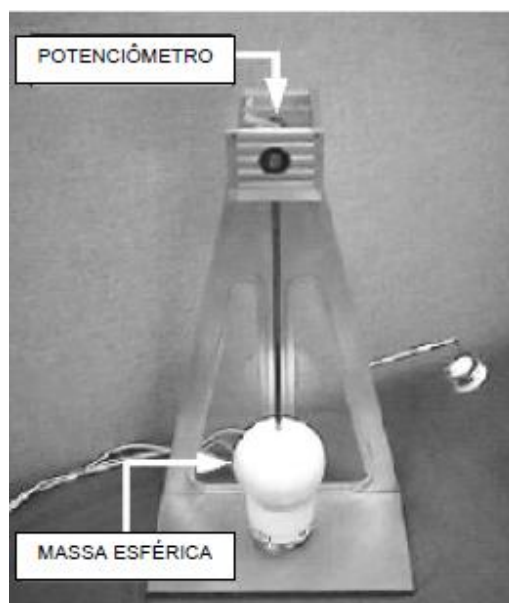


Figura 7 – Pêndulo com acelerômetro e potenciômetro (GODFREY, HOURIGAN e ÓLAIGHIN, 2007)

Os autores ressaltam que o uso do pêndulo proporciona condições de aceleração similares às encontradas na marcha humana, foco do trabalho destes. Apresentam-se nesse artigo equações que decompõem as acelerações inerciais e gravitacionais, uma dedução importante na estimação de atitude com acelerômetros. Outras informações desse artigo serão abordadas na seção 5.3, sendo a principal fonte para o desenvolvimento do método de estimação presente naquela seção.

Lee e Jung (2009) aplicam um acelerômetro biaxial e um giroscópio para auxiliar o controle de um robô com sistema de pêndulo invertido. É realizado um teste muito semelhante ao proposto neste trabalho, usando um pêndulo simples com sua posição sendo medida por um *encoder*, como na Figura 8. O autor avaliou as respostas de cada sensor separadamente somente com filtros de primeira ordem e depois com o algoritmo de fusão desses sinais com FK. É utilizado um filtro passa-baixa para o acelerômetro e passa-alta para o giroscópio, o autor declara que estes dois dados são somados, mas não especifica como é feita esta soma. O resultado desse último alimenta o processo de predição do FK para compensação do desvio da leitura pura do giroscópio, considerada a entrada principal deste FK. O autor não apresenta um resultado quantitativo do erro.

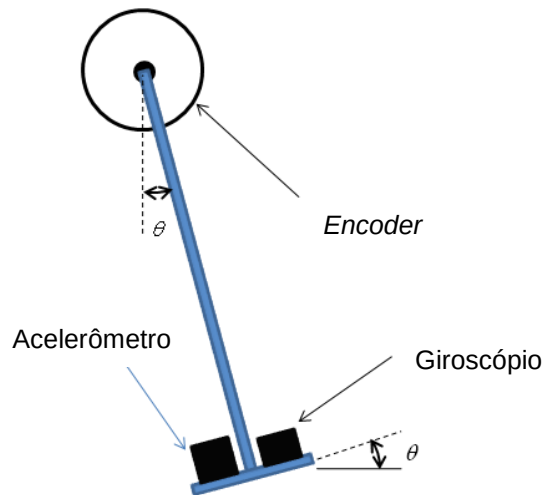


Figura 8 – Mecanismo para avaliação de estimação de atitude utilizando *encoder* como referência. (LEE e JUNG, 2009)

Uma solução para o problema de fusão de dados de sensores inerciais do tipo MEMS no desenvolvimento de um sistema de atitude e orientação em relação ao norte terrestre é descrito por Jurman, Jankovec, *et al.* (2007). Para tal solução, os autores utilizam o FK para fusão dos dados de um acelerômetro, um giroscópio e um magnetômetro, todos triaxiais, formando um sistema com nove graus de liberdade e estimando os três Ângulos de Euler que determinam a orientação do sistema. Tanto as calibrações e os resultados foram avaliados em comparação com um sistema óptico utilizando câmeras e marcadores infravermelhos, como na Figura 9. O sistema alcançou um valor da raiz do erro quadrático médio menor que $1,2^\circ$ para uma navegação de 28 segundos.

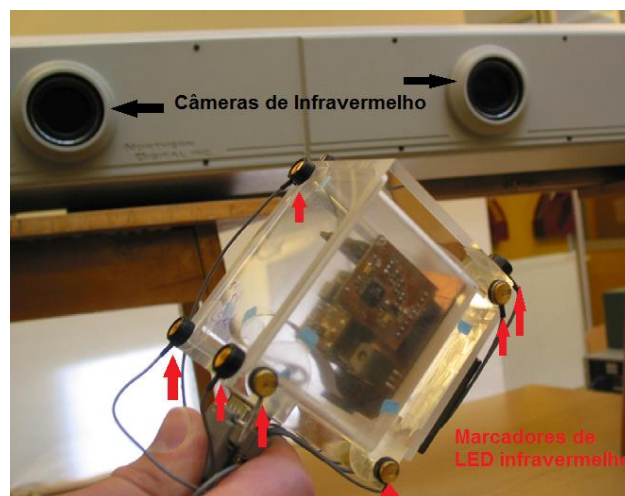


Figura 9 – Sistema de óptico de avaliação de estimação de atitude. (JURMAN, JANKOVEC, *et al.*, 2007)

Em Pérez-D'arpino, Vigouroux, *et al.* (2011) é apresentado o projeto de uma UMI de seis graus de liberdade, com uma tríade ortogonal de acelerômetros e uma tríade ortogonal de giroscópios, todos montados em um dispositivo mecânico com propulsores semelhantes a um helicóptero formando um sistema *strapdown*. Nesse trabalho, foi desenvolvido um circuito de aquisição, processamento e transmissão dos dados, utiliza o FK para estimação de atitude e compara os resultados com um sistema de câmeras de infravermelho e marcadores reflexivos em determinados pontos do VANT, como na Figura 10.

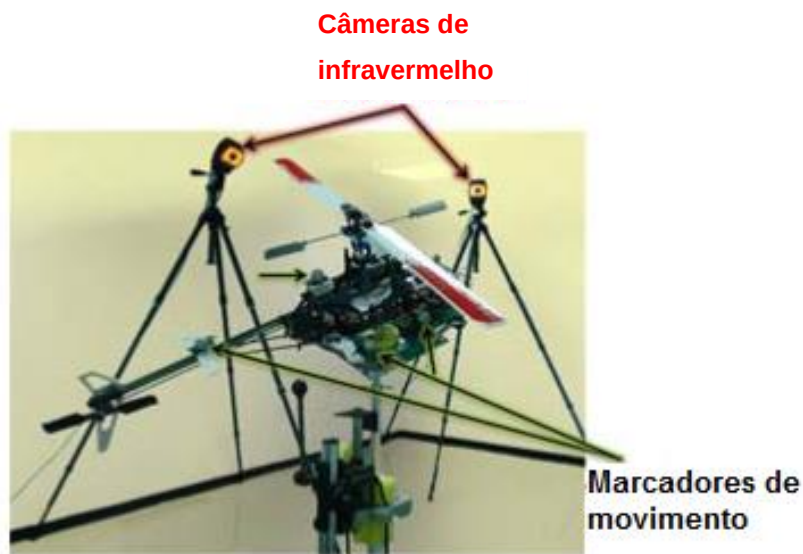


Figura 10 – Sistema óptico de avaliação de estimação de atitude de um UAV.
(PÉREZ-D'ARPINO, VIGOUROUX, *et al.*, 2011)

3 FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Neste capítulo são apresentados conceitos sobre sensores inerciais, com ênfase no tipo *Micro Eletro Mechanical System* (MEMS), bem como um breve comentário sobre a classificação dos erros presentes na aplicação destes sensores. Apresentam-se, também, conceitos sobre os sistemas de coordenadas utilizadas em navegação inercial e uma introdução de modelagem para aplicação destes sensores na medição indireta de outras variáveis.

3.1 Sensores inerciais do tipo MEMS

De acordo com Titterton e Weston (2005) novas aplicações tem demandado que os sensores inerciais atendessem a outros requisitos construtivos ainda na medição de acelerações e movimentos angulares. A nova demanda sai do campo aeroespacial, e é percebida nas aplicações para controle e estabilidade de outros objetos, como exemplo:

- sistemas de suspensão ativa em veículos de alta performance;
- pilotos automáticos em aeronaves e navios;
- auxílio a sistemas de posicionamento terrestre (GPS);
- controle em mísseis passivos;
- transporte pessoal (*Segway*);
- estabilização de imagem em câmeras fotográficas.

Segundo Titterton e Weston (2005), os dispositivos MEMS são considerados um dos grandes desenvolvimentos das últimas décadas em se tratando de sensores inerciais. Estes dispositivos superam as características de outros tipos que impediam muitas outras aplicações, principalmente pelo custo, tamanho e consumo de energia. Mesmo com esforços no desenvolvimento dos outros tipos de sensores o custo deles continua muito alto, pelos seguintes fatores:

- alto número de peças que compõem o sensor;
- fabricação de muitas peças de alta precisão;
- difícil montagem ainda exigindo alta precisão;
- testes precisos, caracterização e calibração.

O uso do silício como base na fabricação dos dispositivos MEMS oferece possibilidade de novas abordagens e atende a muitos requisitos que estavam fora do alcance dos sensores mecânicos convencionais.

Essa tecnologia de sensores faz uso direto de tratamento químico e técnicas de fabricação utilizadas pela indústria de circuitos eletrônicos integrados. Com esse processo se alcançam as seguintes propriedades:

- tamanho pequeno;
- baixo peso;
- construção robusta;
- baixo consumo de energia;
- curto espaço de tempo para inicialização do dispositivo;
- baixo custo de produção (em alto volume);
- alta confiabilidade;
- baixa necessidade de manutenção;
- compatível com a operação em ambientes hostis.

Entretanto, a redução de tamanho dos elementos sensores traz desafios para o bom desempenho de medição e altas resoluções, causados principalmente pelo ruído aleatório, por problemas com desalinhamento interno e por variações com a temperatura durante o uso.

O caminho encontrado para obter um desempenho melhorado dos dispositivos MEMS é a realização de uma complexa compensação dos erros sistemáticos exibida por estes sensores.

Titterton e Weston (2005) cita que estes métodos de compensação dos erros devem ser adaptados para cada tipo de sensor, e são levados em conta no projeto do estimador, por exemplo, na utilização de filtros de Kalman.

A produção em larga escala dos acelerômetros do tipo MEMS foi impulsionada pela demanda da indústria automobilística, atendendo aos requisitos de desempenho para este segmento, assim atingindo primeiro um grau de maturidade com número significativo de sensores disponíveis comercialmente.

Entretanto, houve menos estímulo ao desenvolvimento de sensores de velocidade angular, os giroscópios. Mais recentemente, com esforços de outras indústrias e instituições de pesquisas, alcançou-se uma grande variedade de giroscópios de baixo custo. E hoje há um foco contínuo tanto na melhoria do desempenho quanto no processo de produção de grandes volumes destes.

Segundo Titterton e Weston (2005) dispositivos em miniatura são muito promissores. Isto acontece porque a arquitetura de estado sólido e o cuidado no projeto com poucos componentes trazem vantagens que pode torná-lo o tipo mais aplicado de tecnologia de sensores inerciais. Consequentemente, os estudos de tecnologia de sensores inerciais têm se concentrado no desenvolvimento em dispositivos MEMS.

3.2 Acelerômetros

Morris (2001) redige sobre acelerômetros de modo geral, afirma que estes são a única classe de dispositivos disponíveis para a medição de aceleração, seu funcionamento pode se dar através de diversos princípios, e cada princípio aplicável a determinadas faixas de medição. As acelerações lidas pelo instrumento podem ser integradas, assim, encontrando medição de posição e velocidade. Sua frequência de resposta pode ir de zero até valores bem altos, dependendo do nível de amortecimento do sensor. Alguns até possuem ajustes de amortecimento.

Titterton e Weston (2005) afirma que em navegação inercial os acelerômetros são utilizados preferencialmente à medição de velocidade ou posição direta, pois estas necessitam de referências externas, e o acelerômetro somente medições internas.

Para Titterton e Weston (2005) as construções de acelerômetros pode ser classificadas em: acelerômetro mecânico e acelerômetro de estado sólido. A tecnologia de estado sólido apresenta crescente desenvolvimento nos últimos anos, especialmente as tecnologias baseadas em silício, conhecidas como tipo MEMS.

A aceleração translacional de um corpo rígido é o resultado de forças que atuam sobre ele. E são descritas pela segunda lei de Newton, onde F é a força que atua no corpo, m a massa do corpo e a a aceleração do corpo.

$$F = m \cdot a \quad (1)$$

No entanto, não há sentido prático em se determinar a aceleração de um corpo medindo a força total que atua sobre ele. Por exemplo, em um automóvel, não se utilizaria a massa total do carro e as forças totais que atuam sobre ele para encontrar sua aceleração.

Como solução, utiliza-se o acelerômetro. Sua estrutura básica consiste de uma massa muito pequena, conhecida como massa sísmica, conectada a estrutura rígida por uma mola, algum amortecimento que apesar de pequeno é intrínseco ao processo, e por fim um medidor de deslocamento. Essa construção pode ser verificada na Figura 11.

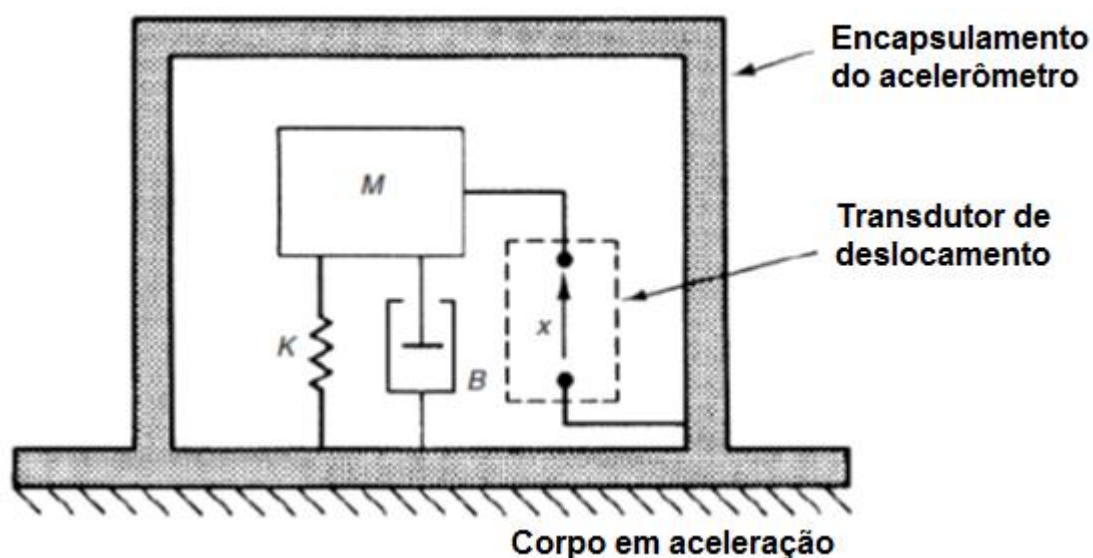


Figura 11 – Estrutura de um acelerômetro (MORRIS, 2001)

Quando a estrutura deste sensor é submetida a uma aceleração no eixo sensível, dado por um referencial interno do sensor, a massa tende a resistir a esse movimento devido sua própria inércia. Como resultado, a massa é deslocada em relação ao encapsulamento do acelerômetro, sendo esse deslocamento proporcional à força aplicada, e como os valores dos parâmetros do sistema são conhecidos, encontra-se a aceleração.

O modelo simplificado do sistema pode ser:

$$M\ddot{x} - B\dot{x} - Kx = 0 \quad (2)$$

Onde x é o deslocamento medido pelo transdutor, $\dot{x}$ e $\ddot{x}$ são suas derivadas no tempo, respectivamente a velocidade e a aceleração no transdutor do acelerômetro. A constante M é o valor da massa sísmica, B o coeficiente de amortecimento do amortecedor linear e K é o coeficiente da mola linear. Teorizando para um acelerômetro ideal, além de considerar todos os elementos lineares, anula-se o termo com o amortecimento B e tem-se a aceleração em função do deslocamento da massa sísmica:

$$M\ddot{x} - Kx = 0$$
$$\ddot{x} = \frac{Kx}{M} \quad (3)$$

Titterton e Weston (2005) fazem uma ressalva para os casos onde o acelerômetro é utilizado, especialmente, na tentativa de medição de translação. Como dito, o acelerômetro mede a força total aplicada a massa sísmica, portanto mede acelerações inerciais (conhecidas também como dinâmicas) e também acelerações gravitacionais (conhecidas também como estáticas). Conforme a equação a seguir:

$$F = ma = mf + mg$$

Sendo F a força aplicada, m a massa sísmica, a é a aceleração, ambas relacionadas ao acelerômetro. f são as forças provocadas por acelerações inerciais e g são as forças provocadas pela aceleração gravitacional. Como a massa é a mesma para todos os termos, temos:

$$a = f + g \quad (4)$$

Logo, a equação 4 demonstra a dificuldade de estimar ângulos de atitude de um corpo somente com acelerômetro, e é o problema que motiva o estudo da fusão de sinais com outros sensores inerciais, como o giroscópio, de modo a obter um melhor resultado na estimação da atitude de um corpo ou objeto qualquer. A determinação de atitude quando $f = 0$ pode ser facilmente realizada, ela é demonstrada na seção 3.6 deste texto.

Nos acelerômetros do tipo MEMS, a medição de deslocamento no modelo apresentado, pode ser feita a partir de células G. Estas são constituídas de duas placas fixas e uma placa móvel como sendo a massa sísmica, formando um par de capacitores variáveis em função do deslocamento dessa massa, e segundo o modelo apresentado, em função da aceleração submetida. A célula G pode ser representada pelo modelo da Figura 12 (FREESCALE SEMICONDUCTOR, INC., 2008).

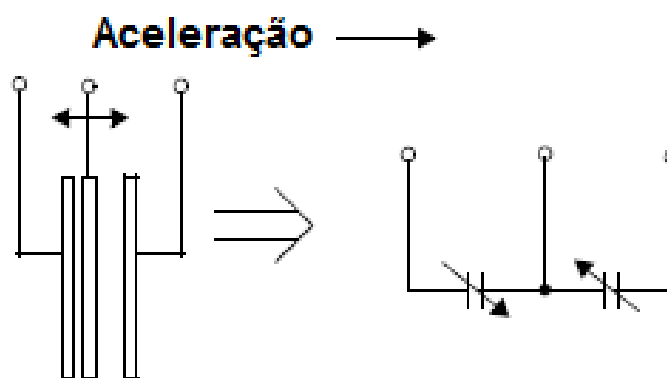


Figura 12 – Modelo equivalente de uma célula G (FREESCALE SEMICONDUCTOR, INC., 2008)

Essa variação de capacitância é transformada em um sinal de tensão elétrica, recebendo correções de ganho, filtragem e compensações em função da temperatura. Na Figura 13, é apresentado esse sistema aplicado no acelerômetro triaxial MMA7260 fabricado pela *FREESCALE*.

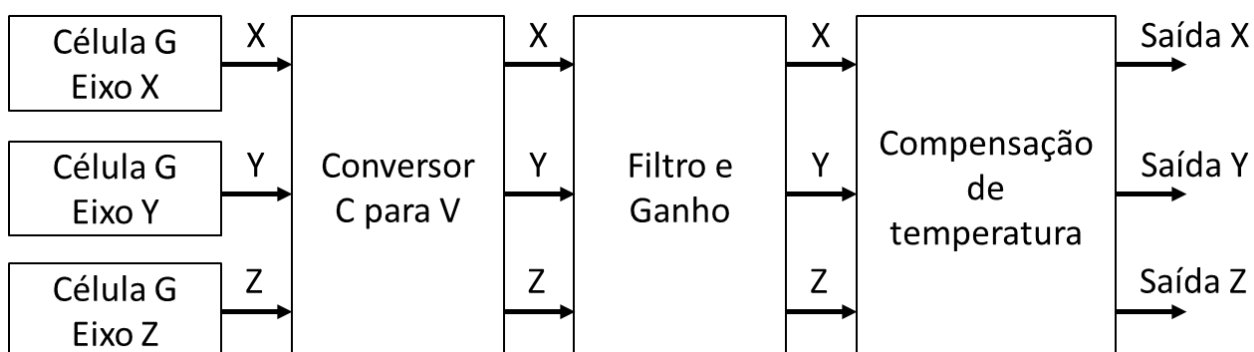


Figura 13 – Diagrama de blocos simplificado de um acelerômetro triaxial (FREESCALE SEMICONDUCTOR, INC., 2008)

3.3 Giroscópios

Giroscópios do tipo MEMS são dispositivos não rotativos que utilizam a aceleração do efeito de Coriolis em um corpo de prova vibratório para detectar a velocidade angular a ele submetida. Assim, estes sensores se baseiam na detecção da força que age sobre uma massa sujeita a um movimento linear vibratório (V) sob um referencial que gira sobre um eixo perpendicular (eixo com rotação Ω) em relação a esse eixo de movimento linear vibratório. A força de Coriolis (A_C) aparece no eixo perpendicular ao eixo de vibração e ao eixo em torno do qual a rotação é aplicada, conforme a Figura 14 (TITTERTON e WESTON, 2005).

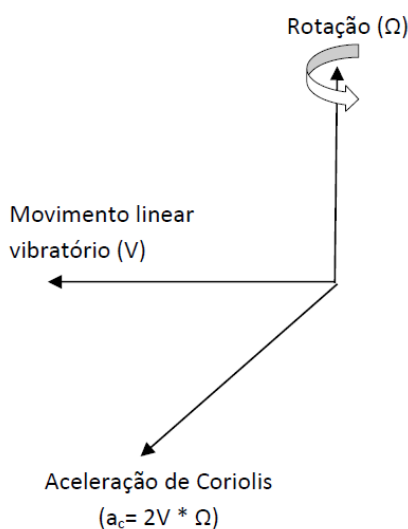


Figura 14 – Surgimento de uma força de Coriolis

Existem várias configurações de giroscópios que utilizam esse princípio, eles podem ser classificados dentro de três categorias:

- Oscilador simples;
- Oscilador balanceado (*tuning fork gyroscope*);
- Ressonador de casco (*wine glass, cylinder, ring oscillators*).

Devido a sua característica construtiva, cada categoria possui peculiaridades de acordo com as diferentes distribuições de forças no corpo de massa vibratório. As mesmas denominações utilizadas para as grandezas na Figura 14 são apresentadas nos três tipos de construções de giroscópio, conforme Figura 15.

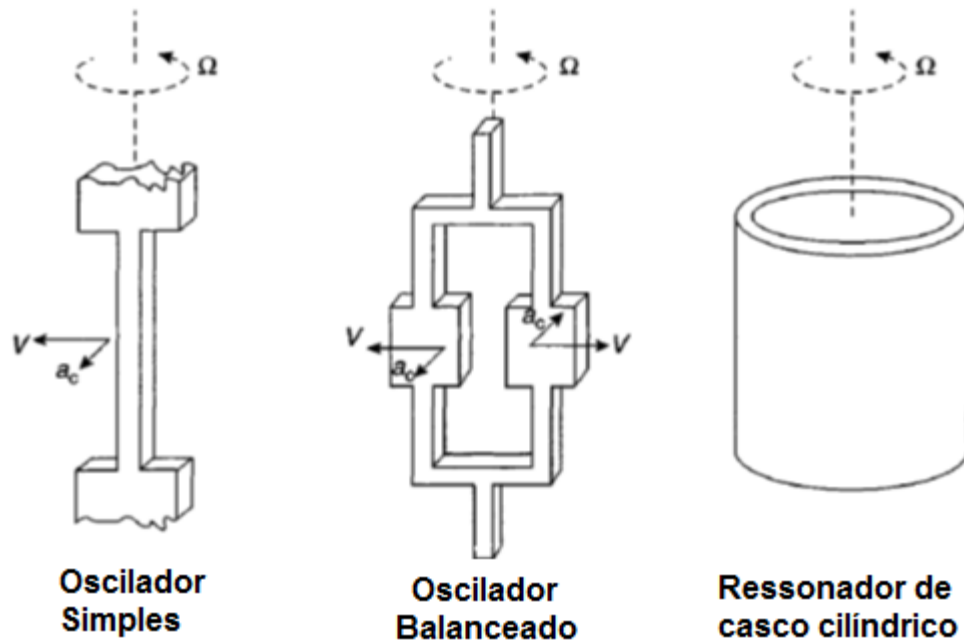


Figura 15 – Tipos construtivos de giroscópios MEMS – (TITTERTON e WESTON, 2005)

Osciladores simples formam a classe mais básica de giroscópios vibratórios, estes são dispositivos com base em um oscilador que pode ser modelado como uma massa única de vibração. O maior inconveniente deste tipo de estrutura surge por eventuais assimetrias.

Este problema é facilmente superado nos osciladores balanceados, utilizando um modelo com duas massas de vibração. Dentro desta categoria, um tipo de dispositivo que tem recebido atenção considerável ao longo dos anos é o giroscópio do tipo *tuning fork* (TFG), e um grande número de sensores MEMS baseados neste princípio têm sido produzidos utilizando quartzo ou silício na sua construção.

Os sensores considerados na categoria de ressonadores de casco podem ter suas massas vibratórias modeladas em cilindros ou anéis. São relativamente fáceis de ser produzidos com um alto grau de exatidão, porém esta categoria possui um comportamento vibratório mais complexo que os osciladores simples e os balanceados, reduzindo seu uso.

3.3.1 Tecnologia de giroscópios da *InvenSense*®

A empresa *Invensense* (2010), fabricante dos sensores utilizados na fase experimental desse trabalho, possui uma patente de processo de fabricação de dispositivos MEMS chamada *Nasiri-Fabrication*. Os principais atributos desse processo são: o uso de um único cristal de silício, evitando problemas térmicos por misturas de materiais; integração entre os níveis de *wafers* por eletrônica do tipo *Complementary Metal-Oxide-Semiconductor* (CMOS); e o custo efetivo da técnica de empacotamento dos *wafers*.

Os giroscópios da *InvenSense*® são baseados no modelo TFG de duas massas vibratórias, conforme a Figura 16.

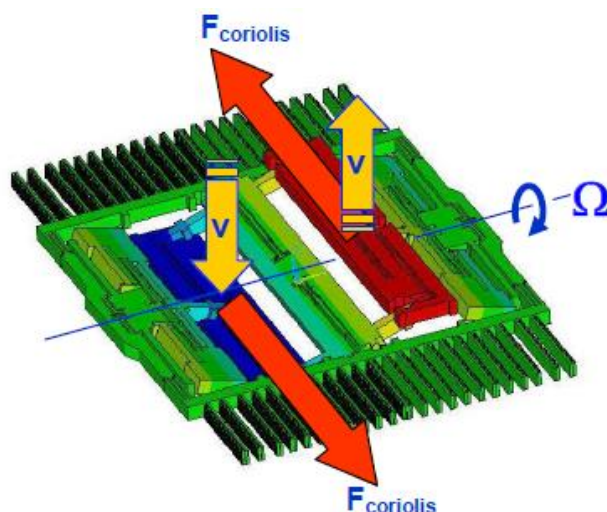


Figura 16 - Modelo de giroscópio MEMS da InvenSense - (INVENSENSE, 2010)

Sempre que uma velocidade angular Ω é aplicada no giroscópio, a vibração V nas massas provoca uma aceleração de Coriolis $F_{coriolis}$, com isto, as lâminas laterais reagem a isto de forma específica. A torção nessas lâminas indica a velocidade angular em que o giroscópio foi submetido em forma de sinal elétrico. O giroscópio consegue rejeitar as torções por acelerações lineares, pois estas provocam torções de mesmo sentido nas lâminas, e a aceleração de Coriolis provoca esta torção em sentidos inversos.

Para que isto seja possível, há um refinado sistema de controle interno nestes giroscópios. A Figura 17 representa o modelo interno em forma de diagrama de blocos nessa tecnologia de giroscópio.

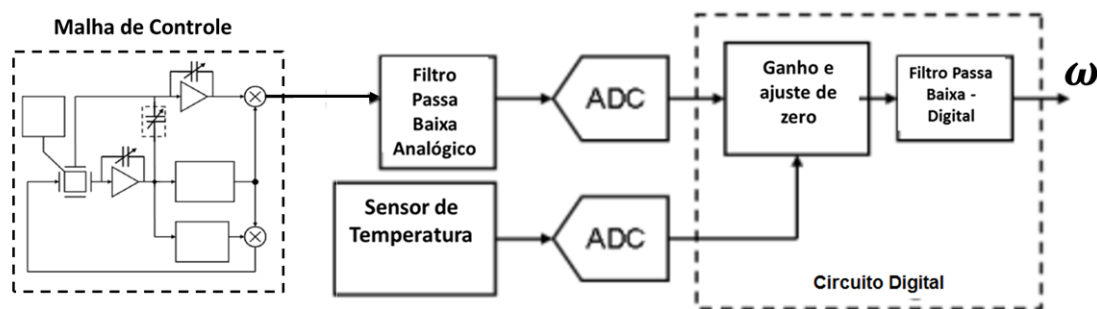


Figura 17 – Diagrama de blocos internos nos giroscópios da linha MPU-3000 da Invensense (INVENSENSE, 2010)

Segundo Invensense (2010) há uma malha de controle dedicada à unidade que provoca a vibração de uma massa sísmica, nela, há sensores que detectam o movimento provocado pela aceleração de Coriolis. O sinal produzido por essa malha passa por um filtro passa baixa analógico; juntamente com um sensor de temperatura interno, os sinais de velocidade angular são ligados à conversores AD; os sinais digitais convertidos são levados ao processador interno para compensações de temperatura e filtragem digital.

3.4 Erros em sensores inerciais

É possível aplicar uma correção determinística nos dados providos pelos sensores inerciais, tanto giroscópios como acelerômetros, por um processo conhecido como calibração. Ao serem incorporados a um sistema microprocessado, por exemplo, é possível realizar as determinadas correções para ajuste de zero (*bias*) e de fator de escala. É possível também utilizar uma equação de maior grau para esta correção, no caso da disponibilidade de um padrão confiável para este procedimento.

Ainda assim, os ruídos aleatórios inerentes aos sensores inerciais produzem um efeito indesejável no processo de estimação em uma UMI. Os erros dos acelerômetros comprometem diretamente a estimação de velocidade e posição do corpo, e os erros dos giroscópios são prejudiciais na estimação dos ângulos que representam a atitude do corpo. Estes efeitos acontecem porque o processo matemático aplicado para encontrar as variáveis de saída citadas neste parágrafo, a partir dos dados dos sensores, utiliza integrações

numéricas. Como esses valores contêm erros, estes também serão integrados, portanto, quanto maior o tempo de navegação maior o erro na estimação (LI e FANG, 2013).

Os erros que podem ser modelados por equações diferenciais e eliminados são chamados erros determinísticos. Já quando o processo apresenta erros que não podem ser representados por uma equação deste tipo, estes são considerados processos estocásticos (PAPOULIS e PILLAI, 2001).

Segundo Santana (2011) e Woodman (2007) os tipos de erros mais significativos que degradam o processo de estimação em um sistema de navegação inercial do tipo *strapdown* são os seguintes:

Polarização constante: este erro, também conhecido como erro de *bias* ou *offset*, pode ser interpretado como sendo um nível de sinal constante ou que varia muito lentamente, independentemente do sinal de entrada. Este erro pode ser modelado como o valor médio de saída, tanto no giroscópio como no acelerômetro, e pode ser medido quando a UMI está em repouso e em condições de alinhamento e orientação conhecidas. Logo, a subtração deste erro no sinal de saída se faz extremamente necessária, pois como este erro é constante, ao ser integrado produzirá um grande desvio na estimação dos valores desejados;

Fator de escala: trata-se de um erro que é proporcional ao sinal de entrada, ou seja, o erro de fator de escala comporta-se como um erro de inclinação do coeficiente angular da equação de uma reta. Embora sejam modelados como lineares, erros deste tipo geralmente exibem algum grau de não linearidade;

Desalinhamento: refere-se ao desalinhamento entre eixos, os quais idealmente deveriam apresentar uma base ortogonal como estrutura da plataforma. Como na prática é impossível se obter um perfeito alinhamento da plataforma, e em alguns casos não é tão viável ser determinado, descrevem-se então os erros de alinhamento de cada sensor com relação aos eixos da plataforma como constantes aleatórias.

Passeio aleatório: O passeio aleatório ou *Random Walk* é uma especificação para descrever o erro que irá ocorrer devido à integração da parcela de ruído aleatório presente nos sinais dos sensores inerciais. O ruído aleatório, também conhecido como ruído branco, pode ser visto como uma variação de curto período (alta frequência) do sinal de saída. Por exemplo: a variação de pico a pico ou o desvio padrão do sinal, enquanto os sensores inerciais estão em repouso. O ruído aleatório também pode ser definido como uma função da frequência. Neste caso descreve-se o ruído como uma função da largura de banda dos sensores. O *Random Walk* é definido em $^{\circ}/\sqrt{\text{hora}}$ para os sinais de giroscópios e $g/\sqrt{\text{Hz}}$ para os sinais de acelerômetros.

Erro de quantização: os sinais de saída dos acelerômetros e giroscópios presentes numa UMI são digitalizados e disponibilizados em instantes discretos de tempo. Isto produz um ruído branco na saída que é proporcional à magnitude da quantização, ou seja, depende da ordem de grandeza com que um sinal elétrico é aproximado. Esses erros sempre surgem após o processo de conversão analógico-digital.

Efeitos térmicos: os sensores inerciais são afetados pela temperatura e, em geral, são compensados eletronicamente. Como esta compensação nunca é perfeita, uma parcela desse desvio de origem térmica deve ser modelada como um processo aleatório.

3.5 Sistemas de coordenadas

Os sistemas de coordenadas são utilizados para referenciar ou localizar geograficamente um determinado corpo ou objeto. Portanto, para se definir a posição de um objeto, torna-se necessário especificar o sistema de coordenadas no qual o objeto está representado (SANTANA, 2011).

As aplicações do sistema de navegação inercial proposto neste trabalho têm como características curtas distâncias (da ordem de metros) e baixo tempo de navegação (da ordem de minutos), por isto, a abordagem do texto seguirá os conceitos utilizados na área da Robótica.

Segundo Jazar (2010) um sistema de coordenadas determina a forma como descrevemos o movimento a cada instante de tempo, ou seja, a cada

novo quadro de referência³. O sistema cartesiano é o sistema de coordenadas mais utilizado em sistemas de robótica, mas sistemas de coordenadas cilíndricas, esféricas e até helicoidais podem ser usadas também.

Para a representação das navegações estimadas nesse trabalho será utilizado um sistema de coordenadas cartesianas com três eixos ortogonais fixados no centro do objeto chamado *Roll-Pitch-Yaw* (RPY).

Santana (2011) descreve o sistema RPY como um sistema cujos eixos são fixos em um objeto, constituindo uma estrutura denominada estrutura móvel. O eixo x (eixo de rolamento ou *roll*) do sistema RPY deve apontar para a direção frontal do movimento do objeto, o eixo y (eixo de arfagem ou *pitch*) deve ser ortogonal a x e apontar para a direita enquanto que o eixo z (eixo de guinada ou *yaw*) aponta para baixo (segundo a regra da mão direita). Esses três parâmetros representam a atitude de um corpo, e o sistema capaz de medir esses é chamado de Sistema de Referência de Atitude (SRA). A Figura 18 mostra como são representados os eixos onde ocorrem os movimentos de rotação denominados rolamento – arfagem – guinada.

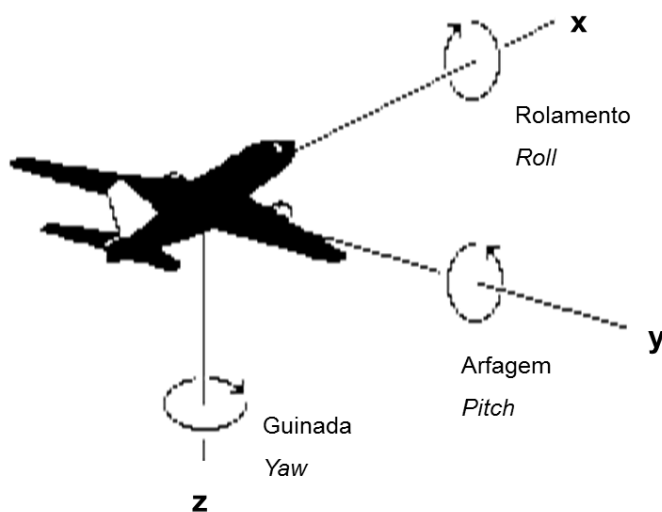


Figura 18 – Sistema de coordenadas RPY em um objeto - (STANFORD UNIVERSITY - DEPARTMENT OF AERONAUTICS AND ASTRONAUTICS)

³ Quadro de referência de um corpo é a representação por sistema de coordenadas retangulares, com origem e orientação fixa em relação ao corpo do objeto. (IEEE, 2009)

Segundo Jazar (2010) um sistema de coordenadas pode ser definido por um conjunto de vetores de base, tais como vetores unitários ao longo dos três eixos de coordenadas, assim, uma matriz de rotação pode definir uma mudança de base de um quadro para outro.

A rotação de um corpo rígido pode ser descrita pela MCD, pelos Ângulos de Euler ou por *quaternions* de orientação, cada um com vantagens e desvantagens.

A vantagem da MCD é a interpretação direta na mudança de base, enquanto a sua desvantagem é que nove parâmetros dependentes devem ser armazenados. O papel físico de parâmetros individuais é perdido, e só a matriz como um todo tem significado.

Ângulos de Euler podem ser definidos por três rotações sucessivas sobre três eixos locais do sistema de coordenadas. A vantagem usando Ângulos de Euler é que a rotação é descrita por três parâmetros independentes com interpretações físicas simples. A desvantagem é que sua representação não é única, portanto, leva a um problema de singularidade.

Um *quaternion* de orientação é uma representação por quatro parâmetros baseados na ideia de que uma transformação de um sistema de coordenadas para outro pode ser efetuado por uma simples rotação em torno de um único vetor.

Segundo Sabatini (2005) e Santana (2011) apesar de a representação por *quaternions* ser de difícil interpretação direta no sentido físico, ela diminui o tempo de computação, proporciona maior acurácia e evita problemas de singularidades como nos Ângulos de Euler.

3.6 Determinação de atitude com acelerômetros

Como apresentado na seção 3.2, a medição por um acelerômetro segue a equação (4):

$$a = f + g$$

Segundo Godfrey, Hourigan e Ólaighin (2007) o acelerômetro mede a aceleração linear a qual seus eixos estão submetidos. Esta é composta pela soma da aceleração inercial, considerada como aceleração dinâmica, com a aceleração da gravidade, considerada uma aceleração estática. Dessa forma, o acelerômetro não pode diferenciar se a força percebida é inercial ou gravitacional. O que dificulta em muitos casos, tanto a estimação de atitude do corpo (rolamento, arfagem e guinada), quanto a estimação de posição e velocidade (não abordados neste trabalho).

Os mais comuns e facilmente encontrados no mercado são os acelerômetros de três eixos ortogonais (triaxiais), seus eixos podem ser representados junto ao sistema RPY e em relação à força gravitacional, conforme a Figura 19.

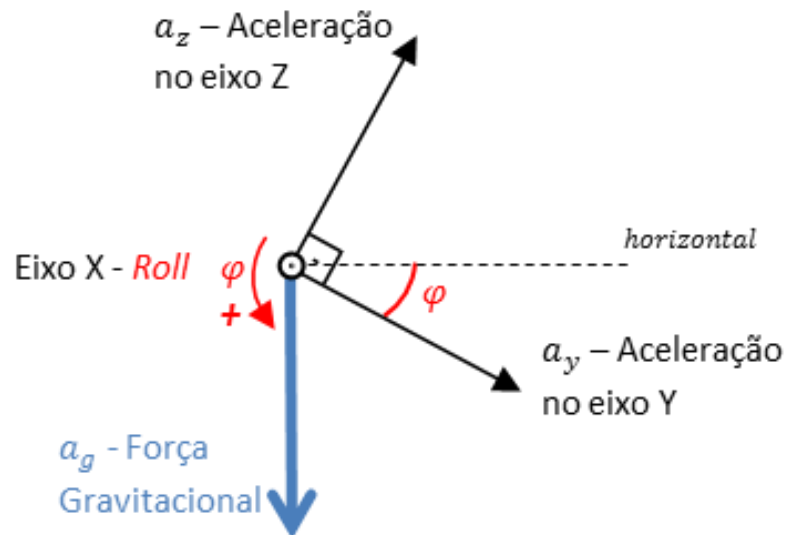


Figura 19 – Projeção da aceleração gravitacional nos eixos de um acelerômetro triaxial

Seguindo o conceito da equação (4), Kim (2011) representa as acelerações medidas nos eixos de um acelerômetro triaxial em relação aos ângulos do sistema RPY pela seguinte matriz:

$$\begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & w & -v \\ -w & 0 & u \\ v & -u & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} + g \begin{bmatrix} \sin \theta \\ -\cos \theta \sin \varphi \\ -\cos \theta \cos \varphi \end{bmatrix} \quad (5)$$

onde $\dot{u}$, $\dot{v}$ e $\dot{w}$ são as acelerações inerciais puras nos eixos do acelerômetro, u , v e w são as velocidades lineares sobre esses eixos, que, juntamente com as velocidades angulares eixos ω_x , ω_y e ω_z , provocam acelerações devido a força de Coriolis. Nota-se pela diagonal principal constituída por zeros, que a rotação de um eixo não interfere na aceleração de Coriolis deste, enquanto as rotações dos outros dois eixos interferem, pois elas fazem com que este eixo mude de direção. O segundo termo é responsável pela projeção da aceleração gravitacional g nos três eixos do acelerômetro.

A determinação da atitude de um corpo utilizando apenas o acelerômetro obtém mais sucesso quando não é submetido à aceleração inercial e nem à força de Coriolis, ou seja, quando não há movimentos lineares.

Se $\dot{u} = \dot{v} = \dot{w} = 0$ e $u = v = w = 0$, as acelerações medidas pelo acelerômetro estarão somente em função da gravidade, como na equação a seguir:

$$\begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} = g \begin{bmatrix} \sin \theta \\ -\cos \theta \sin \varphi \\ -\cos \theta \cos \varphi \end{bmatrix} \quad (6)$$

reescrevendo a equação (6) têm-se os ângulos de rolamento (φ) e arfagem (θ) determinados pelas equações (7) e (8).

$$\varphi = \arcsin\left(\frac{-a_y}{g \cos \theta}\right) \quad (7)$$

$$\theta = \arcsin\left(\frac{a_x}{g}\right) \quad (8)$$

Segundo Kim (2011), em aplicações onde há pequenas acelerações inerciais e velocidades constantes, estas equações podem ser utilizadas como aproximações. Entretanto, nota-se que há um problema de singularidade, pois na equação (8), quando $a_x = g$, $\theta = \pi/2$, e aplicando esse resultado na equação (7), encontra-se $\cos \pi/2 = 0$, fazendo com que o denominador entre parênteses seja 0, logo $-a_y$ será dividido por 0, tornando o ângulo φ indefinido.

Uma grande vantagem da determinação de atitude utilizando acelerômetros ao invés de giroscópios, é que apesar de se utilizar de

aproximações, os erros não são integrados no tempo, desta forma, não há acúmulo de desvios que se acentuam de acordo com o tempo de navegação.

3.7 Determinação de atitude com giroscópios

Como apresentado na seção 3.3.1, a medição dos giroscópios não sofre grandes interferências de acelerações lineares, tanto gravitacionais como inerciais. Em contrapartida, apresenta maior ruído interno devido à complexidade do sistema que o compõe.

Para a apresentação do conceito, com base na representação dos três eixos ortogonais do sistema RPY, representados na Figura 20, busca-se, como exemplo, estimar o ângulo de rolamento (φ). Considerando que o corpo girará somente no eixo em estudo, o eixo X, e se conhece a condição inicial do rolamento (φ_0), tem-se a determinação desse ângulo em função do tempo pela seguinte equação.

$$\omega_x = \dot{\varphi}$$

$$\varphi(t) = \varphi_0 + \int \omega_x \cdot dt \quad (9)$$

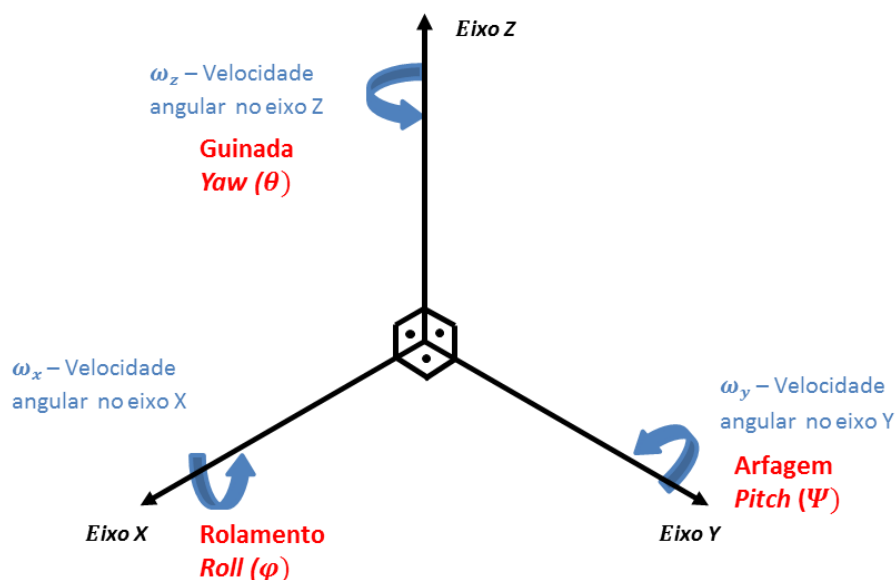


Figura 20 – Relação dos dados de um giroscópio com o sistema RPY

Ainda de acordo com a representação da Figura 20, a mesma equação pode ser utilizada para determinar os ângulos de guinada (θ) e arfagem (ψ) seguindo as considerações citadas. Como citado anteriormente, quando os

ângulos φ , θ e Ψ são obtidos por um sistema, este é denominado como SRA. Em alguns sistemas de navegação inercial, a determinação da arfagem (Ψ) é realizada em relação ao norte magnético da Terra, essa informação é conhecida como *heading*. Esta última, não é abordada neste trabalho por usar sensores magnéticos, ou seja, não inerciais.

O exemplo citado está limitado a rotações em um único eixo, logo, em um sistema onde há rotações consecutivas nos eixos X, Y e Z, é necessária a aplicação de um método matemático para expressar a relação entre as coordenadas de referência (neste caso, as condições iniciais) e as novas coordenadas estimadas. Estes métodos matemáticos são aqueles apresentados na seção 3.5, e para demonstração, serão utilizados os Ângulos de Euler. Os Ângulos de Euler são representados pelas variáveis φ , θ e Ψ assim como na Figura 20.

Segundo Kim (2011) a transformação de coordenadas que encontra a atitude de um corpo a partir das três componentes de velocidades angulares ω_x , ω_y e ω_z de giroscópios, é feita pela seguinte equação matricial:

$$\begin{bmatrix} \dot{\varphi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\Psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sin \varphi \tan \theta & \cos \varphi \tan \theta \\ 0 & \cos \varphi & -\sin \varphi \\ 0 & \sin \varphi / \cos \theta & \cos \varphi / \cos \theta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} \quad (10)$$

A partir da equação (10), também conhecida como matriz de transformação de coordenadas, é possível encontrar as velocidades angulares $\dot{\varphi}$, $\dot{\theta}$ e $\dot{\Psi}$, e com a integração desses três valores, ao invés de ω_x , ω_y e ω_z , obtêm-se os três Ângulos de Euler. Assim, mesmo após sucessivas rotações, encontra-se a atitude correta do corpo em estudo.

Segundo Santana (2011) o uso destas equações está limitado até que as soluções para φ e Ψ não se tornem indefinidas, ou seja, até que não ocorra a singularidade denominada *gimbal lock*, onde $\theta = \pm 90^\circ$.

Este método possui a desvantagem de utilizar integrações na determinação de atitude, logo, os erros característicos dos giroscópios serão integrados, aumentando o desvio dos resultados com o tempo de navegação.

4 FILTRO DE KALMAN

Segundo Grewal e Andrews (2008), em uma abordagem teórica, o Filtro de Kalman (FK) é um estimador para o problema linear quadrático. Este é o problema ocorrido na estimação de um estado instantâneo para um sistema dinâmico linear perturbado por um ruído branco utilizando medições linearmente relacionadas com o estado corrompido por um ruído branco. O resultado deste estimador é estatisticamente ótimo em relação à função quadrática do estimador de erro.

Segundo mesmo autor, em uma abordagem prática, o FK se consolidou como uma importante ferramenta de estimação estatística, e logo foi aplicado para o controle de complexos sistemas dinâmicos, tais como: processos contínuos de manufatura, aeronaves, navios e espaçonaves. Em certos processos, nem sempre é possível medir cada variável que se deseja controlar, e com o FK obtém-se resposta inferindo a informação faltante e considerando o ruído agregado na medição.

O FK também é utilizado para predição de sistemas dinâmicos onde não é possível o controle, como fluxo de rios durante cheias, trajetórias de corpos celestiais e preços das ações nas bolsas de valores.

Mesmo o FK sendo um estimador, é comumente chamado de “filtro”. Pode-se entender a palavra filtro como um separador de elementos indesejáveis, tanto sólidos, líquidos ou gasosos. Pensando na era dos rádios e circuitos valvulados, os filtros podem ser circuitos eletrônicos analógicos que separam sinais de frequências indesejadas. Na década de 30, com Kolmogorov e Wiener, este conceito foi estendido para a separação de sinais e ruídos, sendo caracterizados pelas suas densidades espectrais de potência.

Com o FK, o termo filtro vai além da simples ideia de separação de componentes de uma mistura. Ele também inclui a solução do problema da inversão, no qual se representam as variáveis medidas como funções das variáveis de interesse. Em suma, ele inverte a relação das funções e estima variáveis independentes como funções inversas de variáveis dependentes mensuráveis.

Quando o objetivo na estimação de estados de um sistema dinâmico é estimar precisamente suas características no tempo, é necessário levar em consideração todos os detalhes do comportamento dinâmico. Entretanto alguns processos são praticamente impossíveis ou inviáveis de serem modelados dinamicamente. Frente a esse problema na modelagem em relação ao real, o melhor a fazer é expressar o tamanho desse problema utilizando probabilidades.

Como um panorama geral, o Filtro de Kalman é baseado e estruturado conforme os conceitos matemáticos da Figura 21.

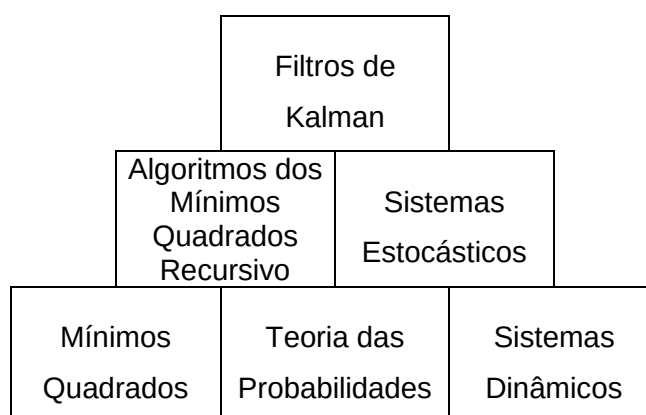


Figura 21 – Conceitos relacionados aos Filtros de Kalman – (GREWAL e ANDREWS, 2008)

Neste trabalho será abordado o Filtro de Kalman em tempo discreto, justamente para implementação em computador digital. A abordagem deste filtro para tempo contínuo é conhecida como *Kalman-Bucy Filter*.

A título de curiosidade, segundo Grewal e Andrews (2008), a primeira ideia do Filtro de Kalman foi concebida por Rudolf E. Kalman, quando trabalhava para o Instituto de Estudos e Pesquisas Avançadas da Força Aérea Norte-Americana. Segundo o autor, o primeiro passo para a descoberta de Kalman foi durante uma pane no trem onde viajava de Princeton para Baltimore em novembro de 1958, ficando horas parado esperando que a viagem continuasse. Kalman de repente se fez a seguinte indagação: “*Por que não aplicar a notação de variáveis de estado ao filtro de Wiener-Kolmogorov?*”. Como estava com dor de cabeça, somente tomou nota, para, a partir daí, desenvolver esta ferramenta.

4.1 Aplicações do Filtro de Kalman

As aplicações do FK estão presentes em muitos campos. Ele é usado como ferramenta com dois principais objetivos: estimação e análise de desempenho de estimadores.

O FK utiliza parâmetros de distribuição de probabilidades de erros estimados determinando ganhos ótimos de filtros. Estas distribuições podem ser utilizadas na avaliação de desempenho como uma função de parâmetros de projeto de sistemas estimadores, tais como:

- tipos de sensores a serem utilizados;
- local e orientação de vários tipos de sensores em relação ao sistema a ser estimado;
- as características de permissividade a ruído dos sensores;
- os métodos de pré-filtro para suavização do ruído do sensor;
- as taxas de amostragem de vários tipos de sensores;
- o nível de simplificação do modelo para reduzir requisitos de implementação.

4.2 Modelo de sistema considerado no Filtro de Kalman

Como o FK está embasado no conceito de variáveis de estado, pode ser facilmente implementado em forma de algoritmo em um computador digital.

Outra característica importante para ser implementado é que este filtro é recursivo, possibilitando que o código não armazene continuamente o valor de todas as leituras efetuadas, nem aumente o número de variáveis do algoritmo com o passar do tempo.

Segundo Kim (2011), o FK pode ser dividido em dois processos: **estimação** e **predição**. O FK considera o seguinte modelo para o sinal de entrada na **estimação**:

$$z_k = Hx_k + v_k \quad (11)$$

A medição da entrada externa z_k é uma função da variável de estado a ser estimada x_k , relacionadas pela matriz de sensibilidade da medição H , somada a um ruído branco v_k , considerado a parte estocástica do processo.

Para o processo de **predição** o FK considera o seguinte modelo:

$$x_{k+1} = Ax_k + Bu_k + w_k \quad (12)$$

Desta forma, o sistema faz uma predição do próximo estado x_{k+1} com base no estado atual x_k e no modelo determinado pela matriz A , mais uma segunda entrada u_k para ser fundida dentro do processo predição. Este modelo considera ainda, w_k representando o ruído induzido no sistema e que afeta as variáveis de estado.

Para projetar o FK, devem-se determinar as matrizes A , B e H coerentes para o sistema a ser aplicado o FK, representando o comportamento determinístico do sistema.

Na representação do comportamento aleatório do sistema, em geral, não é possível fazer uma predição do valor de um ruído, mas é possível estimá-lo estatisticamente. No FK, é necessário conhecer somente a variância do ruído, assumindo-a como uma distribuição normal com média igual a zero. O ruído é representado pelas seguintes matrizes de covariância:

$Q = \text{matriz de covariância de } w_k, (n \times n) \text{ matriz diagonal}$

$R = \text{matriz de covariância de } v_k, (m \times m) \text{ matriz diagonal}$

A matriz de covariância é aquela que compreende a variância das variáveis envolvidas no modelo. Por exemplo, se há n ruídos $w_1, w_2, \dots, w_n$ e a variância dessas n variáveis forem consideradas como $\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_n^2$, as matrizes de covariância, tanto a Q como a R , são representadas com a seguinte estrutura:

$$Q_{(n \times n)} = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_n^2 \end{bmatrix} \quad (13)$$

Segundo Kim (2011) é um desafio definir as matrizes Q e R com exatidão, mas há um limite para fazê-la analiticamente devido às várias fontes de erros, ou seja, é inevitável recorrer ao método de tentativa e erro para determinar os valores destas matrizes.

4.3 Algoritmo do Filtro de Kalman Discreto

Kim (2011) apresenta um algoritmo a ser implementado em um computador digital. O processo utiliza as seguintes variáveis:

- Entrada externa: z_k
- Estado estimado: $\hat{x}_k$
- Modelo do sistema:
 A, B e H (parte dinâmica), Q e R (parte estocástica)
- Computação interna: $\hat{x}_k^-, P_k^-, P_k, K_k$
- Valores iniciais do estado e da covariância: $\hat{x}_0, P_0$

A implementação do FK pode ser obtida respeitando cada passo de uma série de equações, formando o algoritmo a seguir:

Passo 0: Definir valores iniciais

$$\hat{x}_0, P_0$$

Passo 1: Predizer o estado $\hat{x}_k^-$ e a covariância do erro P_k^-

$$\hat{x}_k^- = A\hat{x}_{k-1} + Bu_k \quad (14)$$

$$P_k^- = AP_{k-1}A^T + Q \quad (15)$$

Passo 2: Calcular o ganho de Kalman K_k

$$K_k = P_k^- H^T (HP_k^- H^T + R)^{-1} \quad (16)$$

Passo 3: Estimar o estado $\hat{x}_k$

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K_k(z_k - H\hat{x}_k^-) \quad (17)$$

Passo 4: Calcular a covariância do erro P_k

$$P_k = P_k^- - K_k H P_k^- \quad (18)$$

O passo 0 só é executado uma vez, após este passo, são repetidos os passos de 1 a 4.

O passo 1 é responsável pela predição tanto do estado $\hat{x}_k^-$ quanto da covariância do erro P_k^- , estes serão usados nos passos 2, 3 e 4. O sinal “-” sobrescrito significa que é um parâmetro predito. Estas equações estão diretamente relacionadas com o modelo do sistema.

No passo 2 é calculado o ganho de Kalman K_k . Este ganho tem a função de atribuir mais ou menos peso para a nova leitura z_k na composição da estimação que ocorre no passo 3.

O passo 3 é o que efetivamente lê o sinal de entrada medido z_k para estimar o estado observado $\hat{x}_k$. Isto é feito com o auxílio do estado predito $\hat{x}_k^-$ e o ganho de Kalman K_k .

No passo 4 é calculada a covariância do erro. Ela indica o quão exata está a estimação. A decisão de confiar ou descartar a predição calculada no passo 2 (o ganho de Kalman K_k) é baseada na análise da covariância do erro.

Quando as matrizes A e H são constantes e por expressarem a relação dinâmica entre a entrada e a saída do sistema, este FK deve ser utilizado para sistemas lineares. Existem variações dos FK, chamadas *Extended Kalman Filter* (EKF) e *Unscented Kalman Filter* (UKF) que são apropriados para sistemas não lineares.

5 MATERIAIS E MÉTODOS

Nesse capítulo é apresentado os materiais e métodos utilizados no experimento. É dividido em quatro seções, sendo que a primeira trata do mecanismo de referência e aquisição de dados, e as outras seções apresentam métodos de determinação e estimação do ângulo de atitude, todos avaliados por comparação com o mesmo resultado obtido pelo *encoder*.

5.1 Mecanismo de referência e aquisição de dados

Sabe-se que os dados da UMI precisam passar por um algoritmo que estime a atitude do objeto desejado. Para avaliar a eficiência destes algoritmos de estimação, optou-se pela construção de um mecanismo de referência, comparando os resultados obtidos com um instrumento que meça o ângulo de atitude de forma direta e confiável. Esse mecanismo de referência é um pêndulo simples. Este mecanismo foi escolhido por facilitar a medição direta do ângulo de atitude, por provocar acelerações inerciais nos eixos que estimam este ângulo e apresentar semelhanças aos movimentos encontrados em diversas aplicações, como exemplo, na marcha humana ou em um VANT. Desta forma, a escolha do pêndulo não tem nenhuma relação com o movimento harmônico simples, e não há nenhum tipo de modelagem utilizando a massa e coeficiente de atrito do mecanismo construído.

5.1.1 Construção do mecanismo de referência - Pêndulo

Montou-se um pêndulo similar ao descrito em Godfrey, Hourigan e Ólaighin (2007), com uma UMI modelo MPU-6050 (INVENSENSE, 2013), contendo tanto um acelerômetro, como um giroscópio, triaxiais, acoplados à sua extremidade oscilante.

Este pêndulo é um conjunto mecânico formado por uma placa principal usinada com 9 mm de espessura, com furações para suportar todos os outros elementos e fixá-la em uma mesa ou bancada (conforme Apêndice A). Perpendicularmente acoplada a essa peça, há uma segunda placa usinada (conforme Apêndice B) utilizada para fixação do *encoder* (modelado no Apêndice C). Nesse conjunto, há dois mancais de ferro fundido (conforme Apêndice D) fixados a placa principal. Cada mancal foi usinado para receber

um rolamento de esferas radial de código SKF608 (conforme Anexo A). Há um eixo usinado com diâmetro de 8 mm (conforme Apêndice E) apoiado nos dois rolamentos e transmitindo os movimentos da haste até o *encoder*. Na haste (conforme Apêndice F) há um rasgo e furações que formam uma abraçadeira, acoplando-a perpendicularmente ao eixo usinado; há um rebaixo na outra ponta da haste, onde está posicionada UMI em estudo. Para transmitir o movimento do eixo de rotação ao *encoder* é utilizado um acoplamento de alumínio (conforme Apêndice G). As demais peças são de aço-carbono ABNT1020. Todas partes foram unidas por parafusos e porcas ou parafusos e roscas internas. A montagem completa do conjunto modelada na ferramenta *Inventor®* da *Autodesk®* é apresentada na Figura 22 e no Apêndice H.

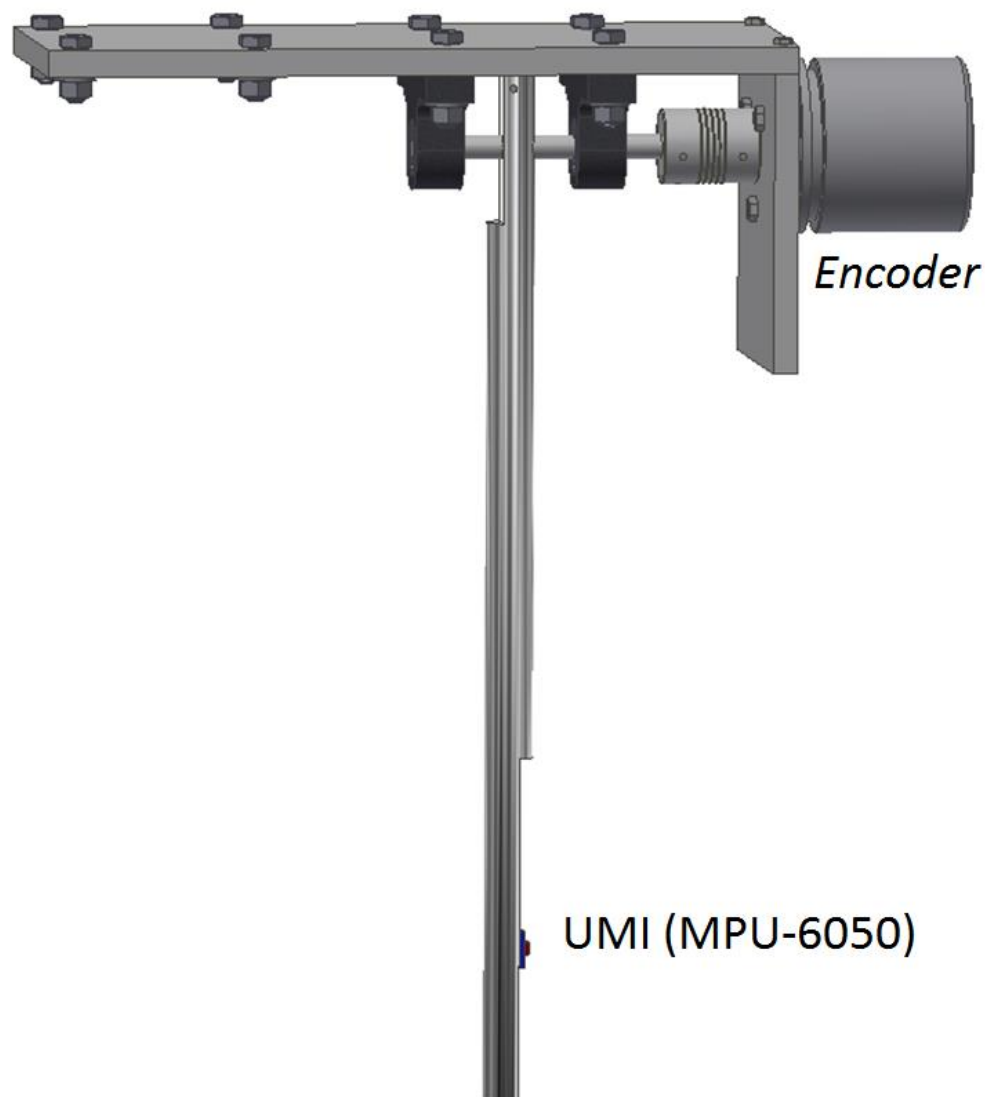


Figura 22 – Modelagem gráfica do pêndulo em estudo

5.1.2 Método de aquisição de dados no experimento

A aquisição dos dados do experimento foi realizada em ambiente *LabVIEW®* com o código e tela apresentados no Apêndice I. Foi necessário concentrar os dados recebidos em um único *software*, pois como os dados são enviados de dois dispositivos diferentes, é de grande importância a sincronização destes, a UMI e o *encoder*.

Para transmitir os dados da UMI MPU-6050 até o *LabVIEW®*, foi utilizado um *Arduino Uno*, uma plataforma de prototipagem eletrônica de *hardware* livre, projetada com um microcontrolador *Atmel AVR®* de placa única, com suporte de entrada/saída embutido e uma linguagem de programação padrão C/C++. Desta forma, o *Arduino* trabalha como uma placa de aquisição, interfaceando a comunicação serial I2C da UMI com o padrão RS-232C emulado em USB conectado a um computador pessoal (PC). Os dados foram adquiridos a cada 10 milissegundos, controlados por interrupção de *Timers* no *Arduino*, sendo enviado também o número de contagem a cada leitura realizada. Este código fonte pode ser analisado no Apêndice J.

As conexões elétricas efetuadas entre o *Arduino* e o MPU-6050 podem ser visualizadas no Apêndice K. O *Arduino* foi escolhido devido à facilidade de montagem do *hardware* e o número de bibliotecas de comunicação disponíveis.

Já o *encoder* absoluto utilizado é do tipo *singleturn* com resolução de 12 bits, possui comunicação em meio físico RS-485 pelo protocolo *MODBUS*. Para aquisição deste sinal foi utilizado um conversor RS-485 para USB e biblioteca específica para leitura em ambiente *LabVIEW®*. Como este *encoder* utiliza um taxa de transmissão de apenas 9600bps, uma nova informação de posição do eixo só chega ao PC após aproximadamente 50ms. Como isto resulta numa taxa de amostragem diferente da UMI e é necessário gerar vetores de dados com mesmo tamanho para comparação, é realizada uma interpolação repetindo os dados da ultima leitura do *encoder* até que chegue uma nova informação. Por isso, no processo de avaliação e comparação com os resultados da UMI, somente o primeiro de cada cinco dados do vetor do *encoder*, que representa uma leitura real, será utilizado. Os dados do fabricante do *encoder* estão no Anexo B.

Todos os dados da UMI e do *encoder* são concentrados pelo código *LabVIEW®*, são devidamente ordenados, e passam por um algoritmo de segurança contra falhas de comunicação. Neste, é feita a comparação interna do dado da contagem das iterações enviado pelo *Arduino* e da contagem interna do *LabVIEW®*, assegurando que nenhum dado foi descartado durante a comunicação serial. Ao final é gerado um arquivo de extensão *.txt* ou *.csv* para posteriormente ser aplicado o método matemático de tratamento a ser estudado. O processo de aquisição é resumido na Figura 23.

Medição direta do ângulo θ	Medição indireta – UMI
Materiais: Encoder absoluto 12 bits Método: Comunicação Serial MODBUS RS-485 => Labview => .csv => MATLAB	G_z, A_x, A_y Materiais: MPU-6050 • Giroscópio Triaxial • Acelerômetro Triaxial Arduino Uno Método: Comunicação Serial I2C => Arduino => LabVIEW=> .csv => MATLAB

Figura 23 - Quadro de resumo do método de aquisição

Apesar dos testes puderem ser realizados no próprio *LabVIEW®*, optou-se por exportar os dados para o *MATLAB®* devido a maior experiência na manipulação dos dados neste software.

5.1.3 Respostas dos sensores no ensaio submetido

Nesta seção, apresentam-se as respostas puras (sem nenhum tratamento) dos sensores durante o ensaio com o pêndulo, registrando os dados a serem utilizados em todos os métodos de determinação e estimação abordados neste trabalho.

As primeiras (mais de 200) amostras do *encoder* e dos sensores inerciais foram coletadas com o pêndulo em repouso na vertical. Para isto, com o sistema ligado, é iniciada a coleta de amostras pelo *LabVIEW®*, aguardou-se mais de dois segundos para, em seguida, manualmente, colocar o pêndulo num ângulo inicial qualquer e soltá-lo, para que suas oscilações se iniciassem. As médias daquelas amostras iniciais foram usadas para uma autocalibração do sistema dentro dos próprios algoritmos de estimação. Com elas,

identificaram-se os valores fornecidos pelo *encoder* e pelos sensores inerciais quando o ângulo e as velocidades são nulas, e consequentemente, quando a aceleração é puramente gravitacional. Esses valores são adotados como erros de polarização constante (*offset*) nos sensores, sendo aplicadas as correções nos algoritmos de estimação no *MATLAB®*.

A série de amostras dos ângulos de referência fornecidas pelo *encoder*, durante os 366 segundos, assim corrigida e convertida em graus, é mostrada na Figura 24 e em versão ampliada no Apêndice L.

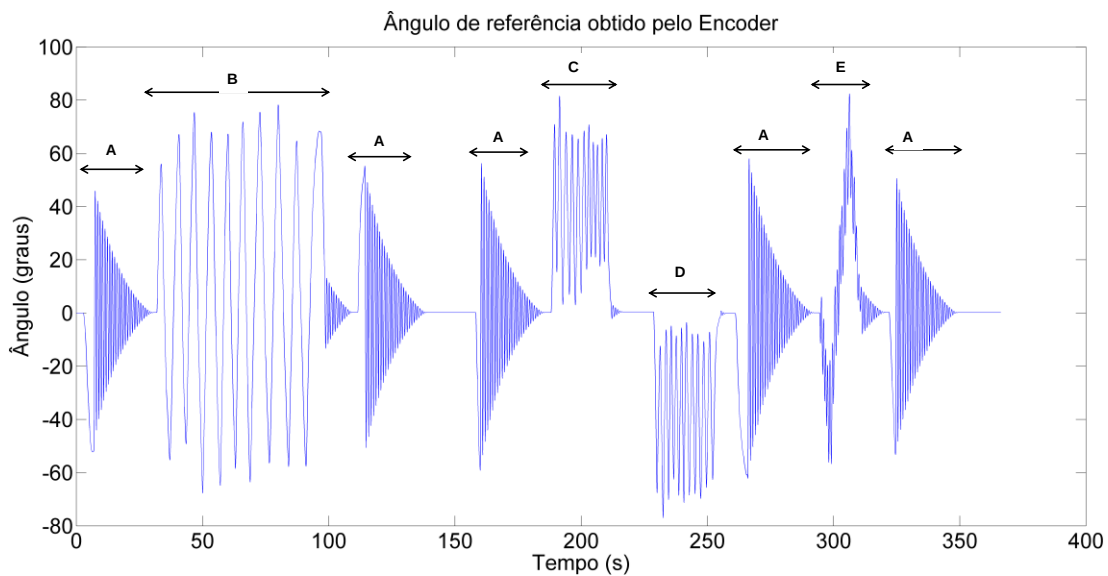


Figura 24 - Ângulo θ de referência em função do tempo

Nela, vê-se: a fase inicial de repouso, para autocalibração, seguida pelo posicionamento manual do pêndulo num ângulo de quase -60 graus e sua liberação para as oscilações naturais até atingir o repouso (trecho tipo A); foi submetido a 10 oscilações manuais com velocidades menores e depois solto perto do ponto 0 grau (trecho tipo B); dois ciclos semelhantes ao primeiro (trecho tipo A), um iniciando em +60 graus e outro novamente em -60 graus; um movimento manual oscilando somente em ângulos positivos (trecho tipo C) e outro somente em ângulos negativos (trecho tipo D); outra perturbação semelhante à primeira (trecho tipo A); uma oscilação manual composta com oscilações de menor amplitude e maior frequência (trecho tipo E); e por fim, outra semelhante à primeira (trecho tipo A).

As amostras coletadas do eixo x do acelerômetro, correspondentes à aceleração tangencial, receberam correção do erro de polarização constante e foram convertidas para valores em unidade g , sendo equivalente à aceleração da gravidade, adotada, quando necessário, como $9,8\text{ m/s}^2$. Estas são mostradas na Figura 25 e em versão ampliada no Apêndice M.

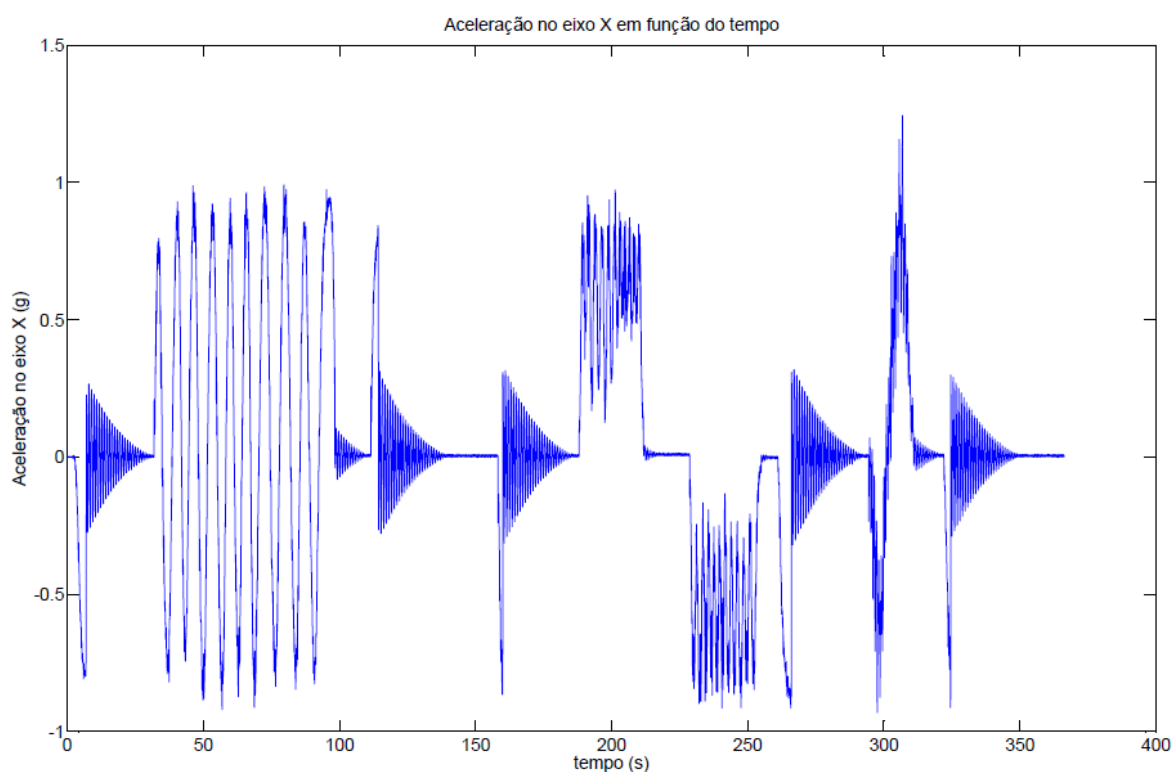


Figura 25 - Amostras da aceleração tangencial, a_t , coletadas no eixo x do acelerômetro (A_x)

As amostras coletadas do eixo y do acelerômetro, correspondentes à aceleração radial, são mostradas na Figura 26 e em versão ampliada no Apêndice N. Vê-se nessas que na fase inicial de repouso, já com a correção do erro de polarização constante, o valor apresentado corresponde à aceleração gravitacional, $-1g$ em relação à direção do eixo de referência, o qual aponta para o centro do pêndulo.

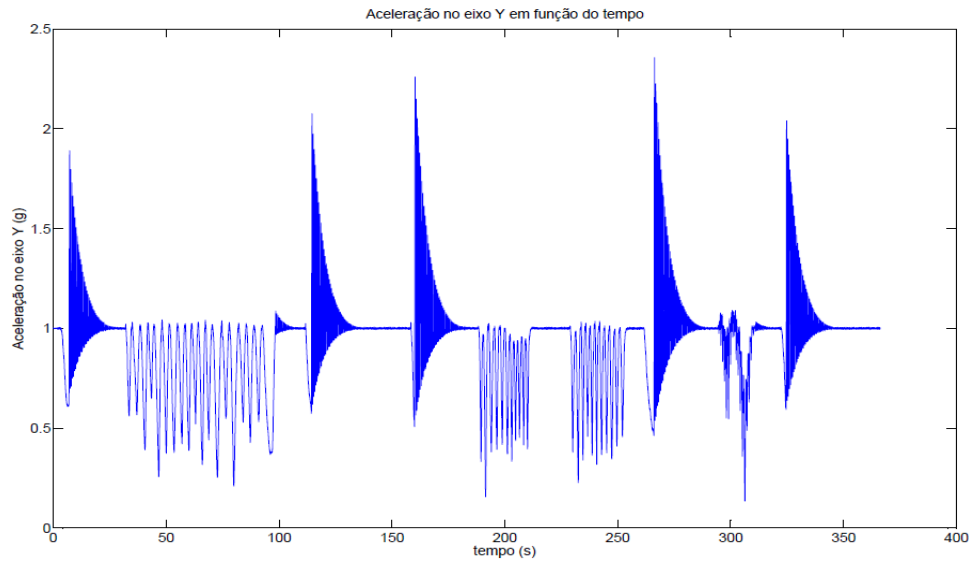


Figura 26 - Amostras da aceleração radial, a_r , coletadas no eixo y do acelerômetro (A_y).

As amostras coletadas do eixo z do giroscópio, correspondentes à velocidade angular, são mostradas na Figura 27 e em versão ampliada no Apêndice O. Após a correção do erro de polarização constante, ela se apresenta inicialmente nula, em seguida, passa a oscilar com a movimentação do pêndulo.

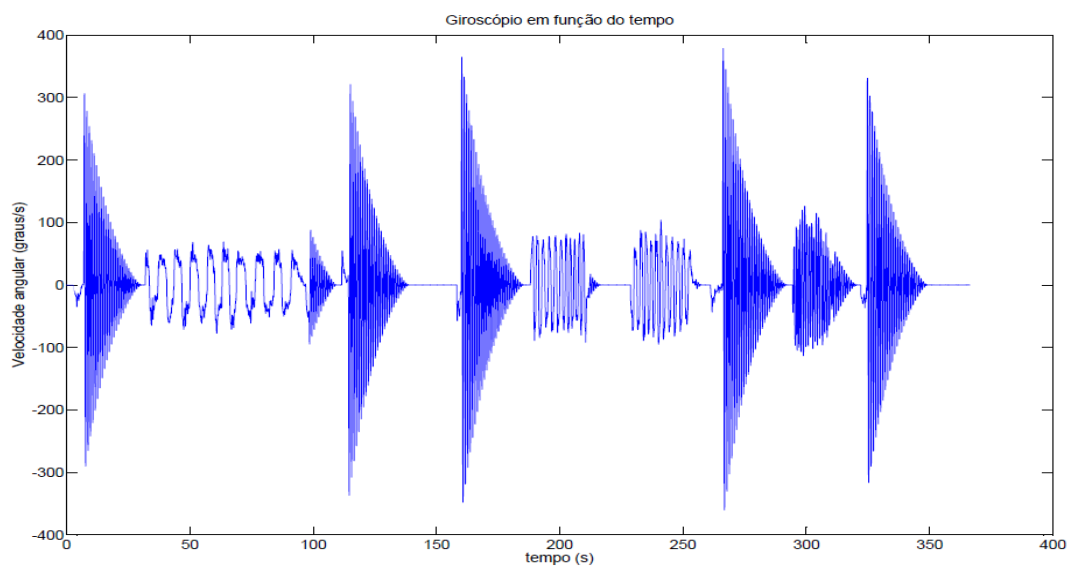


Figura 27 - Amostras da velocidade angular, ω , coletadas no eixo z do giroscópio (G_z).

5.2 Determinação de atitude somente com acelerômetro e somente com giroscópio

Nesta seção são apresentados os resultados da aplicação dos conceitos de determinação de atitude utilizando somente o acelerômetro e somente com giroscópios, conceitos estes encontrados respectivamente nas seções 3.4 e 3.5.

5.2.1 Determinação de atitude somente com acelerômetro

A determinação de atitude utilizando um acelerômetro é calculada pela projeção da aceleração da gravidade em seus eixos. Retomando a equação (8):

$$\theta = \arcsen\left(\frac{a_x}{g}\right) \quad (8)$$

Essa equação é válida quando os eixos do acelerômetro recebem somente acelerações gravitacionais, logo, quanto menos houver acelerações inerciais, melhor será o resultado da determinação de atitude. O pêndulo como mecanismo de referência foi escolhido justamente porque além de submeter o acelerômetro à variação da atitude, promove também acelerações inerciais durante a movimentação do pêndulo, o que é comum na maioria das aplicações. A fim de avaliar o comportamento do acelerômetro nessa condição, obteve-se a resposta utilizando a equação (8). Esse resultado é apresentado na Figura 28 e em versão ampliada no Apêndice P.

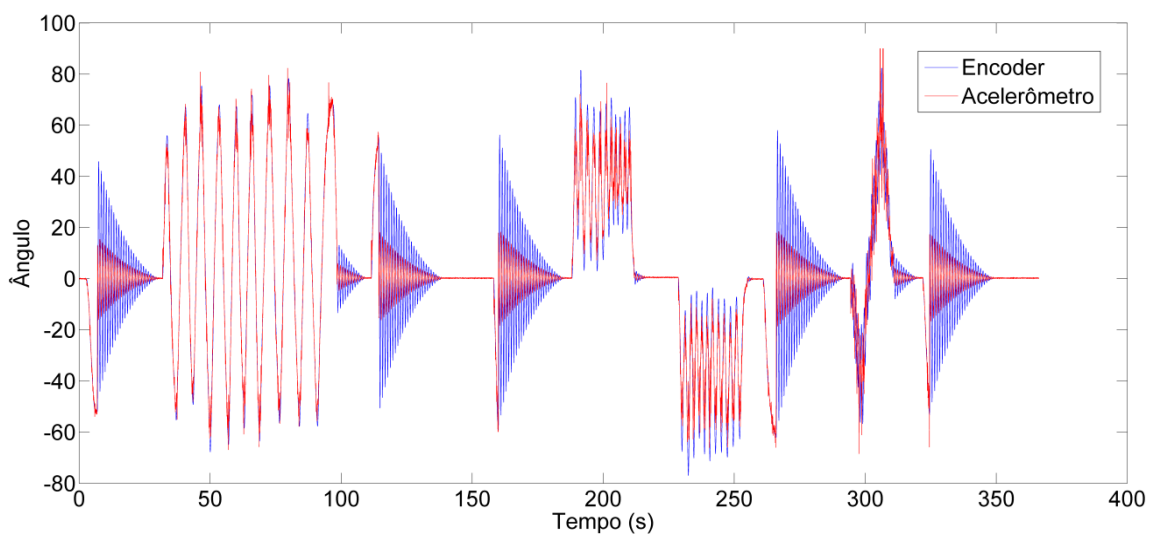


Figura 28 – Comparação do ângulo de referência com a determinação utilizando acelerômetro

Nota-se que o acelerômetro só apresenta bons resultados quando o pêndulo está em repouso ou em movimentos lentos, como na região entre 50 e 100 segundos.

A Figura 29 mostra com detalhes o trecho inicial da aquisição, onde há oscilações livres compostas por grandes acelerações inerciais.

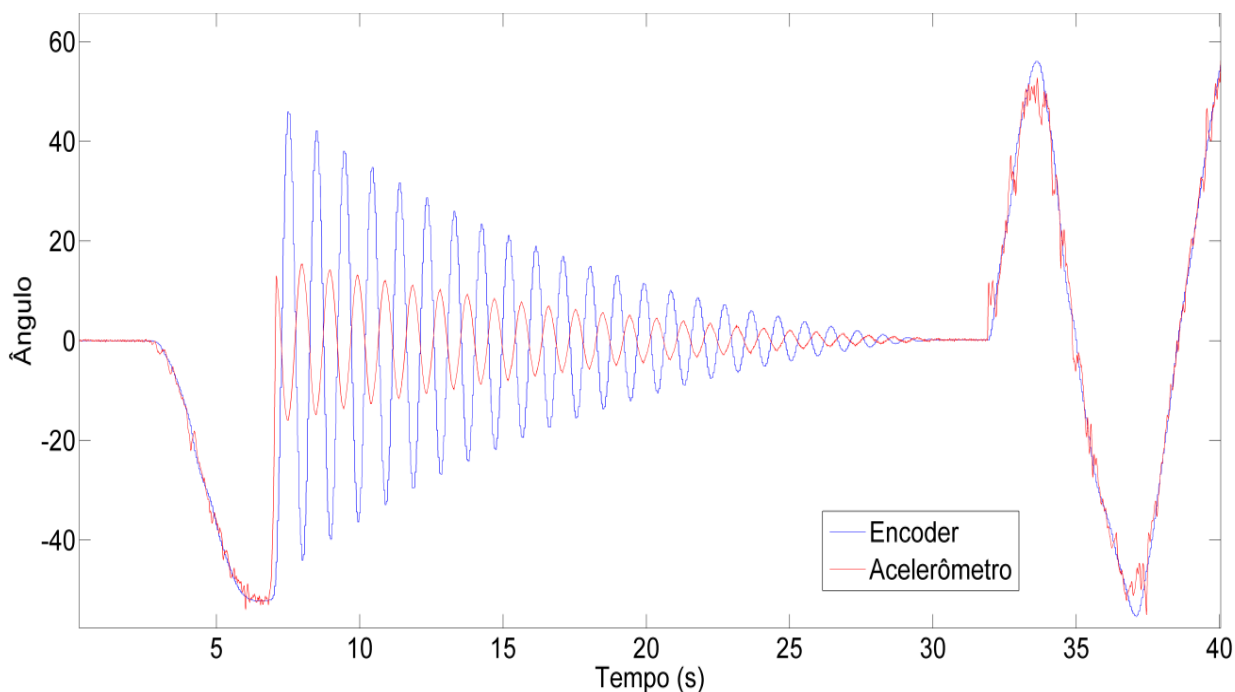


Figura 29 – Trecho inicial da comparação do ângulo de referência e o obtido pelo acelerômetro

É possível perceber que nos pontos de maior movimentação do pêndulo, consequentemente com a presença de acelerações inerciais, a determinação do ângulo de atitude apresenta valores até de sinal oposto ao ângulo fornecido pela referência.

Para melhor avaliar esse fenômeno, apresenta-se na Figura 30 o gráfico do erro absoluto na determinação do ângulo.

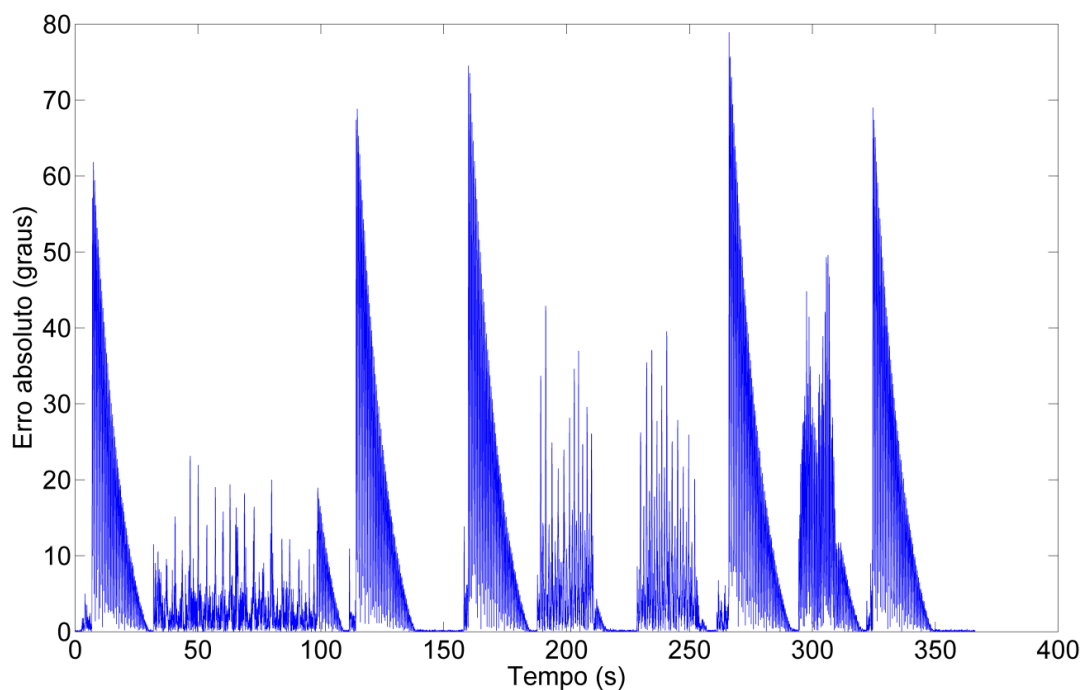


Figura 30 – Erro absoluto na determinação de atitude com acelerômetros

Para comparação de resultados nesse trabalho, adotou-se a avaliação pelo valor da Raiz do Erro Quadrático Médio (REQM, do inglês *RMSE – Root Mean Square Error*) de todos os 366 segundos de aquisição. Essa avaliação resultou em um valor da REQM de **14,8472 graus**.

Na Figura 31, é apresentada a evolução desse valor REQM ao longo de todo o ensaio.

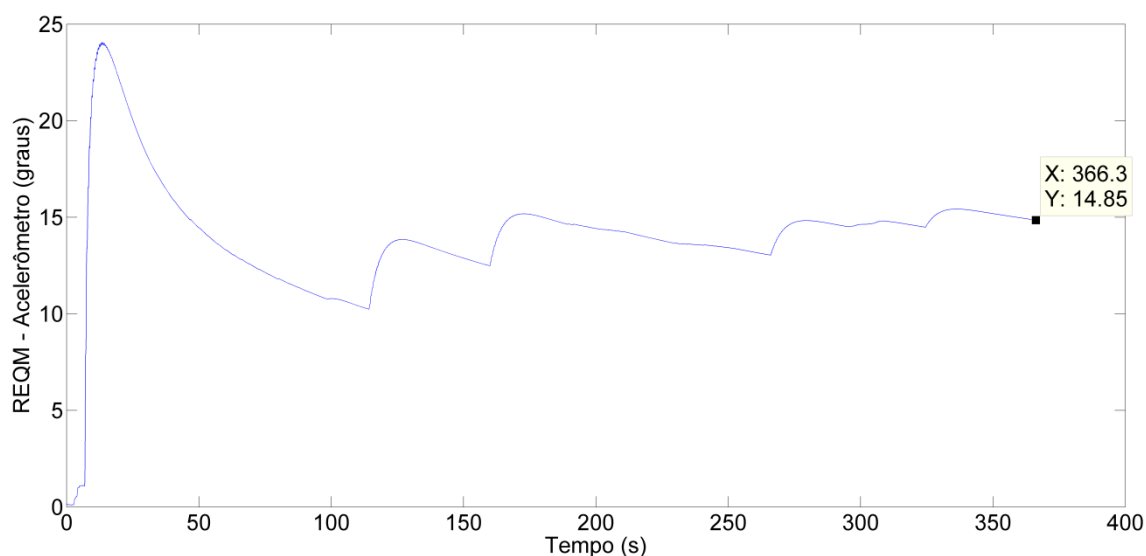


Figura 31 - REQM na determinação com acelerômetros

Percebe-se que, independentemente do tempo de aquisição, o valor médio da REQM aumenta quando há acelerações inerciais e tende a baixar quando o pêndulo está em repouso.

Apresenta-se a seguir, como tabela, o erro calculado pela REQM e as características predominantes nos gráficos de erro.

Método	REQM (°)	Acúmulo de erros em função do tempo	Resposta em alta frequência
Somente acelerômetro	14,85	Não	Ruim

O adjetivo “Ruim” apenas atribui uma avaliação qualitativa para fins de comparação, não sendo aplicada nenhuma relação com valores numéricos.

5.2.2 Determinação de atitude somente com giroscópio

A determinação de atitude com giroscópio é realizada integrando os valores de velocidade angular obtida por ele. Conhecendo sua posição angular inicial φ_0 , determina-se a atitude pela equação (9).

$$\varphi(t) = \varphi_0 + \int \omega_x \cdot dt \quad (9)$$

A Figura 32 e o Apêndice Q (em versão ampliada) apresentam a comparação dos resultados do ângulo de referência obtido pelo *encoder* e da determinação seguindo essa equação.

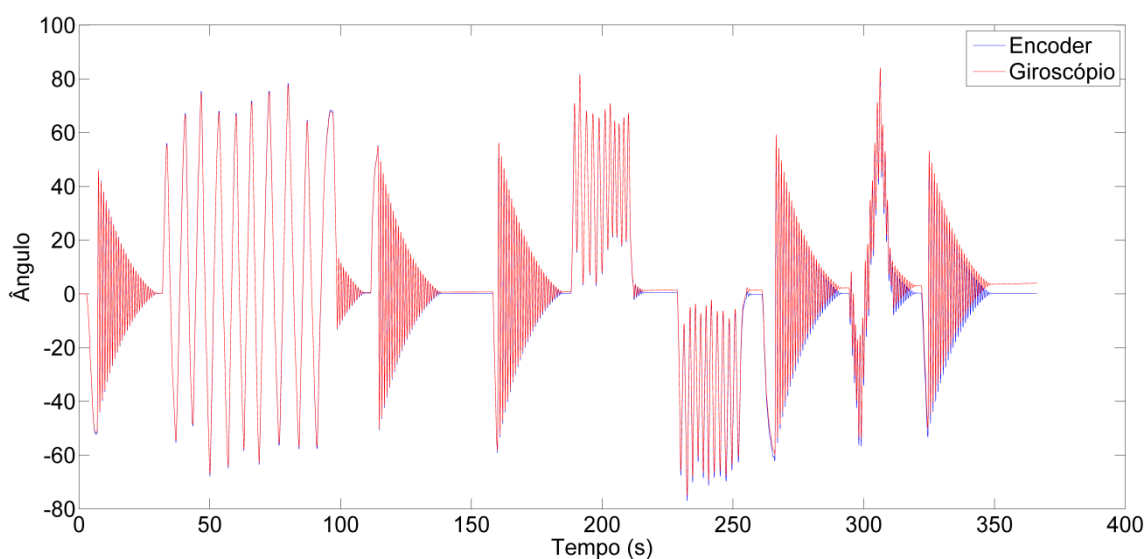


Figura 32 - Comparação do ângulo de referência com a determinação utilizando giroscópio

Na comparação, percebe-se uma resposta próxima no início da aquisição, conforme Figura 33. Porém a determinação de atitude somente com giroscópio acumula um desvio, aumentando o erro com o passar do tempo, conforme Figura 34.

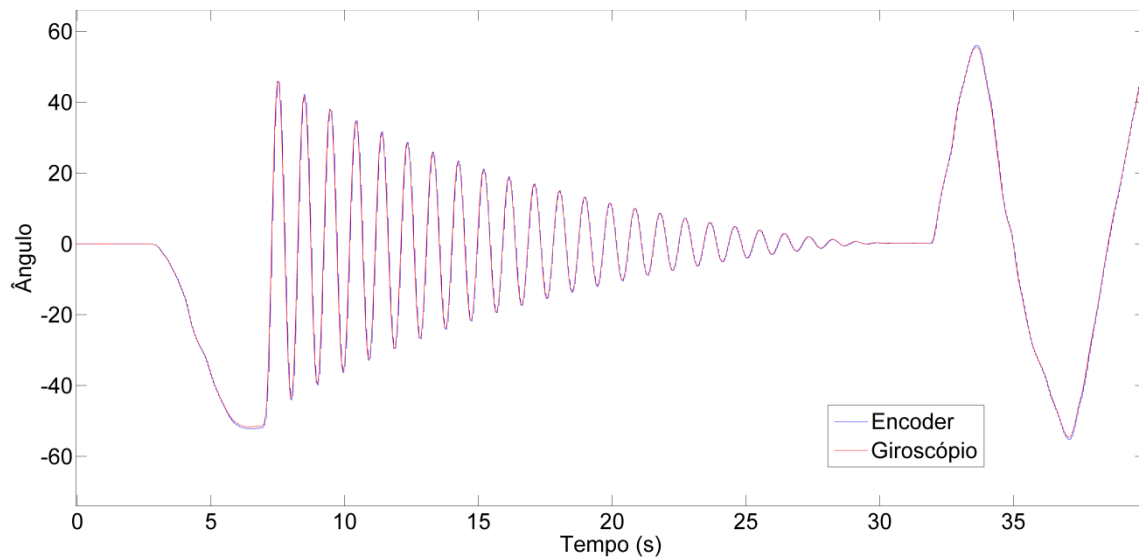


Figura 33 - Trecho inicial da comparação do ângulo de referência e o obtido pelo giroscópio

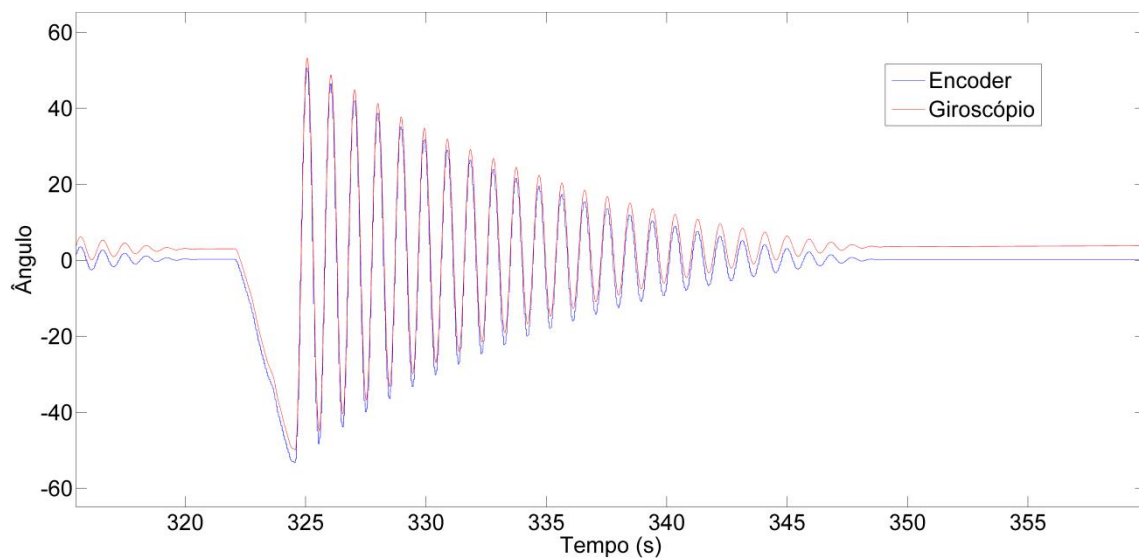


Figura 34 - Trecho final da comparação do ângulo de referência e o obtido pelo giroscópio

Além dessa análise visual, na Figura 35 percebe-se mais claramente o que ocorre com erro absoluto em função do tempo para esse ensaio.

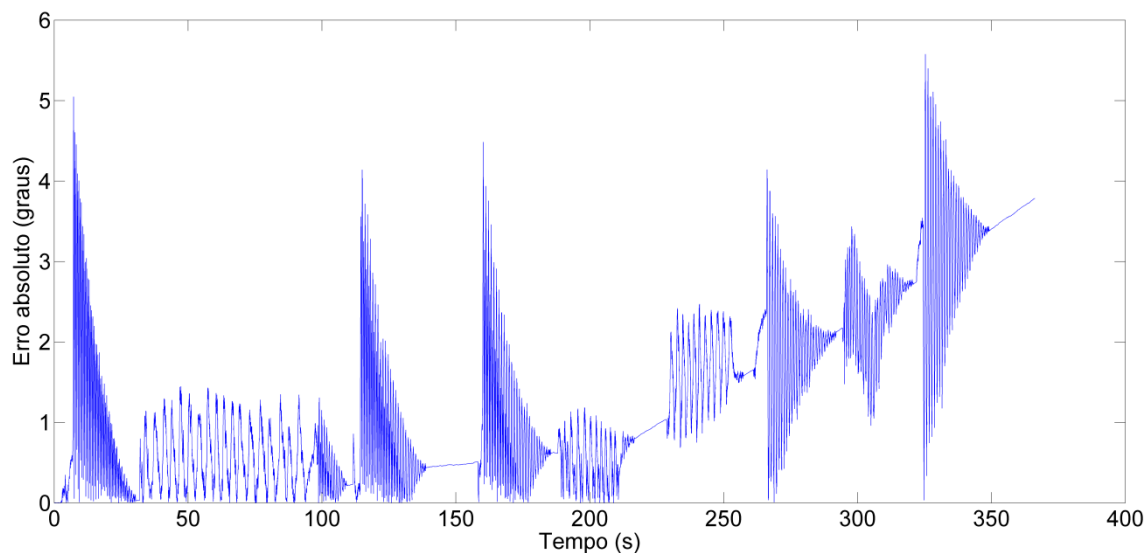


Figura 35 – Erro absoluto na determinação de atitude com giroscópio

É possível perceber que também há algum aumento do erro em pontos onde há grandes movimentações do pêndulo. Possivelmente este erro acontece pela falta de correção no fator de escala dos giroscópios. A Figura 36 apresenta a REQM em função do tempo, que, ao contrário do acelerômetro, aumenta o erro independente de estar em repouso ou não.

A avaliação pelo valor da REQM de todos os 366 segundos de aquisição nesse teste, resultou em **1,7229 graus**.

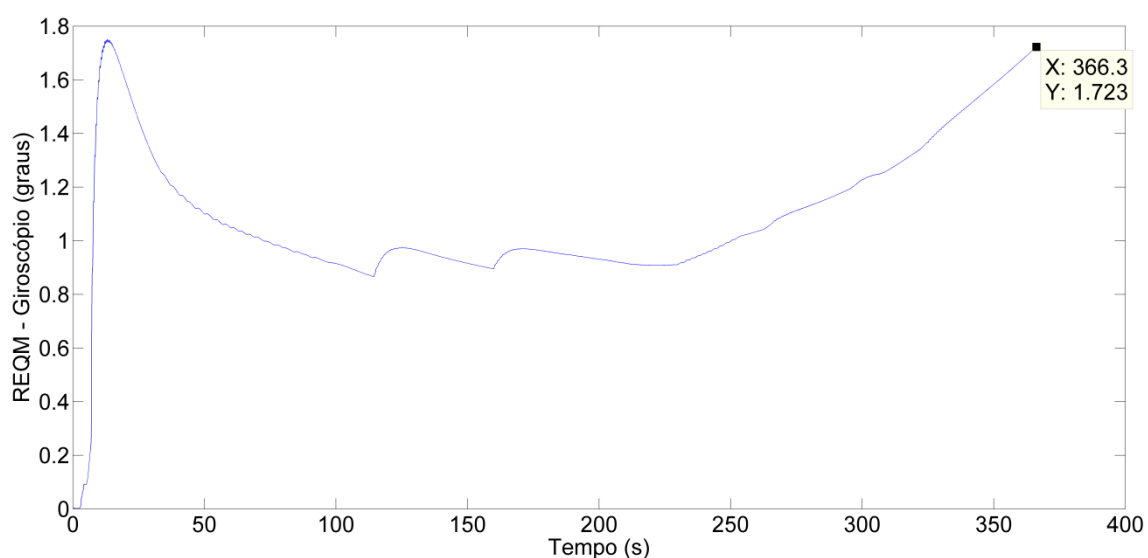


Figura 36 - REQM na determinação com giroscópio

Apresenta-se a seguir, como tabela comparativa, o erro calculado pela REQM e as características predominantes nos gráficos de erro, deste método e do anterior.

Método	REQM (°)	Acúmulo de erros em função do tempo	Resposta em alta frequência
Somente acelerômetro	14,85	Não	Ruim
Somente giroscópio	1,73	Sim	Muito Boa

Os adjetivos utilizados expressam somente a relação entre um método e outro.

5.3 Método de estimação de atitude baseado na dinâmica do pêndulo e sem FK

A aplicação de um método computacional que faz a estimação de atitude para um único ângulo (θ) com base nos valores providos pelos sensores inerciais e conhecendo o comportamento dinâmico do sistema físico construído são os assuntos desta seção.

Será abordada a estimação de apenas um dos ângulos que representam a atitude do objeto. Este ângulo a ser estimado é chamado de θ , que é o ângulo de interesse no mecanismo de referência escolhido, o pêndulo. Este método é válido somente para os movimentos do pêndulo construído e ainda sem a utilização dos Filtros de Kalman.

Dentre os artigos que abordam a estimação de atitude com sensores inerciais, um artigo que se destaca pela semelhança com o objetivo nesta seção, onde se busca um método que não utilize o FK e por também usar um mecanismo pendular de referência é o de Godfrey, Hourigan e Ólaighin (2007).

Esse mesmo artigo inspirou o ensaio elaborado em Cuarelli (2013), trabalho realizado nesse mesmo instituto, que consiste na montagem do mecanismo pendular comparando os dados da UMI modelo MPU6050, a mesma utilizada nesse projeto, com o valor de um potenciômetro de referência.

Segundo Godfrey, Hourigan e Ólaighin (2007) é proposto um sistema no qual um potenciômetro é acoplado ao eixo de um pêndulo e um acelerômetro biaxial é acoplado à extremidade oscilante. Nesse artigo, toma-se como ponto de partida o fato de que os resultados das medições fornecidas pelo acelerômetro são dependentes tanto da aceleração estática quanto da aceleração dinâmica, conforme as expressões:

$$a_t = \alpha r - g \sin \theta \quad (19)$$

$$a_r = \omega^2 r - g \cos \theta \quad (20)$$

em que a_t é a aceleração tangencial, α é a aceleração angular, r é o raio da trajetória, g é o módulo da aceleração gravitacional, θ é o ângulo do pêndulo em relação à vertical, a_r é a aceleração radial e ω é a velocidade angular, conforme a Figura 37. O acelerômetro é acoplado ao pêndulo de forma a ter um de seus eixos alinhado à aceleração tangencial e o outro eixo alinhado à aceleração radial.

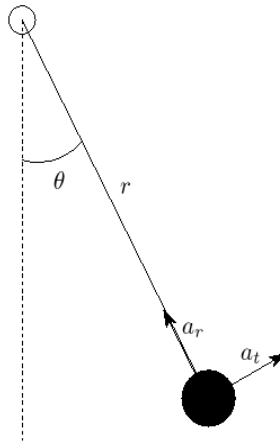


Figura 37 - Notação usada nas equações de movimento do pêndulo

Nas equações de Godfrey, Hourigan e Ólaighin (2007), é previsto mais um termo, o qual é responsável pela aceleração inercial no acelerômetro. Isto é possível, pois a trajetória da UMI é deduzida pelo modelo matemático do pêndulo e pela velocidade angular em que este pêndulo se movimenta. Assim, esta componente inercial da medição do acelerômetro pode ser subtraída na estimação do ângulo θ do pêndulo.

As equações (19) e (20) podem ser reescritas da seguinte maneira:

$$a_t - \alpha r = -g \sin \theta$$

$$a_r - \omega^2 r = -g \cos \theta$$

Dividindo a equação (19) pela (20) reescritas, obtêm-se:

$$\theta = \arctg \frac{a_t - \alpha r}{a_r - \omega^2 r} \quad (21)$$

No artigo de Godfrey, Hourigan e Ólaighin (2007), a partir da série de medidas de ângulos θ feita pelo potenciômetro, é calculada a série de valores ω^2 e α . Simultaneamente, do acelerômetro, obtêm-se séries temporais de a_t e de a_r .

Portanto, o objetivo de Godfrey, Hourigan e Ólaighin (2007) foi a avaliação da qualidade dos resultados de medições de acelerações fornecidos pelo modelo de acelerômetro usado, quando submetido a movimentos similares aos verificados na marcha humana. Estabeleceu-se, desta forma, com este propósito, um método para a avaliação da qualidade de qualquer modelo de acelerômetro de dois eixos.

Isto difere da proposta nesta seção deste trabalho, a qual consiste em seguir o caminho inverso: obter-se, com precisão, a série de valores de θ a partir de séries de valores medidos de a_t e de a_r . Porém, examinando-se as equações (19) e (20), verifica-se que, conhecidos os valores das séries de a_t e de a_r , a obtenção da série de θ não é trivial, visto que o segundo membro de cada uma daquelas equações contém a primeira ou a segunda derivada temporal de θ (ω e α , respectivamente) somada a uma função trigonométrica deste ângulo.

Como solução, optou-se por encontrar o valor de θ (e consequentemente ω e α) a partir, também, de outro sensor inercial, um giroscópio.

Vê-se, na equação (22) que para se estimar a série de θ , deve-se usar a série de α , a qual não é medida diretamente pelos sensores. Sabe-se que α é a derivada de ω em relação ao tempo. Esta derivada poderia ser calculada como:

$$\alpha_i = \frac{d\omega}{dt} \approx \frac{\omega_i - \omega_{i-1}}{T_a} \quad (22)$$

Um ponto a ser destacado é justamente o método de derivação numérica de ω para encontrar α . Como o valor de ω obtido pelo giroscópio tem uma componente de ruído muito grande, as derivação por métodos comuns não eram viáveis, pois acentuam este ruído. Então, a solução foi utilizar uma interpolação polinomial dos dados de ω e em seguida derivar estes polinômios. A quantidade de amostras utilizadas e o grau dos polinômios foram definidos por tentativa e erro, encontrando bons resultados gráficos com um polinômio de terceiro grau para cada 10 amostras. Assim este processo atua também como suavizador da função ruidosa. Os detalhes e o código implementado no *MATLAB*® pode ser encontrado no Apêndice R.

Tendo-se um polinômio interpolador aproximando $\omega(t)$ em cada segmento, obteve-se $\alpha(t)$ como a derivada daquele polinômio em cada instante de amostragem. O resultado de α assim calculado é mostrado na Figura 38.

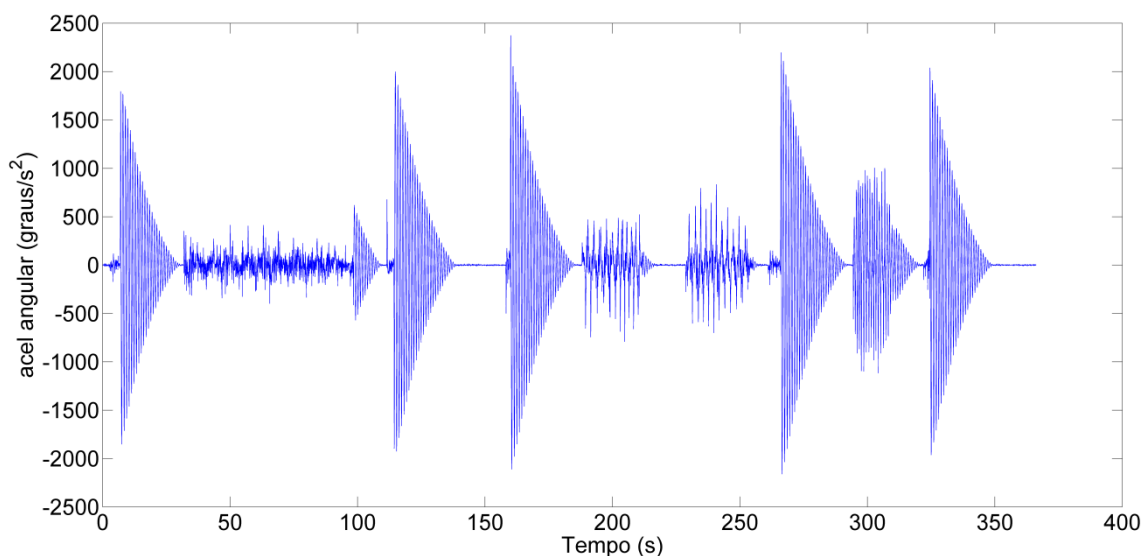


Figura 38 - Aceleração angular α , calculada como a derivada de ω em relação ao tempo.

Finalmente, tendo-se todas as séries necessárias para o cálculo de θ , segundo a equação (21), tendo-se o valor do raio do pêndulo usado nos experimentos, obteve-se a série de θ estimado, mostrada em vermelho sobreposta ao gráfico de θ de referência, em azul. Verificou-se, graficamente, a

boa concordância entre ambos, como na Figura 39 e no Apêndice S em versão ampliada.

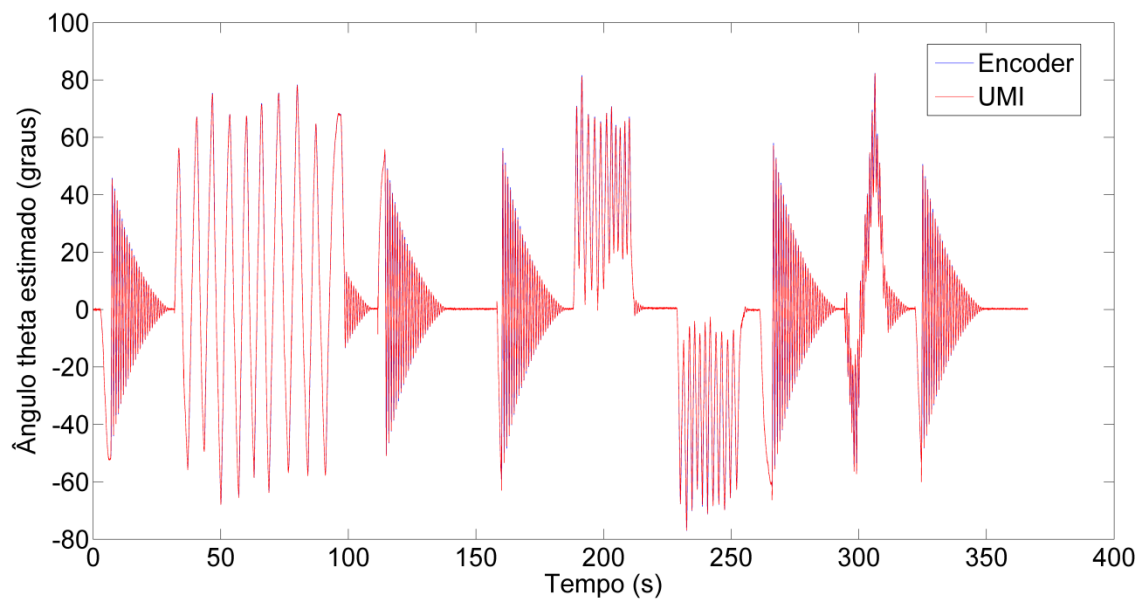


Figura 39 - Comparação entre o ângulo θ estimado e o ângulo de referência

Na Figura 40, nota-se que os erros que apareciam na determinação somente com o acelerômetro foram reduzidos.

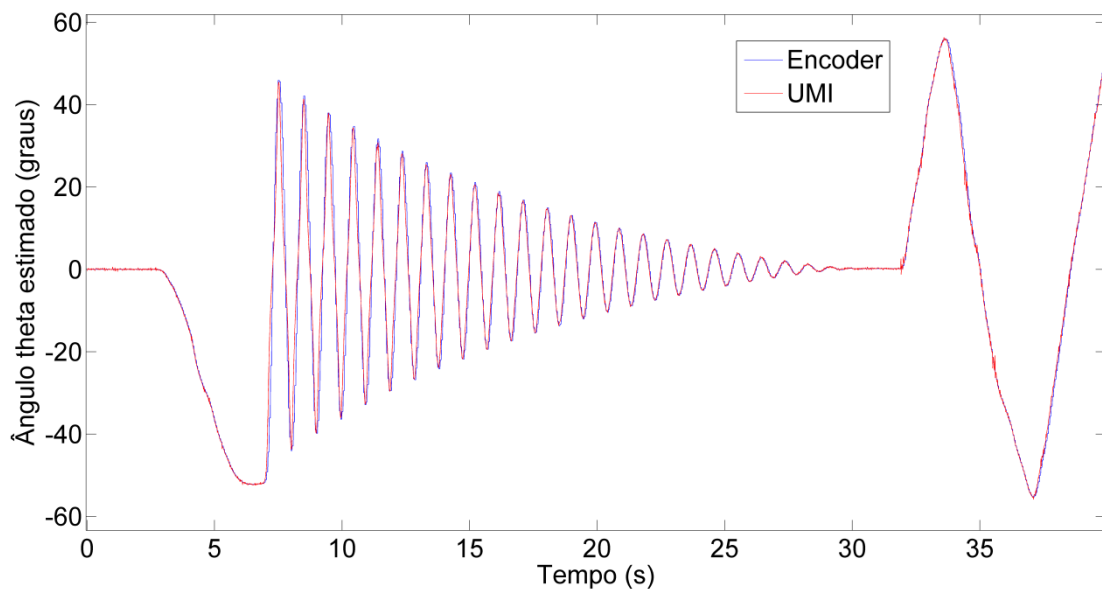


Figura 40 – Trecho inicial do θ estimado comparado ao θ de referência

Na Figura 41, no fim do período de amostragem, nota-se que os erros produzidos pela integração do erro na determinação somente com o giroscópio foram reduzidos.

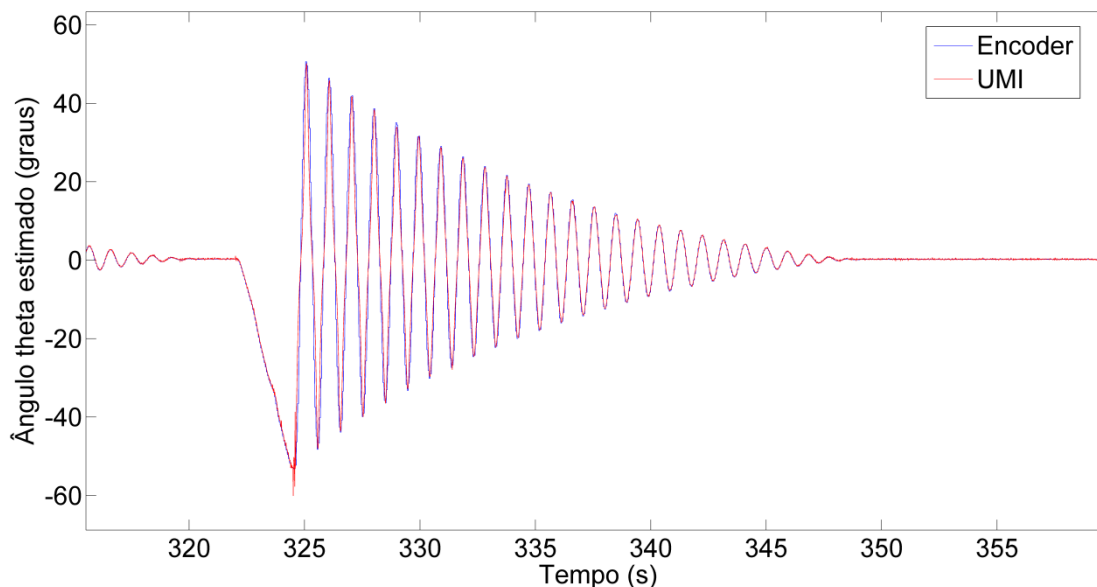


Figura 41 – Trecho final de θ estimado comparado a θ de referência

Após a comprovação gráfica de uma estimação ao menos coerente, baseada na comparação do θ estimado através dos dados da UMI e do θ fornecido diretamente pelo *encoder*, buscou-se um resultado quantitativo para o desempenho da estimulação.

Essa análise de desempenho foi feita calculando a REQM com as amostras de todo o período de aquisição. O valor encontrado foi de **3,0208 graus**. Apresenta-se a seguir a tabela comparativa entre os métodos já apresentados, incluindo resultados quantitativos e estabelecendo adjetivos com a única função de comparação entre os métodos.

Método	REQM (°)	Acúmulo de erros em função do tempo	Resposta em alta frequência	Depende da trajetória
Somente acelerômetro	14,85	Não	Ruim	Não
Somente giroscópio	1,73	Sim	Muito Boa	Não
Baseado no pêndulo	3,02	Não	Boa	Sim

Apesar de o objetivo desse trabalho não ser a comparação entre protótipos com o mesmo método, a resposta é coerente com a encontrada em Cuarelli (2013), onde a análise da REQM para uma amostragem de 16 segundos apresentou um valor de 3,1 graus, enquanto que para o teste deste trabalho, em 16 segundos, apresentou um erro médio de 3,25 graus.

A REQM em função do tempo obtida nesse trabalho é apresentada na Figura 42 e os valores encontrados por Cuarelli (2013) na Figura 43.

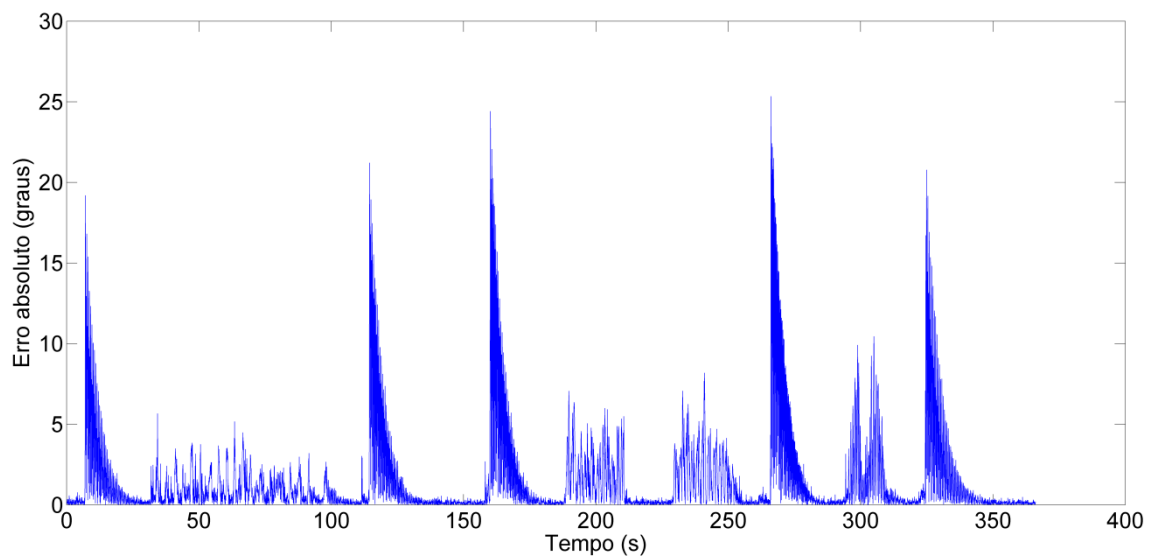


Figura 42 - Erro absoluto em função do tempo

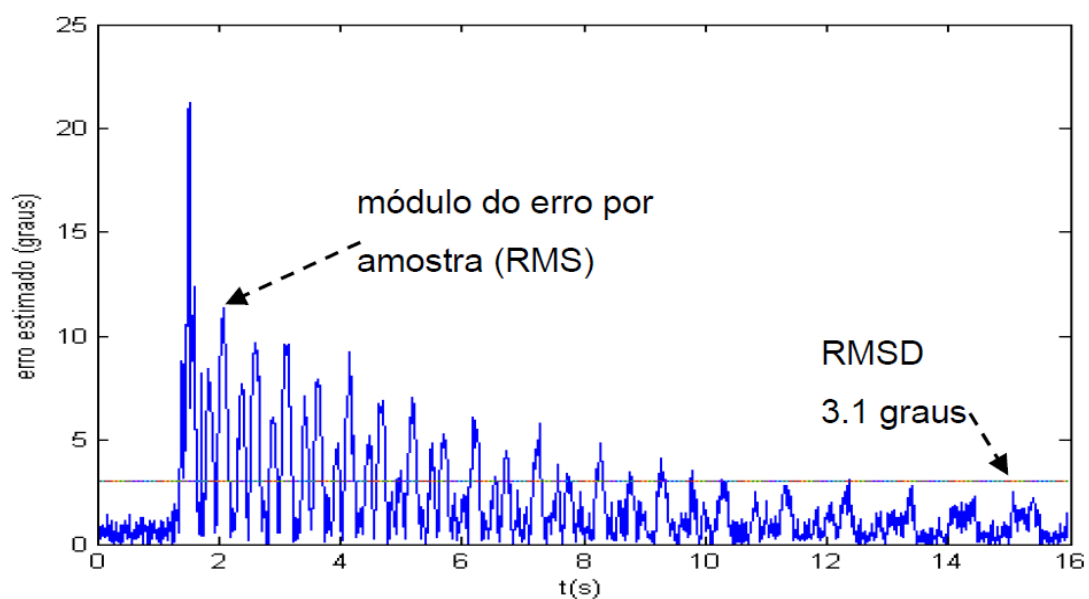


Figura 43 - Erro absoluto em função do tempo (CUARELLI, 2013)

5.4 Estimação de atitude utilizando Filtro de Kalman

Nesta seção, é apresentada a estimação do mesmo ângulo θ do pêndulo utilizando um método que não depende da trajetória do corpo em estudo. Esse método de estimação e sua análise de desempenho foram realizados com os mesmos dados apresentados na seção 5.1.

Para que a estimação não dependa da trajetória, os dados de raio do pêndulo e as hipóteses baseadas na trajetória do corpo não serão mais utilizadas. Assim, os únicos dados de entrada para cálculo serão os sinais provenientes dos sensores inerciais. Na implementação do Filtro de Kalman, além de especificar as entradas, é necessário inserir informações sobre os modelos dinâmico e estocástico, não mais da trajetória, mas do comportamento dos sensores e da relação entre as grandezas medidas por eles, assim obtendo a fusão dos sinais do giroscópio e do acelerômetro e observando o estado desejado, o ângulo θ do pêndulo.

O primeiro passo é definir o estado x_k que se deseja observar. Este será o ângulo θ do pêndulo.

$$x_k = \theta \quad (23)$$

O segundo passo é a determinação das matrizes H , A e B que representam o comportamento dinâmico nos processos de estimação e predição, respectivamente.

$$z_k = Hx_k + v_k \quad (24)$$

$$x_{k+1} = Ax_k + Bu_k + w_k \quad (25)$$

É preciso definir as entradas z_k e u_k , ou seja, qual destas será o sinal do acelerômetro e do giroscópio. Esta decisão é tomada de acordo com as características de cada uma destas fontes de informação.

Retomando as informações do capítulo 3 e com os resultados obtidos na seção 5.2, sabe-se que o acelerômetro sofre de problemas com ruído e a mistura de aceleração inercial e gravitacional, respondendo melhor a movimentos lentos. Em contrapartida, o erro na estimação do ângulo de atitude

não aumenta com o passar do tempo. Já o giroscópio tem boas respostas em movimentos rápidos, mas sofre de problemas devidos a integração do sinal e consequentemente dos erros.

A entrada u_k tem a função de auxiliar na predição do estado observado para a próxima iteração, assim pode-se utilizar a propriedade do giroscópio de prover a taxa de variação $\left(\frac{d\theta}{dt}\right)$ do próprio estado observado x_k . Consequentemente, o acelerômetro fica responsável pela entrada z_k . Sendo adotado como a seguir⁴:

$$z_k = \theta_a \quad (26)$$

$$u_k = \frac{d\theta_g}{dt} \quad (27)$$

Uma característica importante no projeto do Filtro de Kalman é que esse método, assim como apresentado no capítulo 4, foi formulado somente para sistemas lineares. Dessa forma, o processo de determinação do ângulo de atitude por acelerômetros (Eq. 7 e Eq. 8) não poderia, por exemplo, ser inserido dentro da matriz H , pois ela receberia termos trigonométricos, fazendo o sistema se tornar não linear.

O processo de fusão dos sinais pode ser representado pelo diagrama de blocos na Figura 44.

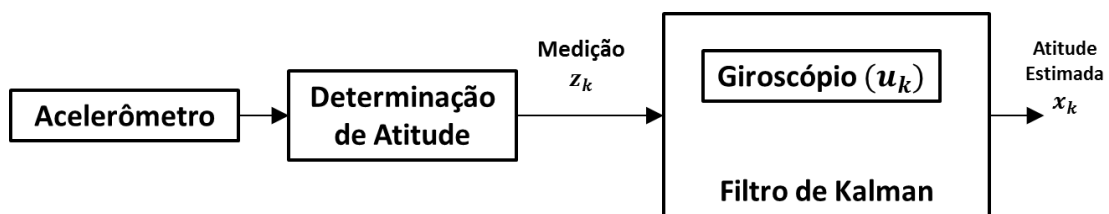


Figura 44 – Fusão de sinais dos sensores inerciais com Filtro de Kalman

A partir destas definições, é possível determinar facilmente as matrizes dos modelos de estimação e predição.

⁴ O subscrito a e g representam a fonte proveniente da informação, o acelerômetro e o giroscópio, respectivamente.

Como z_k é a determinação de atitude pelo acelerômetro, é o próprio θ , que é o estado observado x_k , a matriz H deve ser a identidade.

$$H = 1$$

No processo de predição a matriz A , que expressa a relação de um estado para o próximo, deve também ser a matriz identidade, pois como não se conhece a trajetória do objeto, não é possível fazer nenhuma previsão utilizando o estado anterior. Já a matriz B expressa a relação entre o sinal do giroscópio $\left(\frac{d\theta}{dt}\right)$ e sua contribuição para predição do próximo estado. Logo, a matriz B realiza a integração da entrada u_k para o período dt , tendo-se:

$$A = 1 \quad B = dt$$

É necessário estabelecer os valores iniciais para o estado $\hat{x}_0$ e da covariância do erro P_0 . Para $\hat{x}_0$ foi adotado o ângulo de 0 rad, já que se sabe que o experimento se inicia nesta condição, e para P_0 o valor 1 foi escolhido arbitrariamente.

$$\hat{x}_0 = 0 \quad P_0 = 1$$

Os valores das matrizes de covariâncias Q e R foram determinados analiticamente e confirmados por outro algoritmo de testes, sendo discutido na seção 8.1. Os valores decorrentes desse são:

$$Q_{(k)} = Q_{(k-1)} + 2,213 \times 10^{-9} \text{ com } Q_{(0)} = 2,213 \times 10^{-9}$$

$$R = 220,52$$

O teste de estimação desenvolvido nesta seção também foi executado com a ferramenta *MATLAB*® e seu código fonte se encontra no Apêndice T.

O código desenvolvido, basicamente, executa o processo descrito na Figura 44. Ele lê os dados dos sensores inerciais que estão arquivados em um arquivo *.mat*, determina a atitude com os dados do acelerômetro com o método apresentado na seção 3.6, por fim executado o algoritmo do Filtro de Kalman Discreto apresentado na seção 4.3, utilizando os parâmetros apresentados nesta seção.

Na Figura 45 e no Apêndice U em versão ampliada, tem-se a comparação entre o resultado estimado com o Filtro de Kalman com as configurações propostas e a resposta do *encoder*, como referência padrão dos ensaios.

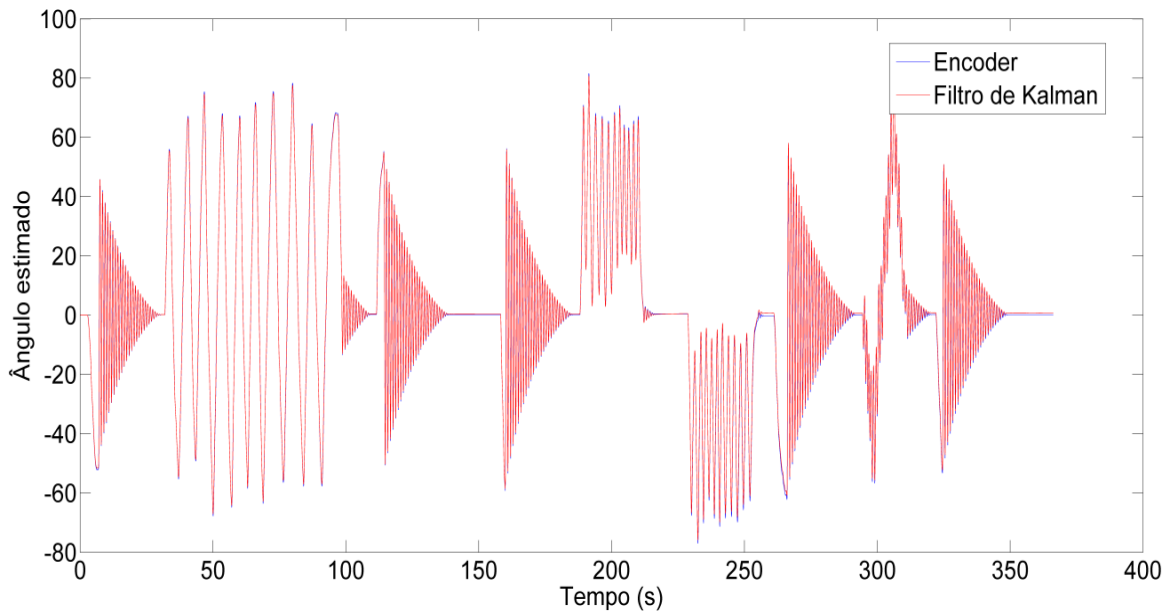


Figura 45 – Comparação da estimativa com FK e a referência

Esse método apresentou boa coerência visual durante todo o ensaio. Essa fusão de sinais fez com que os valores obtidos pelo acelerômetro ajudassem na redução do desvio acumulado pelo giroscópio ao longo do tempo e não comprometeu demasiadamente a estimativa em momentos de maiores velocidades angulares. O trecho inicial dessa comparação é visto na Figura 46 e o trecho final na Figura 47.

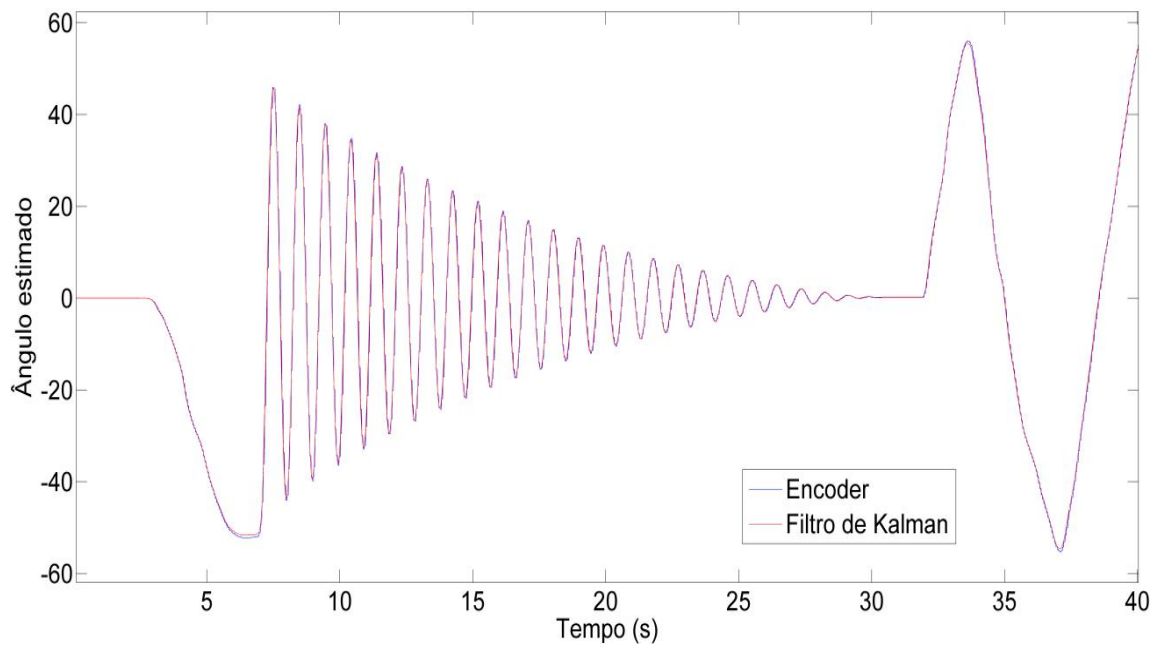


Figura 46 – Trecho inicial da comparação da estimativa com FK e a referência

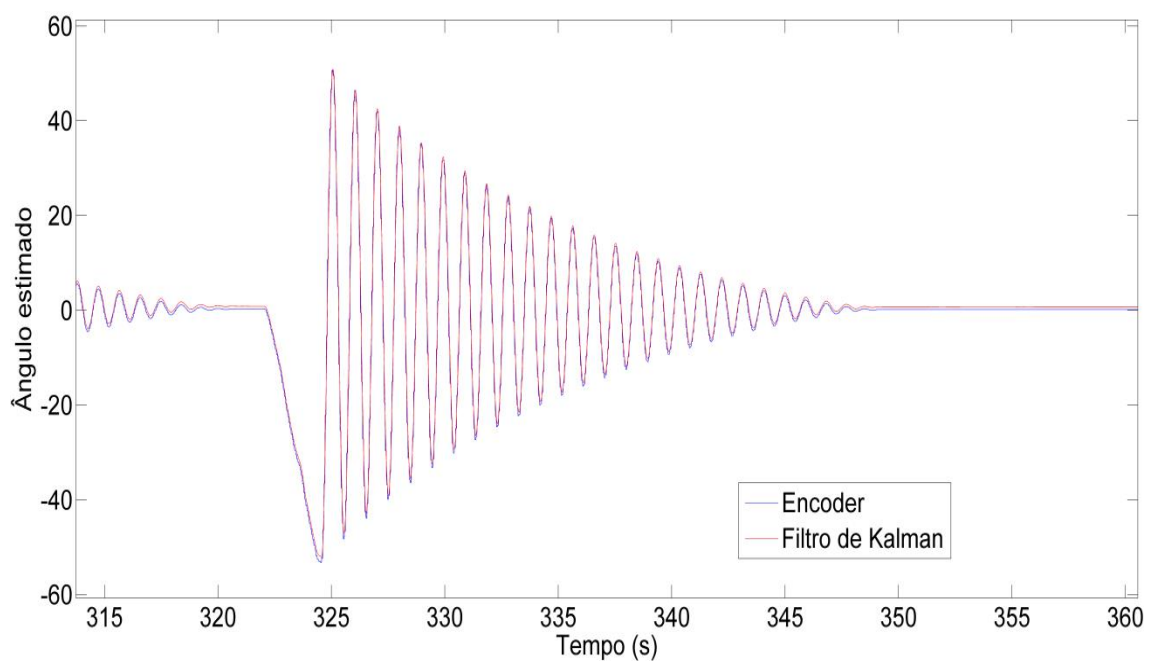


Figura 47 – Trecho final da comparação da estimativa com FK e a referência

Para auxiliar na comparação entre a estimativa com FK e o ângulo de referência, foi calculado o erro absoluto entre elas, sendo apresentado na Figura 48.

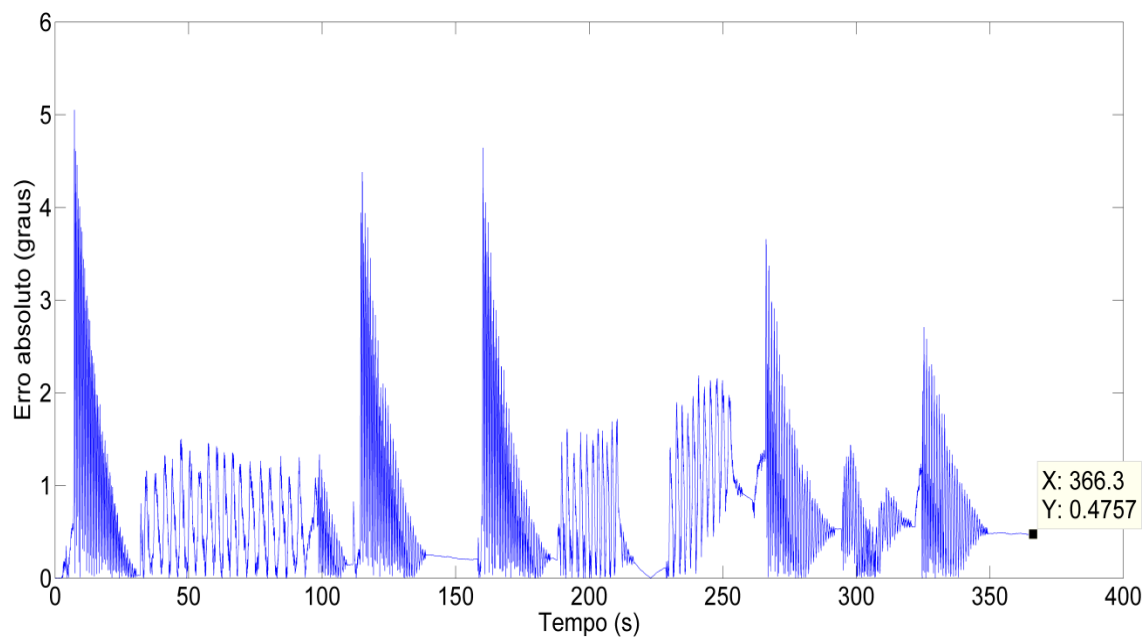


Figura 48 – Erro quadrático verificado durante o teste com FK

É possível perceber picos em momentos onde houve maiores velocidades angulares no pêndulo, assim como ocorrido em todos os testes anteriores utilizando o giroscópio. Houve um erro de 0,2266 graus ao final dos 366 segundos do teste, acredita-se que este foi causado pela integração do erro do giroscópio.

Na Figura 49, é possível perceber que o algoritmo do FK faz a fusão dos dois sinais mantendo a característica de rápida resposta do giroscópio e utilizando o acelerômetro para diminuir o acúmulo de erro com o passar do tempo. O valor da Raiz do Desvio Quadrático Médio ao fim do teste foi de **0,9125 graus**.

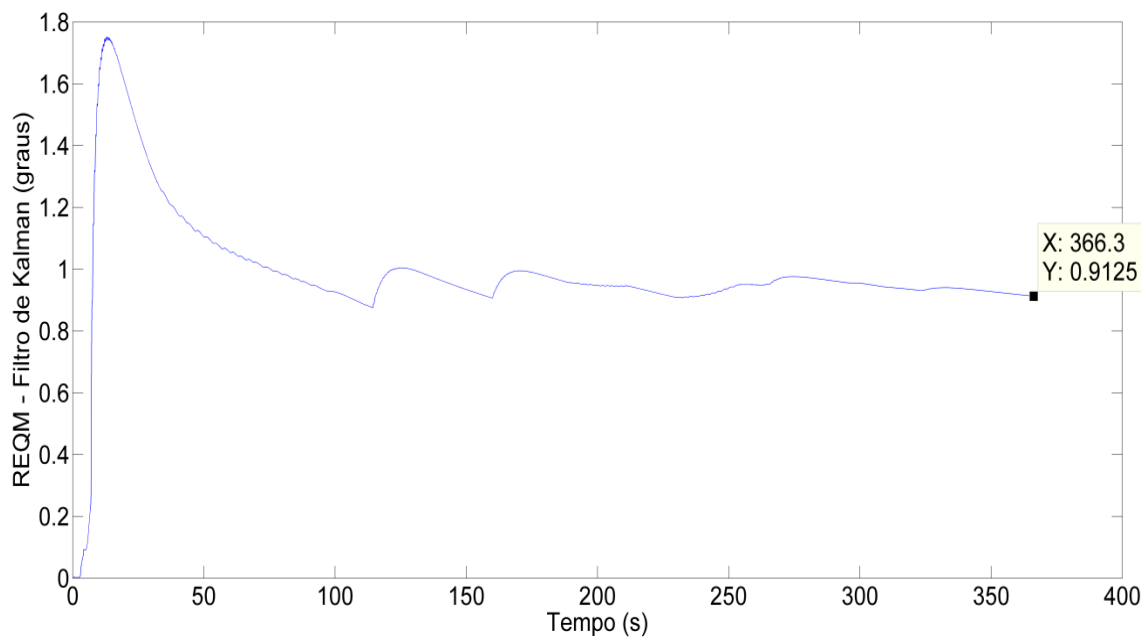


Figura 49 – REQM em função do tempo no teste com FK

Apresenta-se a seguir a tabela comparativa entre os métodos já apresentados, incluindo resultados quantitativos e estabelecendo adjetivos com a única função de comparação entre os métodos.

Método	REQM (°)	Acúmulo de erros em função do tempo	Resposta em alta frequência	Depende da trajetória
Somente acelerômetro	14,85	Não	Ruim	Não
Somente giroscópio	1,73	Sim	Muito Boa	Não
Baseado no pêndulo	3,02	Não	Boa	Sim
Filtro de Kalman	0,91	Baixo	Muito Boa	Não

5.4.1 Determinação das matrizes de covariância Q e R

Nesta seção, apresenta-se a determinação analítica desses valores com certas aproximações e posteriormente pelo método de tentativa e erro.

Retoma-se o modelo proposto para FK na seção 4.2, sabendo-se que a entrada z_k representa a determinação pelo acelerômetro e a entrada u_k representa a determinação pelo giroscópio.

$$z_k = Hx_k + v_k \quad (11)$$

$$x_{k+1} = Ax_k + Bu_k + w_k \quad (12)$$

Para se determinar analiticamente o valor de R , que está relacionado ao ruído v_k , aproximou-se o valor REQM, obtido no ensaio somente com acelerômetro, como sendo o desvio padrão σ_a . Esse valor representa a componente de ruído v_k em z_k , como sendo a dispersão em torno do valor desejado x_k . Como a matriz R não recebe o valor do desvio padrão, mas sim o da variância, tem-se:

$$\sigma_a = 14,85$$

$$R = \sigma_a^2 = 220,52$$

Para se determinar analiticamente o valor de Q , que está relacionado ao ruído w_k , aproximou-se o valor REQM dividido pelo total de iterações, como sendo o desvio padrão σ_g . Esse valor representa a componente de ruído w_k em cada iteração de u_k como a dispersão em torno do valor desejado x_k em cada iteração. Como a matriz Q não recebe o valor do desvio padrão, mas sim o da variância, tem-se:

$$\sigma_g = \frac{1,7229}{36626} = 4,706 \times 10^{-5}$$

$$Q = \sigma_g^2 = 2,213 \times 10^{-9}$$

Como esse valor de Q é produzido a cada iteração, o Q adotado em todos os testes com FK é variável no tempo, sendo adicionado esse valor a cada iteração, da seguinte maneira:

$$Q_{(k)} = Q_{(k-1)} + 2,213 \times 10^{-9} \text{ com } Q_{(0)} = 2,213 \times 10^{-9}$$

Segundo Kim (2011) a determinação analítica dos valores de Q e R nem sempre é trivial, sendo comum a recorrência ao método de tentativa e erro. Por isso, para encontrar valores ótimos para as matrizes Q e R foi desenvolvido um teste com *MATLAB*® no qual o FK é testado com cem combinações desses valores. O teste adotou valores a partir de potências de base 10, verificando combinações com R entre 10^1 e 10^{10} e Q entre 10^{-9} e 10^0 . Como dito, o valor de R é constante e o valor de Q é integrado a cada iteração, adotou-se o valor a ser somado a Q como Q' . Os valores encontrados são apresentados na Figura 50. O algoritmo que realiza esse teste é apresentado no Apêndice V e

logo após, no Apêndice W, as funções utilizadas em comum para os dois algoritmos citados nessa seção.

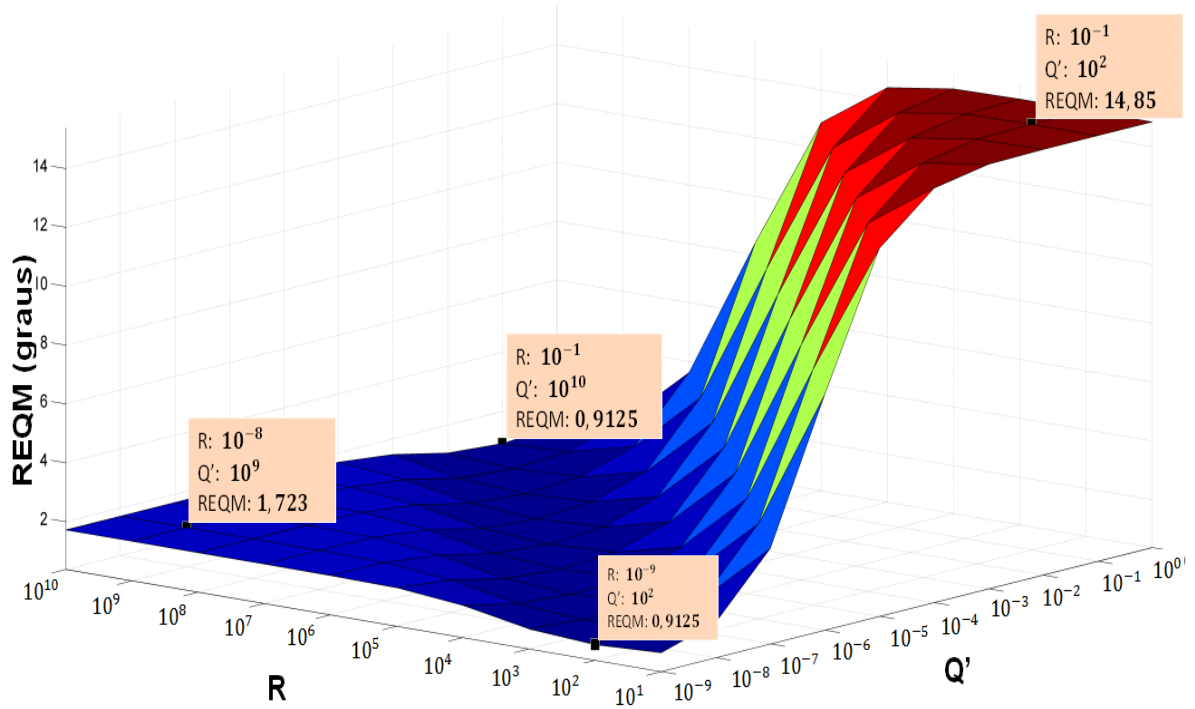


Figura 50 – Gráfico tridimensional com respostas REQM em função de Q e R

Percebe-se que os melhores valores da combinação Q e R , ou seja, os pontos onde há menor REQM formam uma reta. Isso demonstra que para o algoritmo adotado o fator determinante para o resultado é a relação entre Q e R e não os valores de Q e R isoladamente.

Para o ponto de menor REQM, com 0,9125 graus, mostrado no gráfico, encontram-se os seguintes valores para Q e R .

$$Q_{(k)} = Q_{(k-1)} + 10^{(-1)}$$

$$R = 10^{(10)}$$

Dessa forma, tem-se a relação Q/R inicial igual a $10^{(-11)}$. Essa relação é a mesma determinada no início dessa seção. Tinha-se naquele caso:

$$Q' = 2,213 \times 10^{-9}$$

$$R = 220,52$$

Logo:

$$\frac{Q'}{R} = 1,003 \times 10^{-11}$$

Ambos os testes alcançaram o mesmo REQM de 0,9125 graus.

Outro fator importante é que esse gráfico tridimensional forma dois planos horizontais, estes, são entendidos desta forma:

- O primeiro plano, em azul, com REQM em 1,723 graus, é aquele em que o valor de $R \rightarrow \infty$ e o valor de $Q \rightarrow 0$. Isso informa para o algoritmo FK que os dados providos pelo giroscópio são extremamente confiáveis e os providos pelo acelerômetro são nada confiáveis. Nesse caso, o valor do REQM alcançado é o mesmo encontrado na seção 6.2, com a determinação utilizando somente o giroscópio;
- O segundo plano, em vermelho, com REQM em 14,85 graus, é aquele em que o valor de $R \rightarrow 0$ e o valor de $Q \rightarrow \infty$. Isso informa para o algoritmo FK que os dados providos pelo acelerômetro são extremamente confiáveis e os providos pelo giroscópio são nada confiáveis. Nesse caso, o valor do REQM alcançado é o mesmo encontrado na seção 6.1, com a determinação utilizando somente o acelerômetro.

6 CONCLUSÃO

O estudo dos conceitos elementares sobre dispositivos MEMS, acelerômetros e giroscópios, sistemas de coordenadas e principalmente sobre o FK, a elaboração da revisão bibliográfica com breve histórico e trabalhos semelhantes, guiaram na identificação da necessidade de produzir um trabalho com a aplicação desses conceitos e comprovar o porquê de os FK serem tão utilizados em fusão de sinais, especialmente em sensores inerciais.

Para cada um dos quatro métodos aplicados à mesma série de dados obtida durante aproximadamente 6 minutos de aquisição, foram apresentados resultados quantitativos com base no valor da REQM, e agora, por fim, a partir de uma comparação das características observadas nos gráficos de erro absoluto de cada método, pode-se estabelecer uma relação qualitativa entre estes. Apresenta-se na tabela de resumo a seguir:

Método	REQM (°)	Acúmulo de erros em função do tempo	Resposta em alta frequência	Depende da trajetória
Somente acelerômetro	14,85	Não	Ruim	Não
Somente giroscópio	1,73	Sim	Muito Boa	Não
Baseado no pêndulo	3,02	Não	Boa	Sim
Filtro de Kalman	0,91	Baixo	Muito Boa	Não

Com base nessas informações, destaca-se o sucesso do método desenvolvido utilizando o FK, apresentando erro similar aos menores encontrados na literatura. Conforme a seção 8.1, esse sucesso se deve à correta modelagem e determinação dos parâmetros do FK, especialmente as variáveis Q e R .

Espera-se que este trabalho contribua para pesquisadores e estudantes do assunto de sensores inerciais e FK, já que são escassos os trabalhos que fazem rigorosamente a avaliação de desempenho desses algoritmos e com detalhamento da modelagem e do método de cálculo dos parâmetros de projeto do FK.

6.1 Recomendações para trabalhos futuros

De acordo com a comparação anterior, percebe-se que a determinação do ângulo com giroscópio apresenta um desvio proporcional ao tempo de aquisição, tanto para a resposta isolada ou utilizando FK junto com acelerômetro. Uma hipótese não testada é a de que ao invés de ser apenas considerado no FK como um desvio aleatório, o desvio do giroscópio possa ser incorporado ao FK como um estado observado, fazendo com que o erro produzido por ele seja estimado a cada iteração e diretamente subtraído do ângulo de interesse.

Sabe-se que em algumas aplicações, como por exemplo, em robôs autônomos e no estudo da marcha humana, há a necessidade da aplicação desse método não somente para um, mas para os três ângulos de atitude. Para tal, sugere-se: a utilização das matrizes de rotação para os sinais dos giroscópios, aquelas apresentadas na seção 3.7; a utilização de um terceiro sensor, uma bússola eletrônica ou magnetômetro, pois como visto na seção 3.6, o acelerômetro é capaz de determinar somente dois dos três ângulos de atitude, logo, um desses três ângulos ficaria sem uma segunda fonte de sinal para fusão de dados.

Outra sugestão é o desenvolvimento de um sistema de navegação inercial (SNI), pois a partir dos resultados obtidos por esse sistema de referência de atitude, pode-se desenvolver e avaliar a eficiência do acelerômetro na determinação da posição a partir de duas integrações sucessivas do valor da aceleração inercial, sendo obtida da subtração da aceleração total pela aceleração gravitacional conhecida. Para isto, sugere-se também o uso do FK fazendo a fusão da posição obtida por esse cálculo, junto a uma segunda medição obtida a partir de outra tecnologia, como por exemplo, um sensor ultrassônico.

Para aplicação desse desenvolvimento em análise da marcha humana, motivação deste trabalho, destaca-se a necessidade de, além das propostas anteriores, a implementação de transmissão de dados sem fio para o computador que fará essa estimativa, de forma a concentrar os dados não só de um SNI, como de quantos forem necessários.

7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AL CIELO LTD. **Navigation and Control Inertial Solutions**. Disponível em: <<http://www.alcielo.com/index.php?page=0202>>. Acesso em: 25 out. 2014.

BACHMANN, E. R. **Inertial and magnetic tracking of limb segment orientation for inserting humans in synthetic environments**. PhD thesis. Naval Postgraduate School. Monterrey, CA, USA. 2000.

BAERVELDT, A.-J.; KLANG, R. A low-cost and low-weight attitude estimation system for an autonomous helicopter. **IEEE International Conference on Intelligent Engineering Systems**, 1997. 391-395.

BAGALÀ, F. et al. Calibrated 2d Angular Kinematics by Single-Axis Accelerometers: from Inverted Pendulum to N-Link Chain. **IEEE Sensors Journal**, v. 12, n. 3, Março 2012. 479-486.

CUARELLI, G. **ESTIMAÇÃO DE PARÂMETROS DA MARCHA HUMANA A PARTIR DE MEDIÇÕES FEITAS POR ACELERÔMETROS E GIROSCÓPIOS E USO DE MECANISMO DE REFERÊNCIA**. São Paulo: Dissertação (Mestrado) - Instituto Federal de São Paulo, 2013.

DIEBEL, J. **Representing Attitude: Euler Angles, Unit Quaternions, and Rotation Vectors**. Stanford University. [S.l.]. 2006.

FINCH, M. C. et al. Effectiveness of model-based motion estimation from an inertial measurement unit. **Fifth International Conference on Sensing Technology**, Palmerston North, Dezembro 2011. 607 - 611.

FMRP-USP. Infraestrutura. **Programa de pós-graduação em Ciências da Saúde Aplicadas ao Aparelho Locomotor**, 2014. Disponível em: <<http://www.pglocomotor.com.br/pt/infraestrutura.php>>. Acesso em: 03 nov. 2014.

FREESCALE SEMICONDUCTOR, INC.. $\pm 1.5g$ - $6g$ Three Axis Low-g Micromachined Accelerometer. **Freescall**, 2008. Disponível em: <http://www.freescale.com/files/sensors/doc/data_sheet/MMA7260QT.pdf>. Acesso em: 28 Agosto 2014.

FRIEDLAND, B. Analysis Strapdown Navigation Using Quaternions. **IEEE TRANSACTIONS ON AEROSPACE AND ELECTRONIC SYSTEMS**, SETEMBRO 1978. 764-768.

GODFREY, A.; HOURIGAN, T.; ÓLAIGHIN, G. M. Pendulum Analysis of an Integrated Accelerometer to Assess Its Suitability to Measure Dynamic Acceleration for Gait Applications. **Proceedings of the 29th Annual International**, Lyon, France, 23-26 August 2007.

GREWAL, M. S.; ANDREWS, A. P. **KALMAN FILTERING: Theory and Practice Using MATLAB**. 3^a. ed. New Jersey: John Wiley & Sons, 2008.

GREWAL, M. S.; WEILL, L. R.; ANDREWS, A. P. **Global Positioning Systems, Inertial Navigation and Integration**. New York, USA: John Wiley & Sons, 2001.

HÖFLINGER, F. et al. A Wireless Micro Inertial Measurement Unit (IMU). **IEEE TRANSACTIONS ON INSTRUMENTATION AND MEASUREMENT**, Setembro 2013. 2583-2595.

IEEE. IEEE Standard for Inertial Systems Terminology. **IEEE Aerospace and Electronics Systems Society**, 26 Agosto 2009.

INVENSENSE. MPU-6000/6050 Six-Axis (Gyro + Accelerometer) MEMS MotionTracking™ Devices, 2013. Disponível em: <<http://invensense.com/mems/gyro/mpu6050.html>>. Acesso em: 03 nov. 2013.

INVENSENSE, I. **DEVELOPMENT OF HIGH-PERFORMANCE, HIGH-VOLUME CONSUMER MEMS GYROSCOPES**. Sunnyvale, CA. USA. 2010.

JAZAR, R. N. **Theory of Applied Robotics: Kinematics, Dynamics, and Control**. 2. ed. [S.l.]: Springer, 2010.

JURMAN, D. et al. Calibration and data fusion solution for the miniature attitude and heading reference system. **Sensors and Actuators A** **138**, 2007. 411–420.

KIM, P. **Kalman Filter for Beginners with MATLAB Examples**. Republic of Korea: A-JIN Publishing, 2011.

LEE, H.-J.; JUNG, S. Gyro Sensor Drift Compensation by Kalman Filter to Control a Mobile Inverted Pendulum Robot System. **IEEE Int. Conf. on Industrial Technology (ICIT)**, Gippsland, 2009. 1-6.

LI, J.; FANG, J. Sliding Average Allan Variance for Inertial Sensor Stochastic Error Analysis. **IEEE TRANSACTIONS ON INSTRUMENTATION AND MEASUREMENT**, 2013.

MORRIS, A. S. **Measurement and Instrumentation Principles**. 3. ed. Woburn: Butterworth-Heinemann, 2001.

PAPOULIS, A.; PILLAI, S. U. **Probability, Random Variables and Stochastic**. 4. ed. New York, USA: McGraw Hill, 2001.

PÉREZ-D'ARPINO, C. et al. Development of a Low Cost Inertial Measurement Unit for UAV Applications with Kalman Filter based Attitude Determination. **IEEE Conference on Technologies for Practical Robot Applications (TePRA)**, 11-12 April 2011. 178-183.

SABATINI, A. M. Quaternion-based strap-down integration method for applications of inertial sensing to gait analysis. **Med. Biol. Eng. Comput.**, 2005. 94-101.

SANTANA, D. D. S. **ESTIMAÇÃO DE TRAJETÓRIAS TERRESTRES UTILIZANDO UNIDADE DE MEDIÇÃO INERCIAL DE BAIXO CUSTO E FUSÃO SENSORIAL**. São Paulo: Dissertação (Mestrado) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2005.

SANTANA, D. D. S. **NAVEGAÇÃO TERRESTRE USANDO UNIDADE DE MEDIÇÃO INERCIAL DE BAIXO DESEMPENHO E FUSÃO SENSORIAL COM FILTRO DE KALMAN ADAPTATIVO SUAVIZADO**. São Paulo: Tese (Doutorado) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2011.

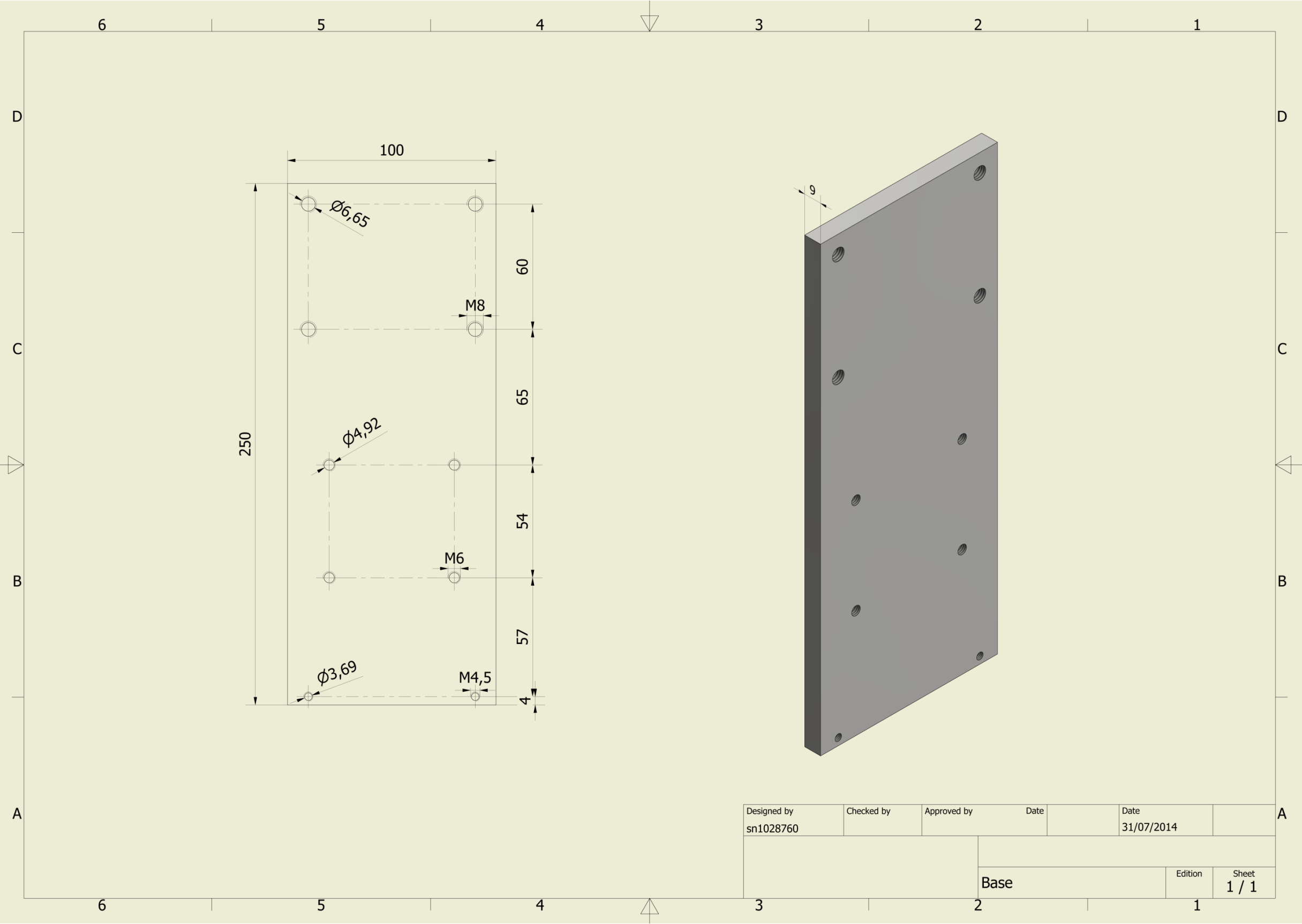
SAVAGE, P. G. Strapdown Inertial Navigation Integration Algorithm Design Part 1: Attitude Algorithms. **JOURNAL OF GUIDANCE, CONTROL, AND DYNAMICS**, 21, n. 1, January–February 1998. 19-28.

STANFORD UNIVERSITY - DEPARTMENT OF AERONAUTICS AND ASTRONAUTICS. Aircraft Design: Synthesis and Analysis. **Stability and Control**. Disponível em: <<http://adg.stanford.edu/aa241/stability/sandc.html>>. Acesso em: 25 out. 2014.

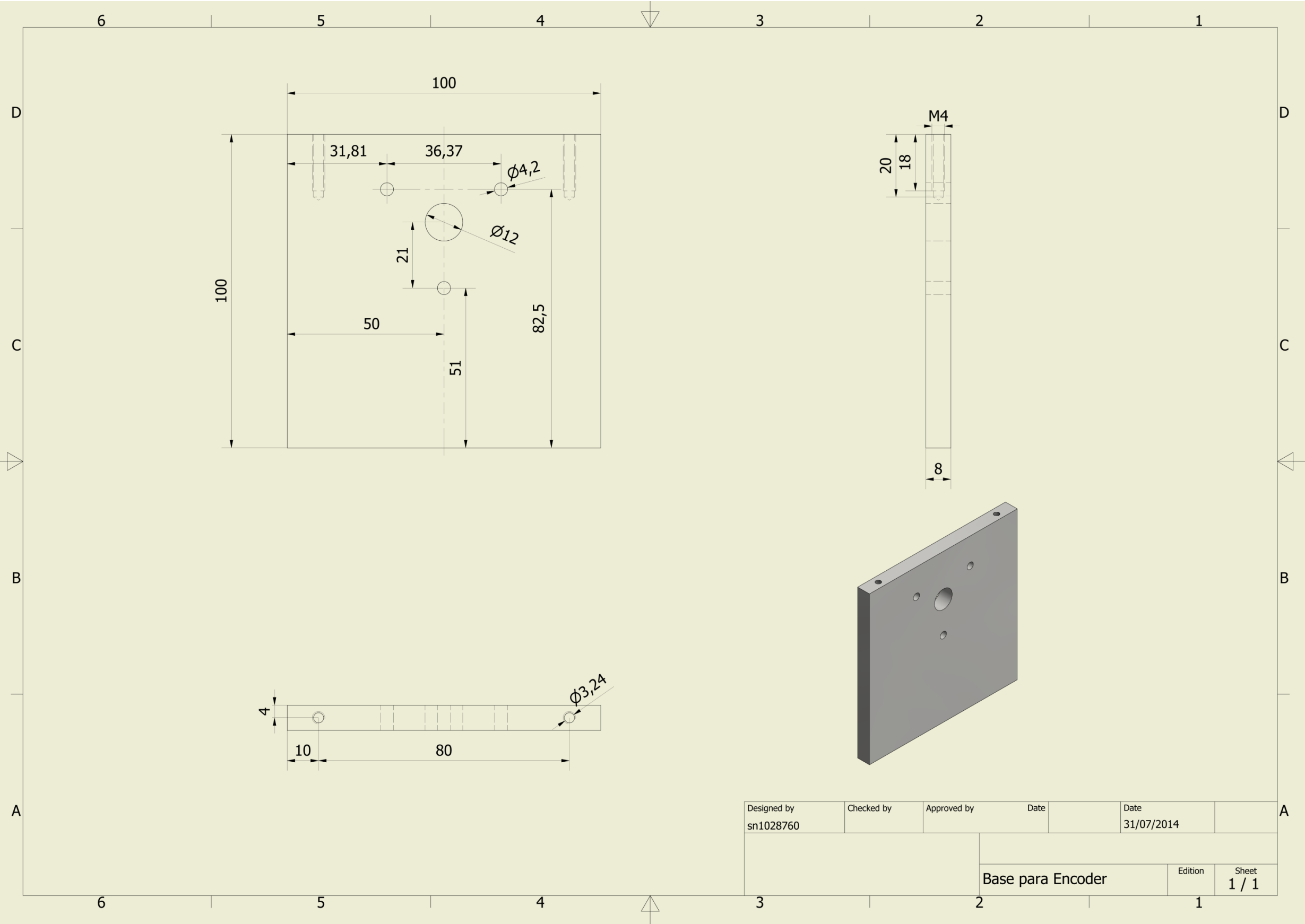
TITTERTON, D. H.; WESTON, J. L. **Strapdown inertial navigation technology**. [S.l.]: The Institution of Electrical Engineers, 2005.

WOODMAN, O. J. **An introduction to inertial navigation**. University of Cambridge: Computer Laboratory. Cambridge. 2007.

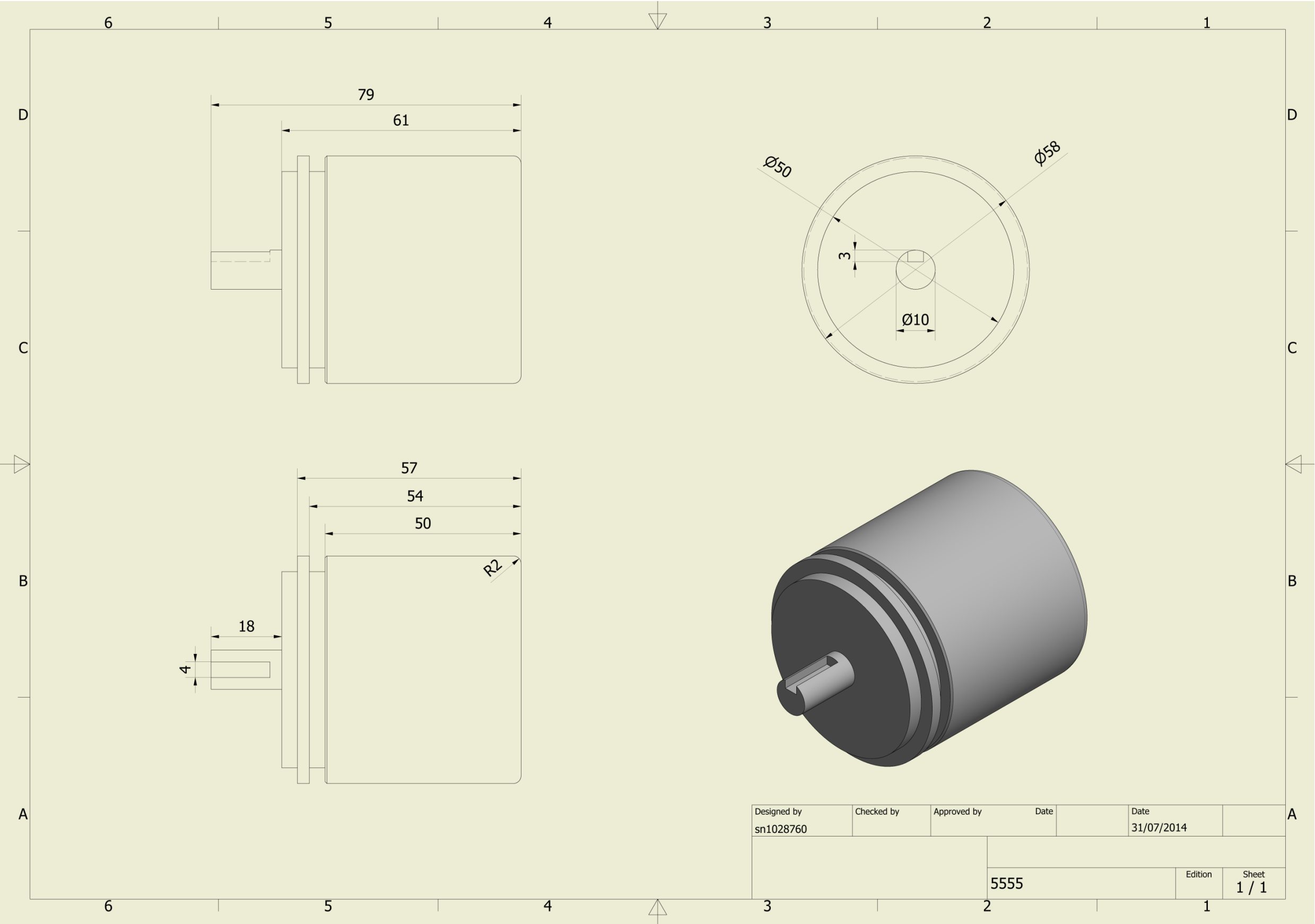
Apêndice A – Desenho mecânico da placa principal do pêndulo



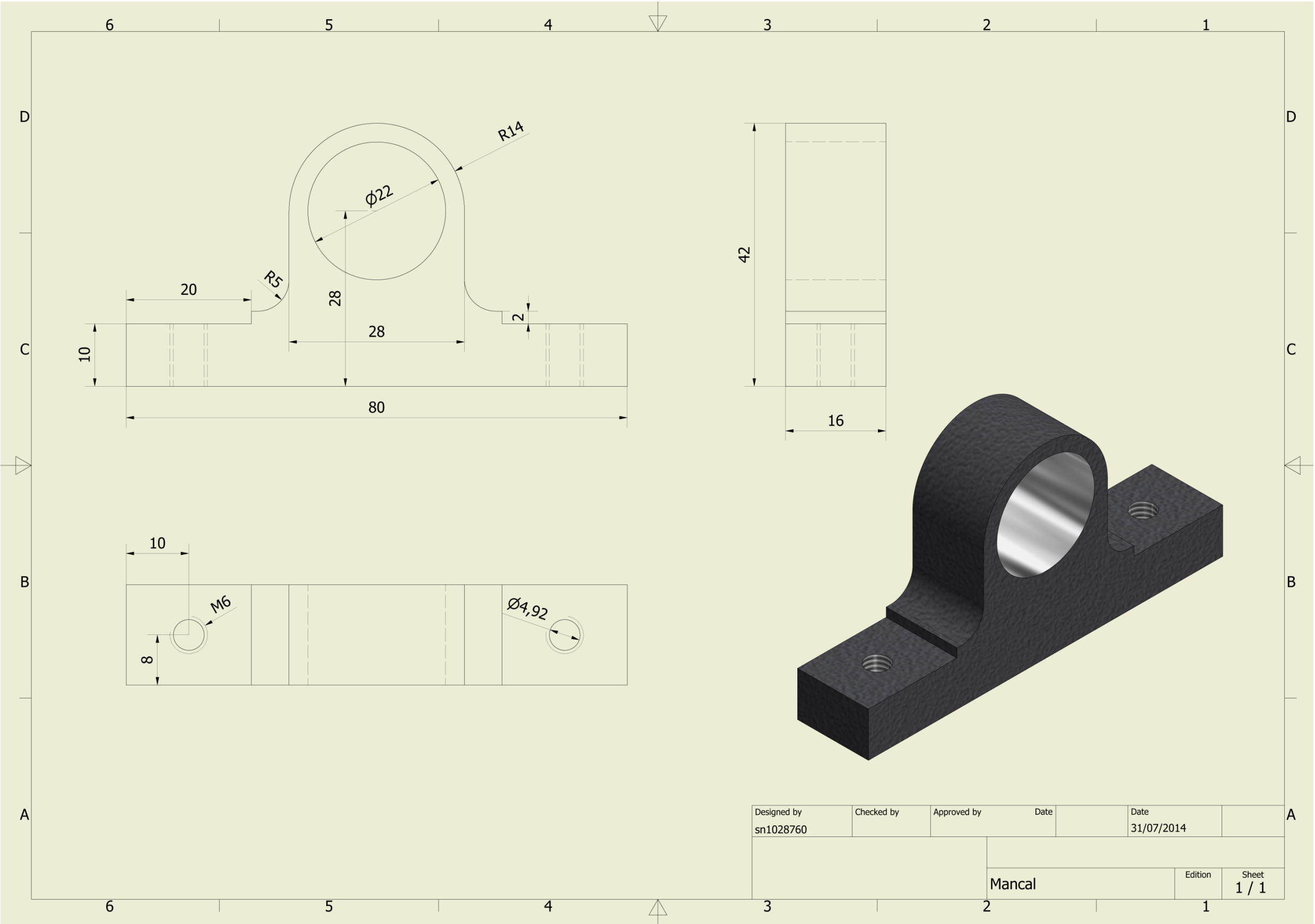
Apêndice B – Desenho mecânico da placa para fixação do *encoder*



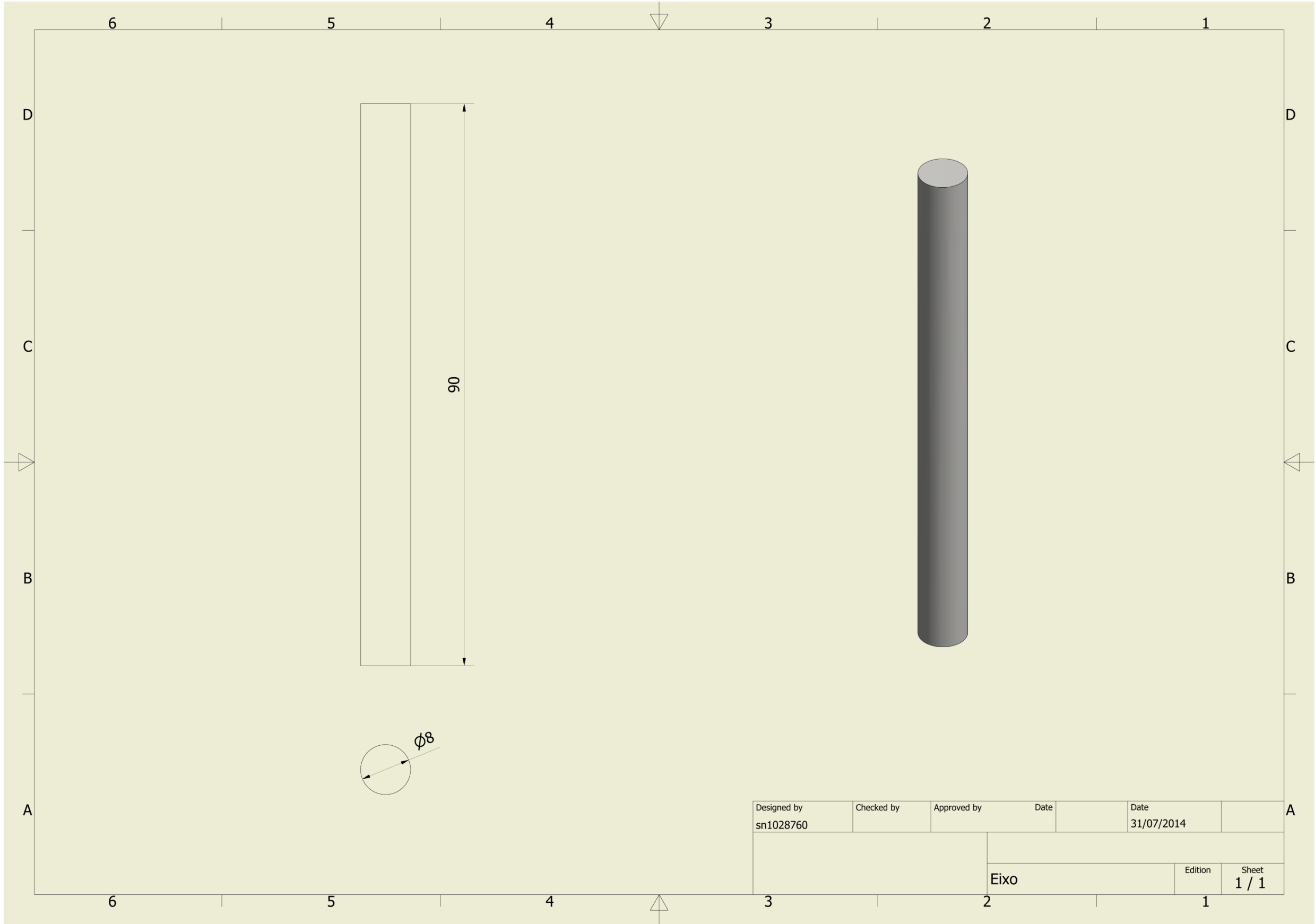
Apêndice C – Desenho da modelagem gráfica do *encoder*



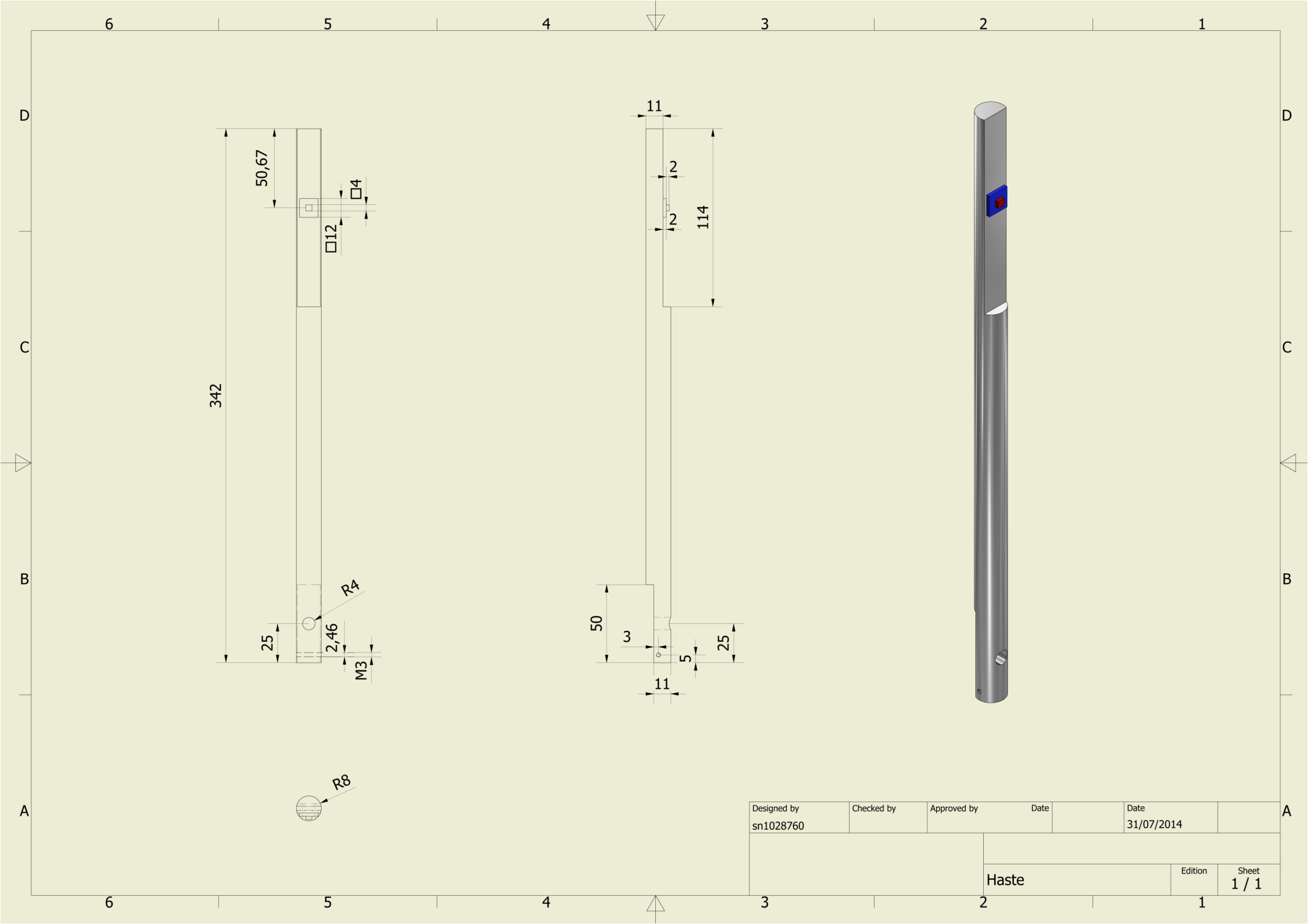
Apêndice D – Desenho mecânico dos mancais



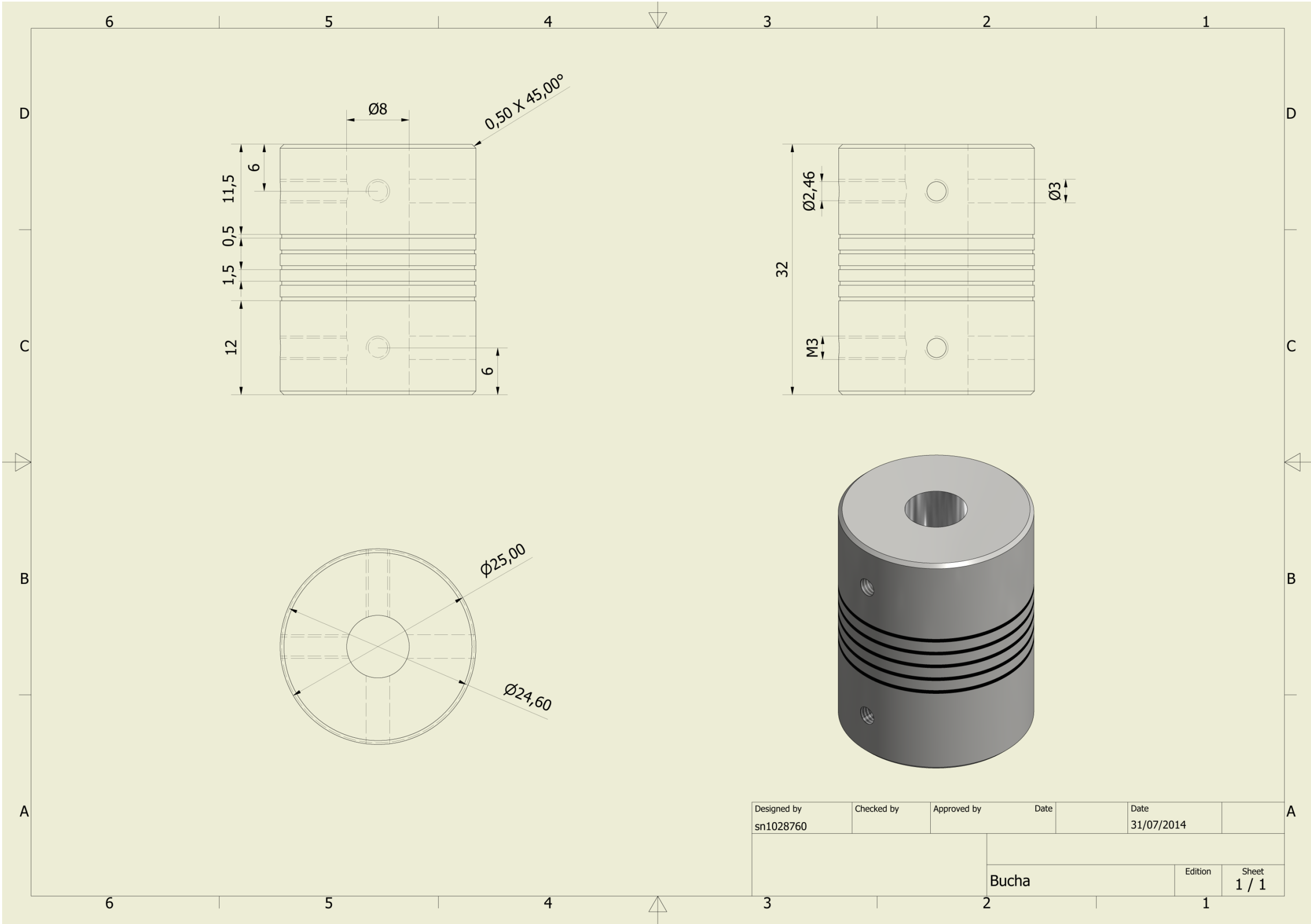
Apêndice E – Desenho mecânico do eixo de rotação



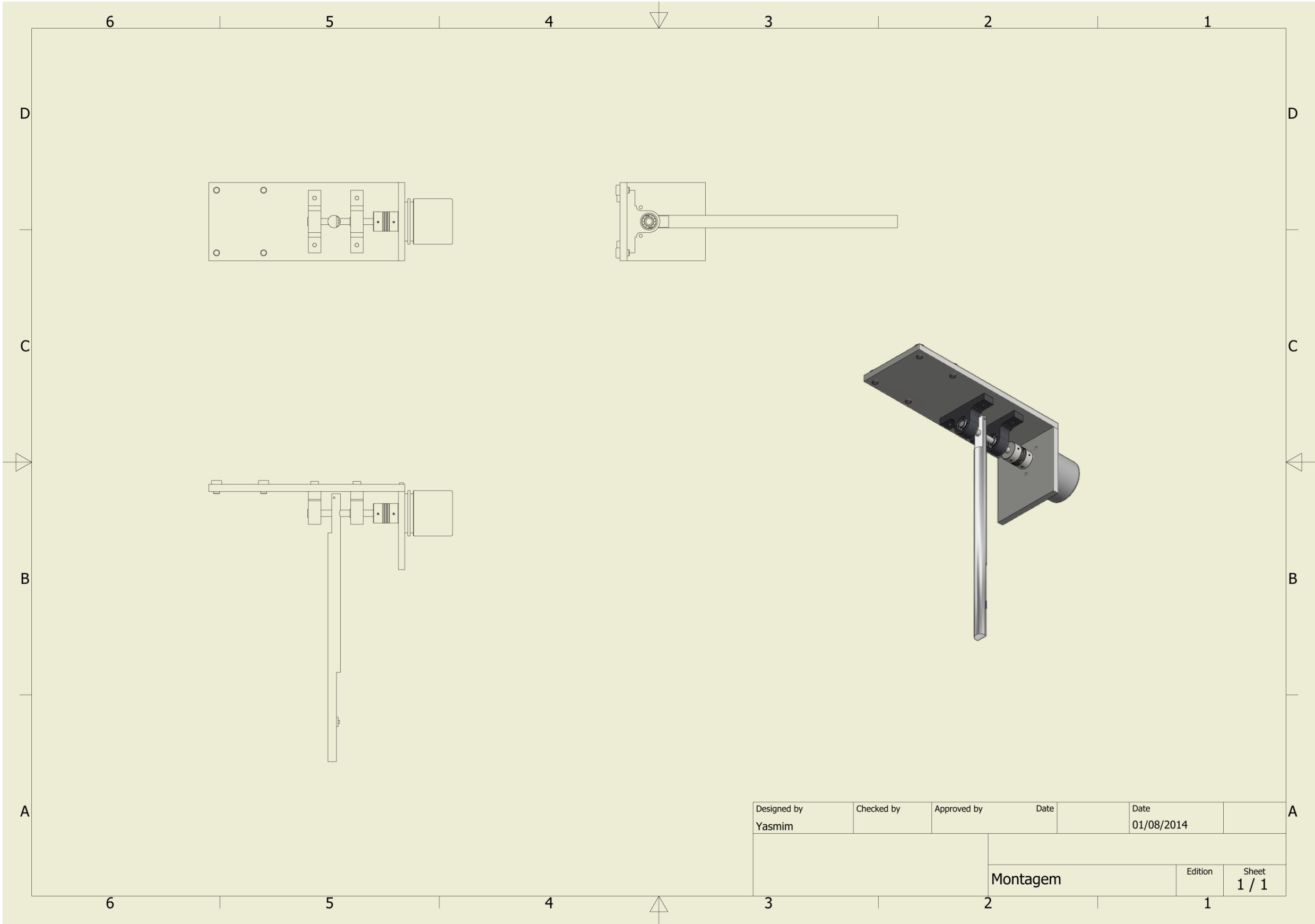
Apêndice F – Desenho mecânico da haste com a UMI



Apêndice G – Desenho mecânico do acoplamento



Apêndice H – Desenho mecânico da montagem completa do conjunto



Apêndice I – Código e tela de aquisição - LabVIEW

Front Panel:

Comunicação com Arduino via USB->RS232

VISA resource name
COM3
baud rate (200000)
200000
stop bits (10: 1 bit)
1.0
flow control (0:none)
None
data bits (8)
8
parity (0:none)
None

Comunicação com Encoder via USB->RS485

VISA resource name 2
COM5
Starting Address Quantity
0 2
Timeout Baud Rate
100 19200
Slave Address Parity
1 None
Mode Out
RTU 720

STOP

Painel frontal de aquisição com Labview

Aquisição de dados da IMU MPU-6050 com Arduino via RS-232 e Encoder Absoluto Honer via RS-485
Anderson Oliveira - Dissertação de Mestrado IFSP - 09/08/2014

	Encoder	Iteração	Ax	Ay	Gz
0	720	1	1084	-206	-92
0	720	2	1168	-216	-88
	720	3	1116	-208	-101
	720	4	1052	-182	-108
	720	5	1054	-156	-107
	720	6	1162	-212	-95
	720	7	1258	-286	-93
	720	8	1104	-166	-102
	720	9	1082	-270	-87
	720	10	1124	-218	-112
	720	11	1128	-188	-111

Array FINAL com TODOS OS DADOS CONCATENADOS

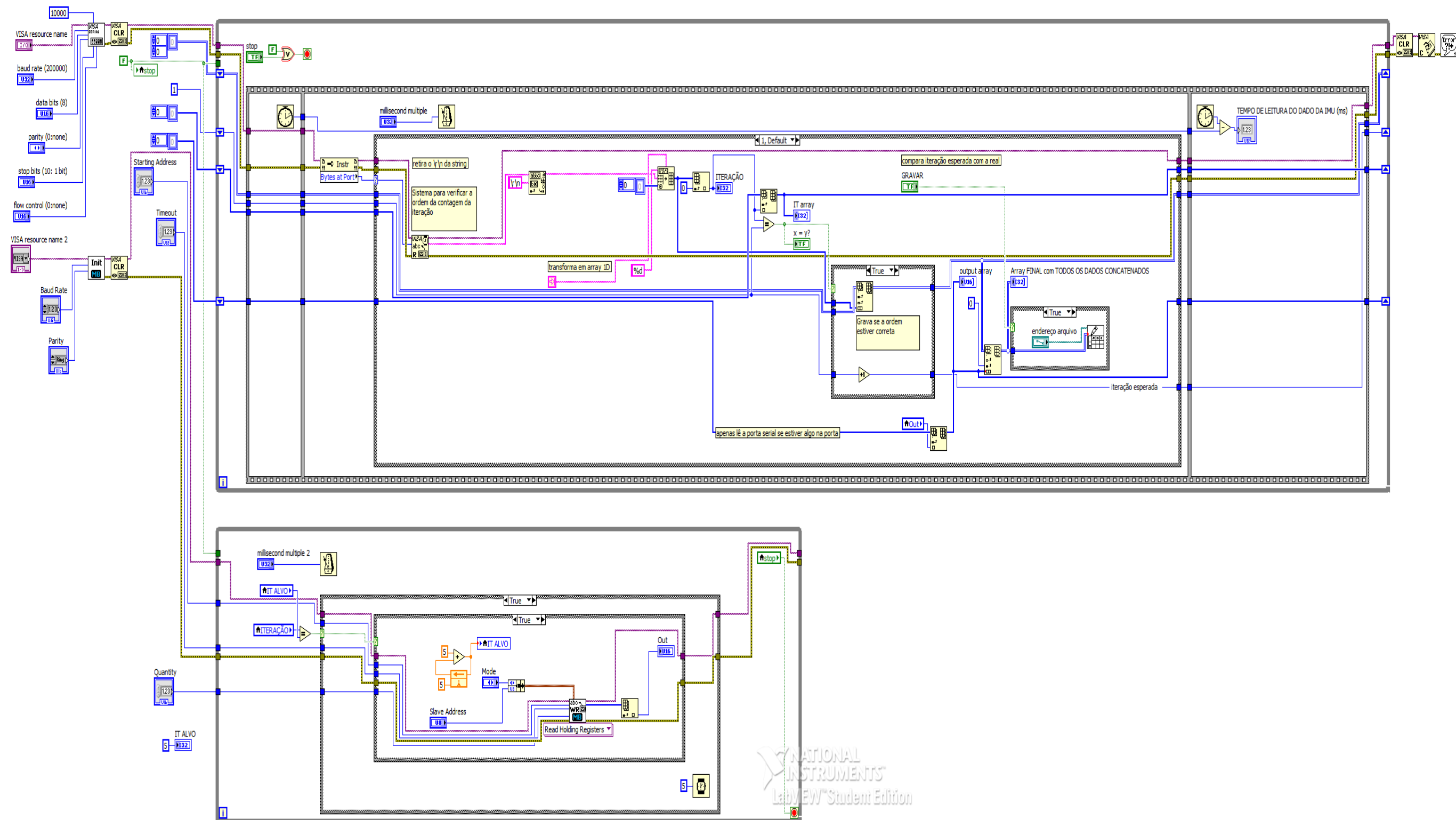
GRAVAR

GRAVAR DADOS EM DISCO

endereço arquivo
C:\Users\Anderson Oli\Desktop\TESTE.TXT

Monitoração
TEMPO DE LEITURA DO DADO DA IMU (ms)
10
x = y?
Contagem de iteração interna é igual a contagem no Arduino
ITERAÇÃO IT ALVO
2710 2710
IT ALVO - Contagem incrementada de 5 em 5 unidades.
Faz com que um novo dado do encoder seja lido a cada 5 leituras do Arduino

Block Diagram:



Apêndice J – Código de aquisição - *Arduino*

```
/// Inclusão de bibliotecas
#include "Wire.h"
#include "I2Cdev.h"
#include "MPU6050.h"
#include <TimerOne.h>

MPU6050 accelgyro;

int16_t ax, ay, az;
int16_t gx, gy, gz;

unsigned long time=0;
unsigned long cnt=0;
unsigned char sim=0;

void setup() {

  Timer1.initialize(10000);
  Timer1.attachInterrupt( timer1sr );

  Wire.begin();

  Serial.begin(200000);
  Serial.println("Initializing I2C devices...");
  accelgyro.initialize();
  Serial.println("Testing device connections...");
  Serial.println(accelgyro.testConnection() ? "MPU6050 connection successful" : "MPU6050
connection failed");
  pinMode(13, OUTPUT);
}
```

```

void loop() {

  if (sim)
  {
    accelgyro.getMotion6(&ax, &ay, &az, &gx, &gy, &gz);
    cnt++;
    Serial.print(cnt); Serial.print("\t");
    Serial.print(ax); Serial.print("\t");
    Serial.print(ay); Serial.print("\t");
    Serial.println(gz);
    sim=0;
  }

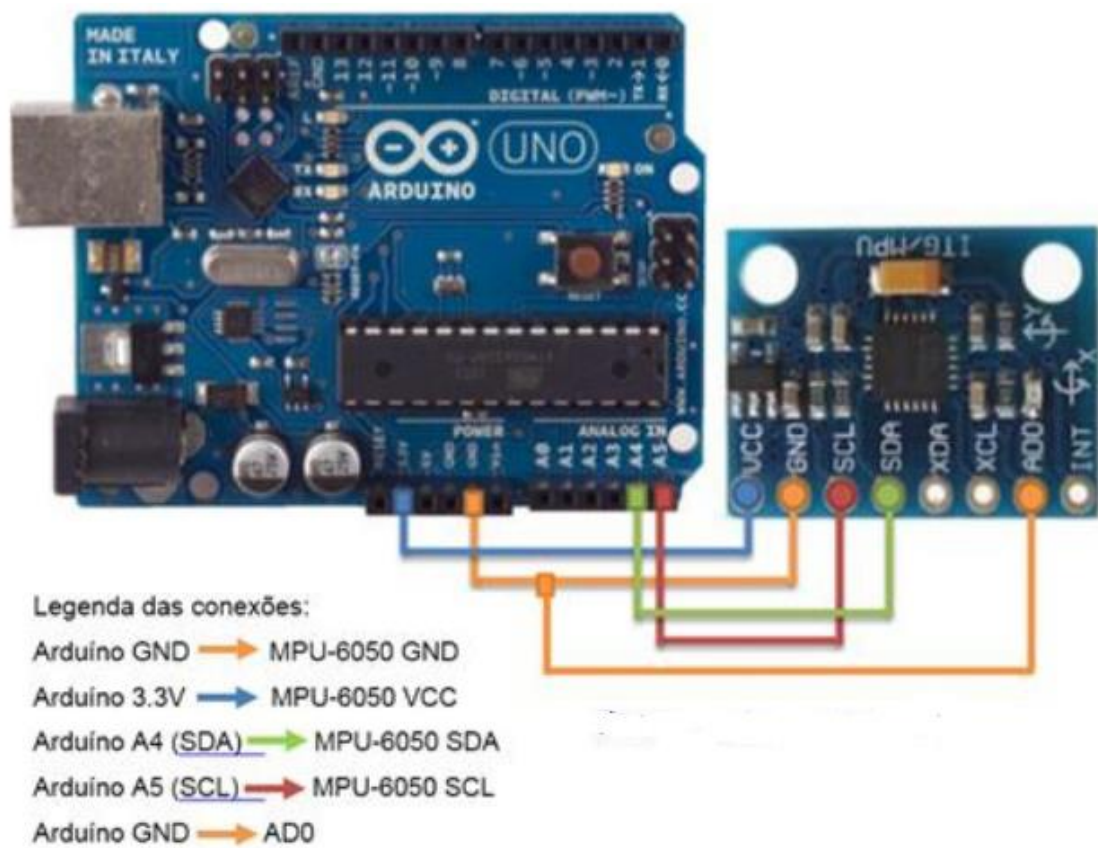
}

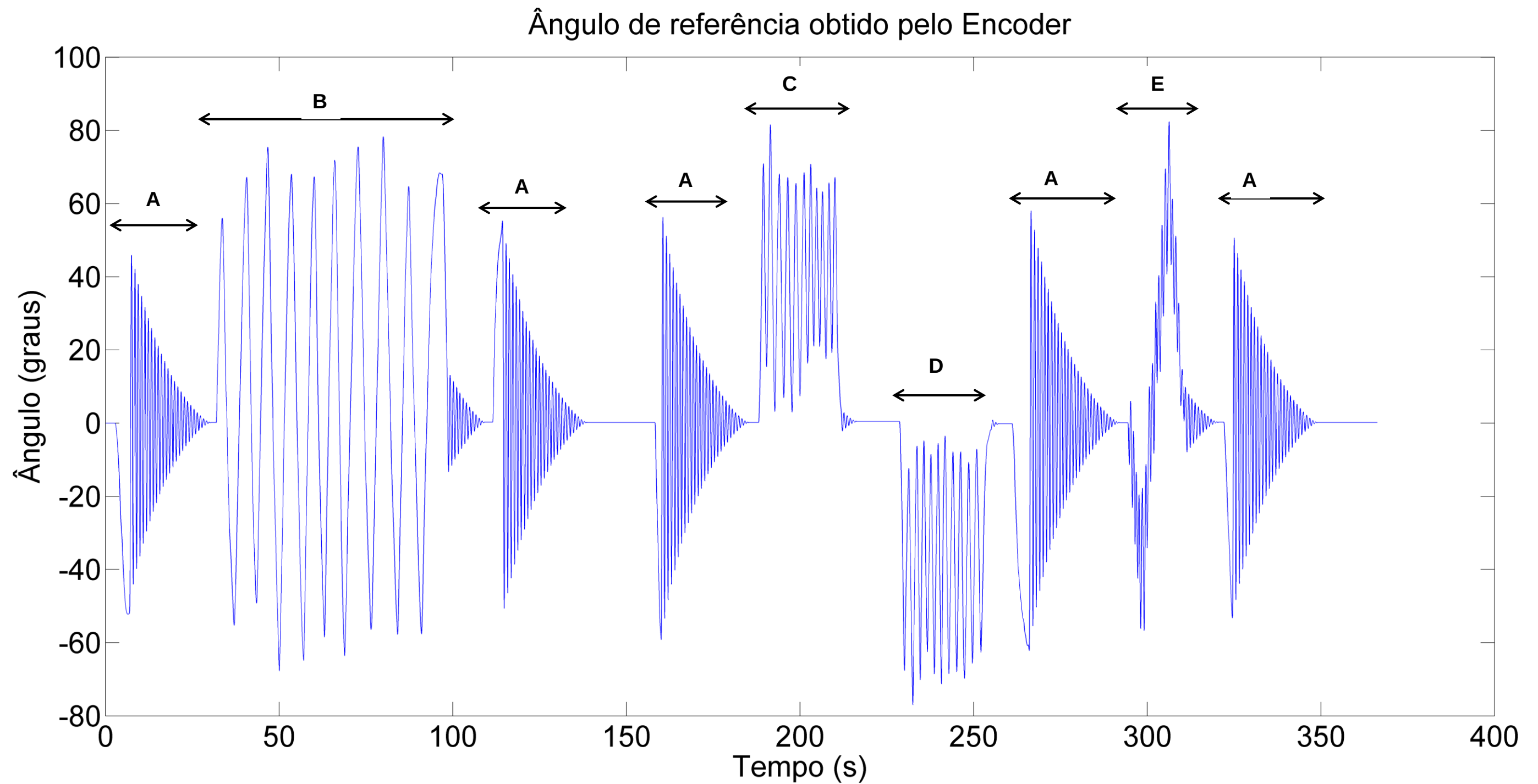
void timerIsr()
{

  digitalWrite( 13, digitalRead( 13 ) ^ 1 );
  sim=1;
}

```

Apêndice K – Ligações da MPU-6050 no Arduino





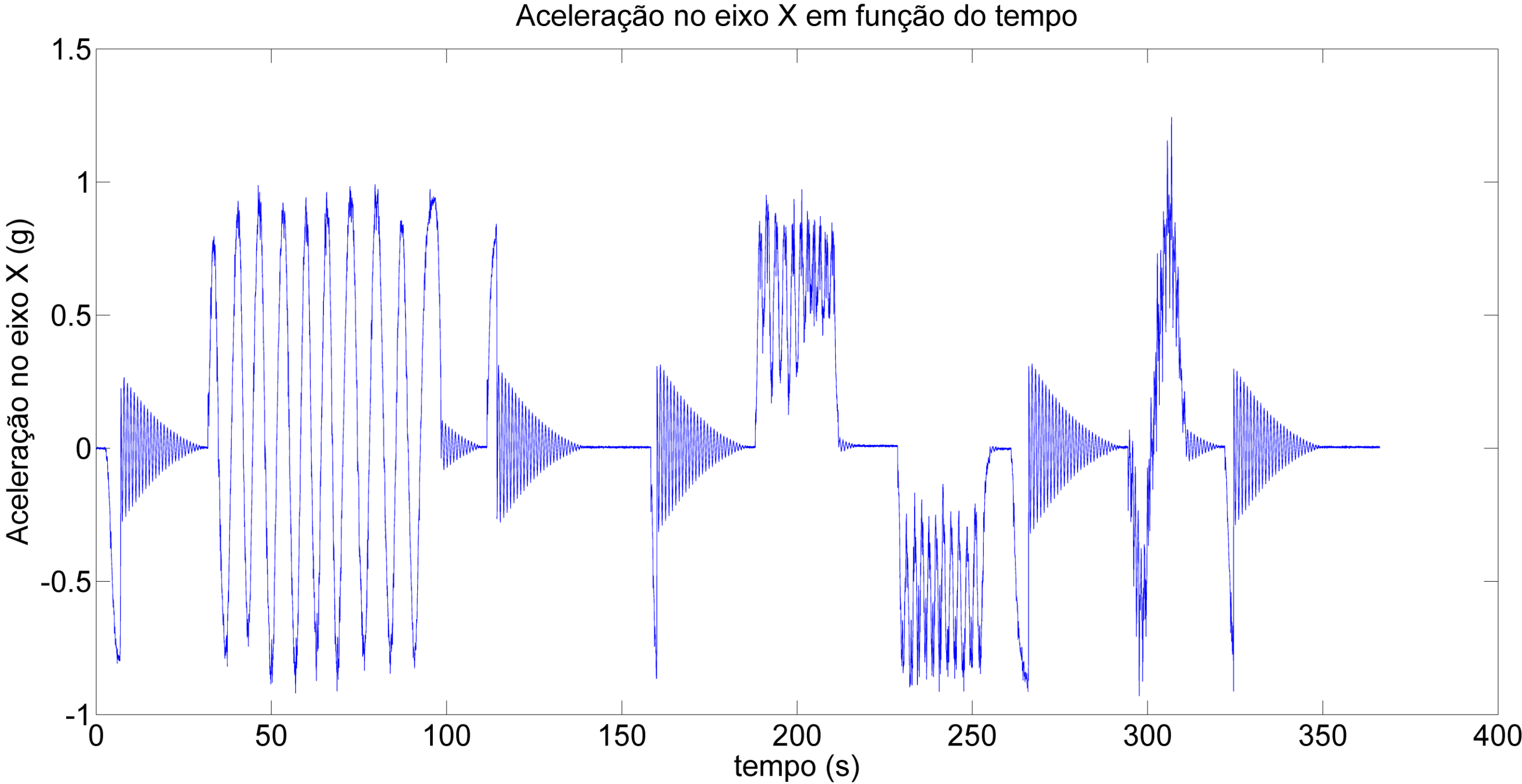
Trecho tipo A: Oscilações livres até atingir o repouso.

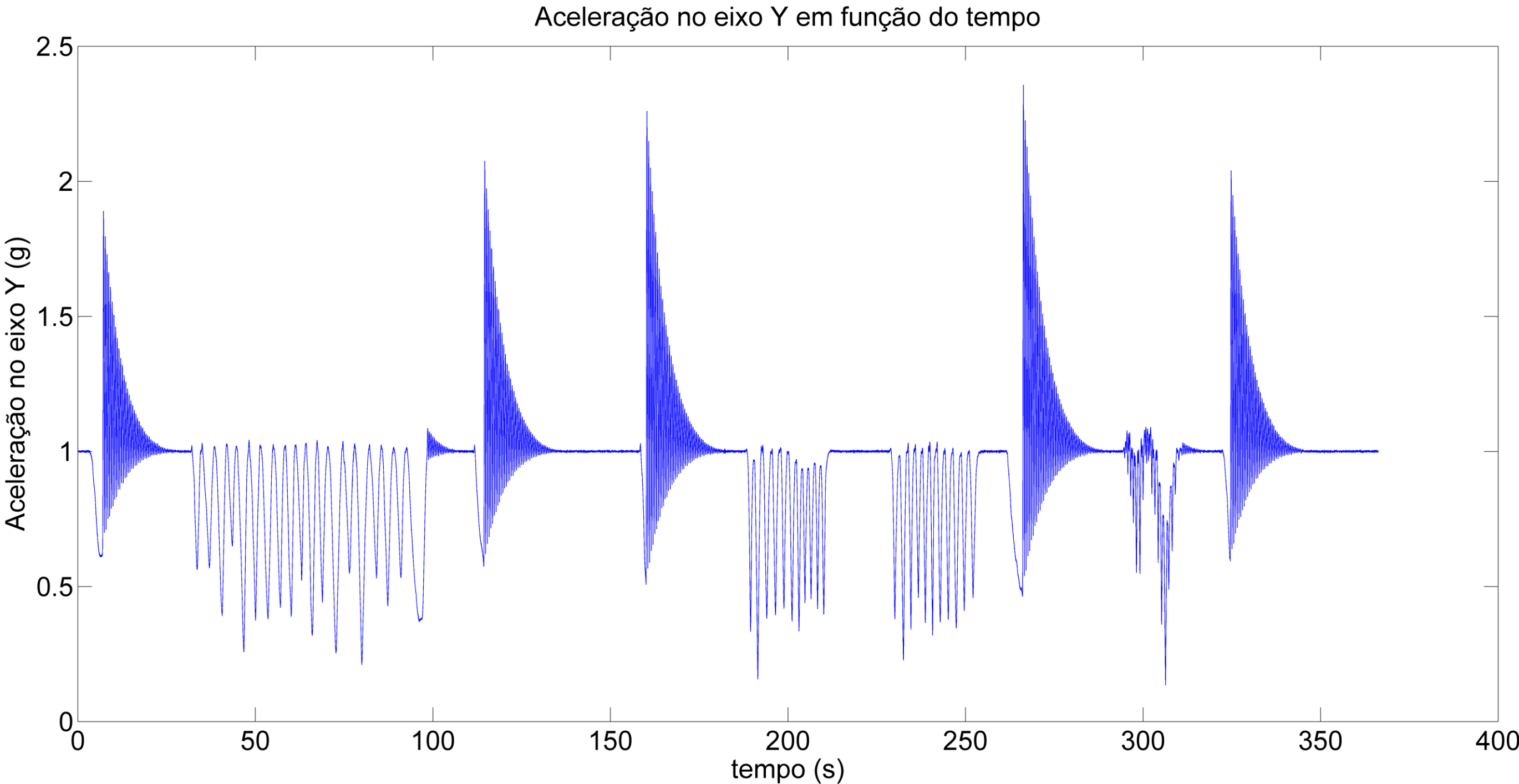
Trecho tipo B: 10 oscilações manuais com velocidades menores e depois solto perto do ponto 0 grau.

Trecho tipo C: movimento manual oscilando somente em ângulos positivos

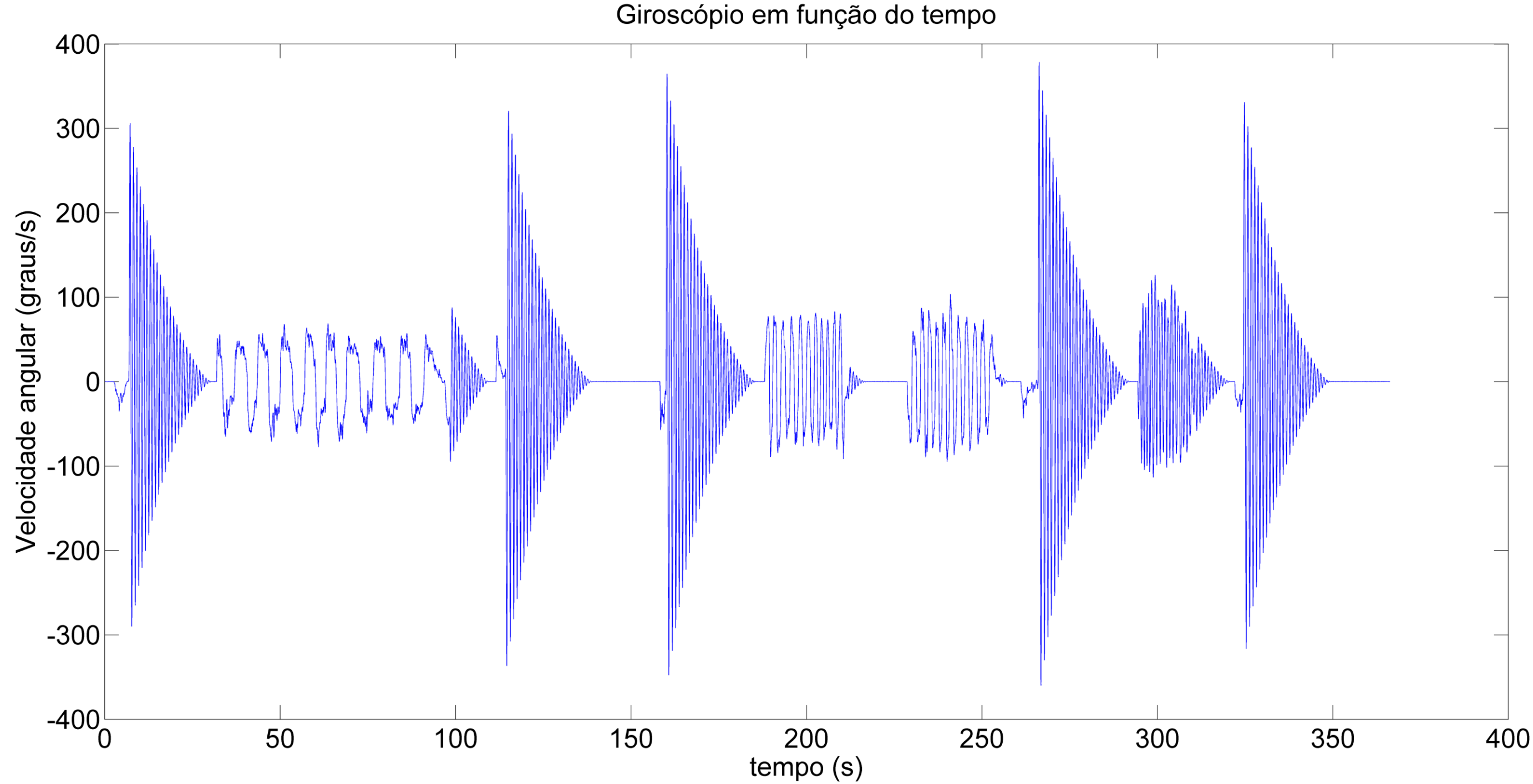
Trecho tipo D: movimento manual oscilando somente em ângulos negativos

Trecho tipo E: oscilação manual composta com oscilações de menor amplitude e maior frequência

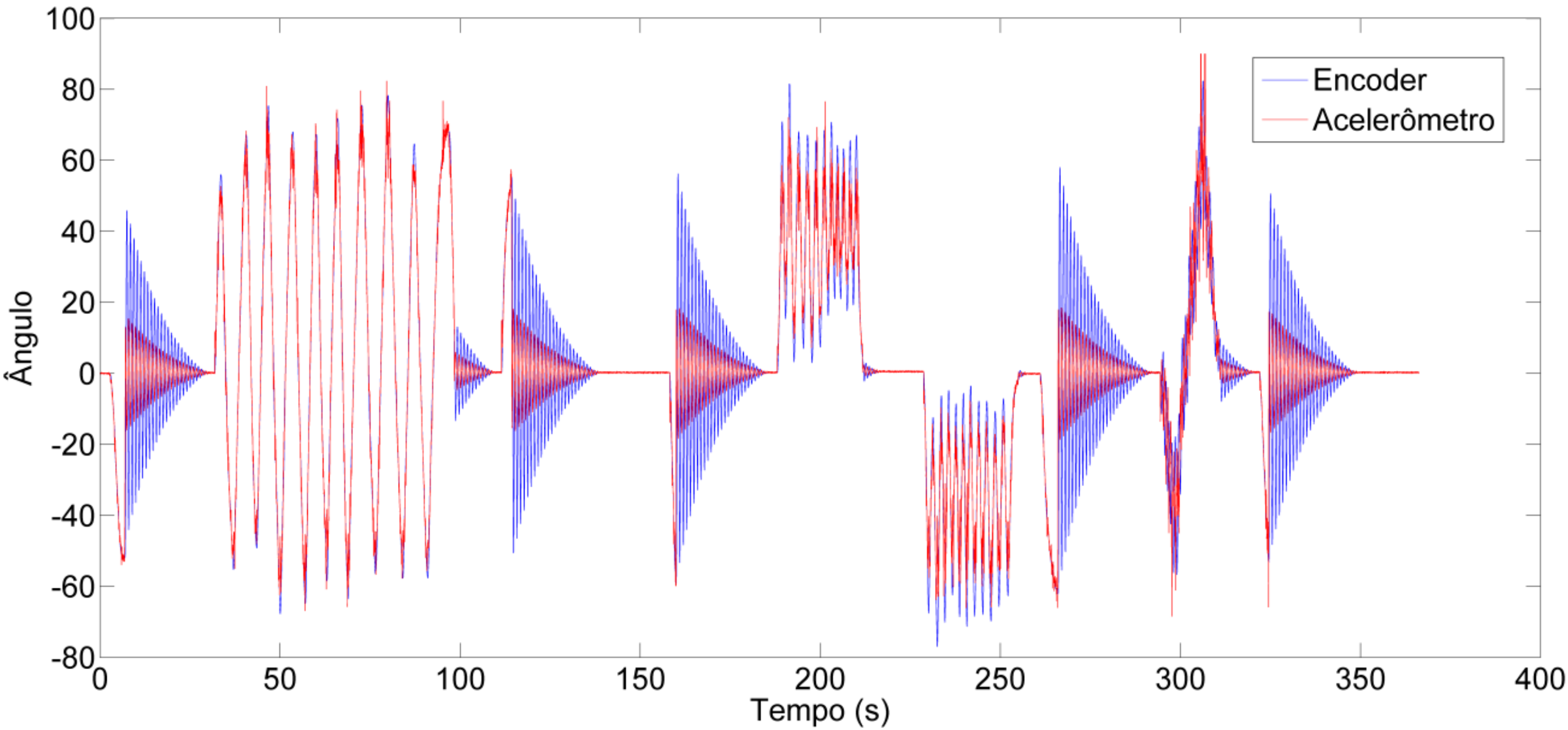




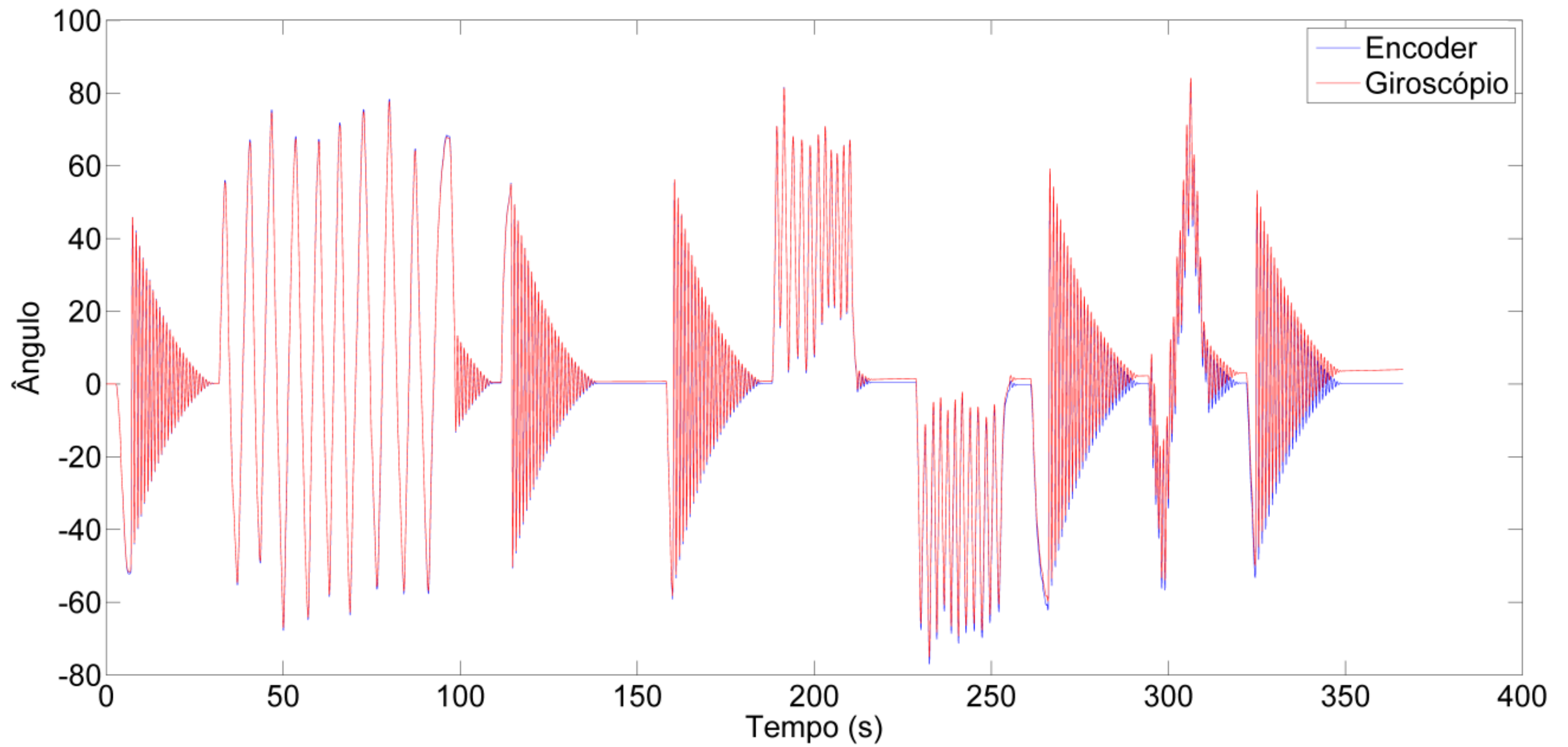
Apêndice O – Amostras da velocidade angular, ω , coletadas no eixo z do giroscópio (G_z).



Apêndice P – Comparação do ângulo de referência com a determinação utilizando acelerômetro



Apêndice Q – Comparação do ângulo de referência com a determinação utilizando giroscópio.



Apêndice R – Código do método de estimação sem FK no *MATLAB*

```
clear all
close all

load -ascii 'andersonRapidoAxAyAzGxGyGzEncoder.csv'

% Carregando o arquivo contendo os dados do experimento
% É um arquivo de numeros separados por virgula gerado na aquisição
% pelo LABVIEW e que o MATLAB pode tratar com facilidade.
% As colunas são respectivamente Ax, Ay, Az, Gx, Gy, Gz, ENCODER
% (padrão) Sendo A o acelerometro, G o giroscópio. x, y, z os eixos

tamanho=size(andersonRapidoAxAyAzGxGyGzEncoder);
numAmostras=tamanho(1,1);

% Os dados utilizados são:
axBinario=andersonRapidoAxAyAzGxGyGzEncoder(1:numAmostras,1);
% Ax - Acelerometro X
ayBinario=andersonRapidoAxAyAzGxGyGzEncoder(1:numAmostras,2);
% Ay - Acelerometro Y
gzBinario=andersonRapidoAxAyAzGxGyGzEncoder(1:numAmostras,6);
% Gz - Giroscópio Z
encoderBinario=andersonRapidoAxAyAzGxGyGzEncoder(1:numAmostras,7);
% ENCODER - PADRÃO

Tamostragem=0.01; % Amostragem em 100Hz - a cada 10ms

t=[1:numAmostras]*Tamostragem;
% Fator de conversão do encoder para radianos
fatorConvEncoder=2*pi/4096;
% Encoder 12 bits => 4096 e 360° -> 2*pi
encoderRadianos=(encoderBinario*fatorConvEncoder)';
encoderRadianosCorrigido=-(encoderRadianos-pi);
% Necessário inverter 180°

% Considera-se o inicio com pendulo em repouso, é feita uma calibração
% (correção)
% fazendo a média das 100 primeiras amostras, para considerar este
% angulo
% como 0 rad.

mediaEncoderInicio=sum(encoderRadianosCorrigido(1:100))/100;
encoderRadianosCorrigido=encoderRadianosCorrigido-mediaEncoderInicio;

% Plotar o theta de referência, os dados do encoder
numFigura=1;
figure(numFigura)
numFigura=numFigura+1;
plot(t,encoderRadianosCorrigido)
ylabel('angulo do encoder (rad)')
xlabel('t(s)')
ha = findall (gca, '-property', 'fontsize');
set (ha, 'fontsize', 10);

% Conversão dos dados do acelerometro em dado Binário (16bits) para
% aceleração em %m/s^2
g=9.80665; %m/s^2
```

```

fatorConvAcelerometro=4*g/65536; %Sensibilidade maxima do acelerometro
= 4g
ax=(axBinario*fatorConvAcelerometro)'; %m/s^2

% Considera-se o inicio com pendulo em repouso, é feita uma calibração
(correção)
% fazendo a média das 100 primeiras amostras, para considerar o
% acelerômetro X com aceleração 0 m/s^2, pois está alinhado com a
horizontal

mediaAxInicio=sum(ax(1:100))/100;
ax=ax-mediaAxInicio;

figure(numFigura)
numFigura=numFigura+1;
plot(t,ax)
ylabel('ax (m/s2)')
xlabel('t(s)')
ha = findall (gca, '-property', 'fontsize');
set (ha, 'fontsize', 10);

ay=(-ayBinario*fatorConvAcelerometro)'; %m/s2

%Se, no início, o pêndulo estava parado, a média dos primeiros
valores de ay
%deveria ser -g. Deve-se fazer correção caso isto não tenha
ocorrido.
mediaAyInicio=sum(ay(1:100))/100;
erroAy=mediaAyInicio+g;
ay=ay-erroAy;

figure(numFigura)
numFigura=numFigura+1;
plot(t,ay)
ylabel('ay (m/s2)')
xlabel('t(s)')
ha = findall (gca, '-property', 'fontsize');
set (ha, 'fontsize', 10);

%fatorConvGiroscopio=500/65536; %de binário p/ graus/s
fatorConvGiroscopio=500*pi/180/65536; %de binário p/ rad/s
gz=(gzBinario*fatorConvGiroscopio)'; %rad

figure(numFigura)
numFigura=numFigura+1;
plot(t,gz)
ylabel('gz (rad/s)')
xlabel('t(s)')
ha = findall (gca, '-property', 'fontsize');
set (ha, 'fontsize', 10);

%Cálculo da aceleração angular por derivada,
usando interpolação polinomial
inicioIntervalo=1;
tamIntervaloPoli=10;
numIntervalos=fix(numAmostras/tamIntervaloPoli);
numAmostrasPolisCompletos=numIntervalos*tamIntervaloPoli;
gzPoliAproxCompleta=zeros(1,numAmostrasPolisCompletos);
acelAngularCompleta=zeros(1,numAmostrasPolisCompletos);

```



```

for iteracao = 1:numIntervalos
    %Seleciona intervalo de tempo, com tamIntervaloPoli amostras:
    pontosTempo=t(inicioIntervalo:inicioIntervalo+tamIntervaloPoli-1);
    %Seleciona as tamIntervaloPoli amostras correspondentes de gz:
    pontosGz=gz(inicioIntervalo:inicioIntervalo+tamIntervaloPoli-1);
    %Calcula coeficientes do polinômio interpolador de grau 3:
    poliAproximGz=polyfit(pontosTempo,pontosGz,3);
    %Avalia polinômio nestes instantes:
    gzPoliAproxIntervalo=polyval(poliAproximGz,pontosTempo);
    poliDerivadaGz=polyder(poliAproximGz);
    acelAngularIntervalo=polyval(poliDerivadaGz,pontosTempo);

    gzPoliAproxCompleta(inicioIntervalo:(inicioIntervalo+tamIntervaloPoli-1)) = gzPoliAproxIntervalo;

    acelAngularCompleta(inicioIntervalo:(inicioIntervalo+tamIntervaloPoli-1)) = acelAngularIntervalo;
    inicioIntervalo=inicioIntervalo+tamIntervaloPoli;
end

tPolisCompletos=t(1:numAmostrasPolisCompletos);

figure(numFigura)
numFigura=numFigura+1;
plot(tPolisCompletos,gzPoliAproxCompleta)
ylabel('gzPoli (rad/s)')
xlabel('t(s)')
ha = findall (gca, '-property', 'fontsize');
set (ha, 'fontsize', 10);

figure(numFigura)
numFigura=numFigura+1;
plot(tPolisCompletos,acelAngularCompleta)
ylabel('acel angular (rad/s^2)')
xlabel('t(s)')
ha = findall (gca, '-property', 'fontsize');
set (ha, 'fontsize', 10);

at=ax(1:numAmostrasPolisCompletos);
raio=0.3;
ar=ay(1:numAmostrasPolisCompletos);
numerador=at-acelAngularCompleta*raio;
omega=gz(1:numAmostrasPolisCompletos);
denominador=ar-omega.^2*raio;
theta=atan(numerador./denominador);

% Calculo do erro DRMS -
mediaDrms=0;
for indice = 1:numAmostrasPolisCompletos
    drms(indice)=abs(((theta(indice)' -
    encoderRadianosCorrigido(indice))^2)^0.5);
    mediaDrms=abs(((theta(indice)' -
    encoderRadianosCorrigido(indice))^2+mediaDrms));
end

mediaDrms=(mediaDrms/numAmostrasPolisCompletos)^0.5;

```



```

figure(numFigura)
numFigura=numFigura+1;
% plot(tPolisCompleto,abs(drms),tPolisCompleto,mediaDrms)
plot(tPolisCompleto,abs(drms))
ylabel('erro estimado (rad)')
xlabel('t(s)')
ha = findall (gca, '-property', 'fontsize');
set (ha, 'fontsize', 10);

% end Calculo do erro DRMS

figure(numFigura)
numFigura=numFigura+1;
plot(tPolisCompleto,theta)
ylabel('theta estimado (rad)')
xlabel('t(s)')
ha = findall (gca, '-property', 'fontsize');
set (ha, 'fontsize', 10);

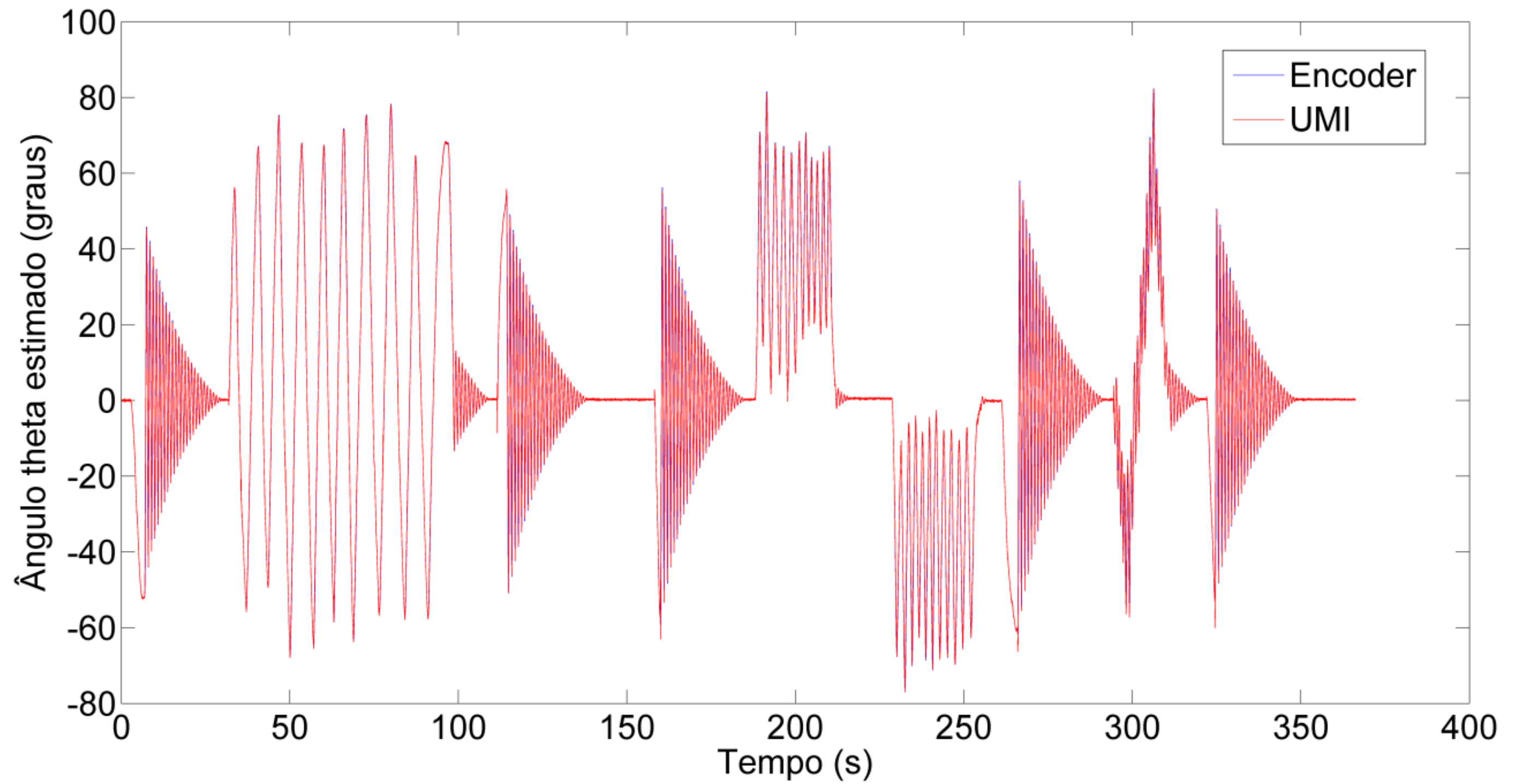
figure(numFigura)
numFigura=numFigura+1;

plot(tPolisCompleto,encoderRadianosCorrigido(1:numAmostrasPolisComple
tos), 'b', ...
      tPolisCompleto,theta, 'r')

ylabel('theta (rad)')
xlabel('t(s)')
title('comparacao')
ha = findall (gca, '-property', 'fontsize');
set (ha, 'fontsize', 10);

```

Apêndice S – Comparação entre ângulo θ estimado sem o FK e o ângulo de referência



Apêndice T – Código no *MATLAB* para geração de gráficos com FK, acelerômetro e giroscópios isoladamente

TesteComKalman.m

```
clear all

Namostras = 36626;
ThetaSalvo = zeros(1,Namostras);
u = zeros(1,Namostras);
K = zeros(1,Namostras);
P = zeros(1,Namostras);

dt = 0.01;

% ALGORITMO DO FILTRO DE KALMAN
for k=1:Namostras
    thetap = obterGiro();
    GZ(k) = thetap;
    ax = obterAcel();
    theta = determinarThetaSIN(ax);

    z(k) = theta;

    [ThetaSalvo(k) K(k) P(k) u(k)] = FiltroKalman(theta, thetap);
end

t = 0:dt:Namostras*dt-dt;

load carregarAcel
ENCODER = (ENCODER - 1984) * 360 / 4096;
figure (1)
plot (t, ENCODER , t,ThetaSalvo, 'r')
figure (2)
plot (t, ENCODER , t,z, 'r')
figure (3)
plot (t, ENCODER , t,u, 'r')
figure (4)
plot (t, K , t,P, 'r')

ErroRMS()
```

FiltroKalman.m

```
function [theta Kgain ErrorP uk] = FiltroKalman(z, thetap)
%
%
persistent A B H Q R
persistent x P K u
persistent firstRun

dt = 0.01;

if isempty(firstRun)
    A = 1;
    B = dt;
    H = 1;

    Q = 0;
    R = 0;

    x = 0;
    P = 0;
    u=0;

    firstRun = 1;
end

u = A*u+B*thetap;

xp = A*x+B*thetap;
Q = Q + 10^-11;
R = 1;
Pp = A*P*A' + Q;
K = Pp*H'*inv(H*Pp*H' + R);
x = xp + K*(z - H*xp);      % x = [theta]
P = Pp - K*H*Pp;

Kgain = K;
ErrorP = P;
theta = x;
uk = u;
```

ErroRMS.m

```
thetaErro = zeros(1,1); %% theta com amostragem 5 vezes menor

drms = zeros(1,1);      %% variancia em cada ponto com FK
drmsACEL = zeros(1,1);  %% variancia em cada ponto somente com
acelerometro
drmsGIRO = zeros(1,1);  %% variancia em cada ponto somente com
giroscópio

mediaDrms= zeros(1,1);  %% Desvio quadrático médio ao longo do tempo
com FK
mediaDrmsACEL= zeros(1,1); %% Desvio quadrático médio ao longo do
tempo com acelerometro
mediaDrmsGIRO= zeros(1,1); %% Desvio quadrático médio ao longo do
tempo com giroscópio

MDrms = 0;              %% média do desvio RMS ao fim do teste com FK
MDrmsACEL = 0;          %% média do desvio RMS ao fim do teste somente com
acelerometro
MDrmsGIRO = 0;          %% média do desvio RMS ao fim do teste com FK com
giroscópio

k=1; % representa cada novo dado do encoder - indice = k * 5 pela
diferenca de amostragem
for indice = 1:5:Namostras

    % Teste com FK
    thetaErro(k)=ThetaSalvo(indice)';
    drms(k)=abs(ThetaSalvo(indice)' - ENCODER(indice)')^2;
    MDrms=(ThetaSalvo(indice)' - ENCODER(indice)')^2 + MDrms;
    mediaDrms(k)=(MDrms/k)^0.5;

    % Teste somente com acelerometro
    drmsACEL(k)=abs(z(indice)' - ENCODER(indice)')^2;
    MDrmsACEL=((z(indice))' - ENCODER(indice)')^2 + MDrmsACEL;
    mediaDrmsACEL(k)=(MDrmsACEL/k)^0.5;

    % Teste somente com giroscópio
    drmsGIRO(k)=abs(u(indice)' - ENCODER(indice)')^2;
    MDrmsGIRO=((u(indice))' - ENCODER(indice)')^2 + MDrmsGIRO;
    mediaDrmsGIRO(k)=(MDrmsGIRO/k)^0.5;

    k = k + 1;
end
k = k - 1; %% Fim dos dados, é necessario retornar uma iteração

% Calculo do DESVIO QUADRÁTICO MÉDIO para os tres testes
MDrms = (MDrms/k)^0.5
MDrmsACEL = (MDrmsACEL/k)^0.5
MDrmsGIRO = (MDrmsGIRO/k)^0.5

% Para o teste com FK
figure(5)
t = 0 : 5*dt : 5*k*dt-dt;
plot(t,drms)% Variancia em cada ponto do tempo

figure(6)
```

```

plot(t,mediaDrms) % Desvio Quadrático Medio em função do tempo

figure(7)
plot(t,mediaDrms,t, thetaErro, 'r') % Comparação com proprio theta
estimado

% Para o teste somente com Acelerometro
figure(8)
plot(t,drmsACEL) % Variancia em cada ponto do tempo

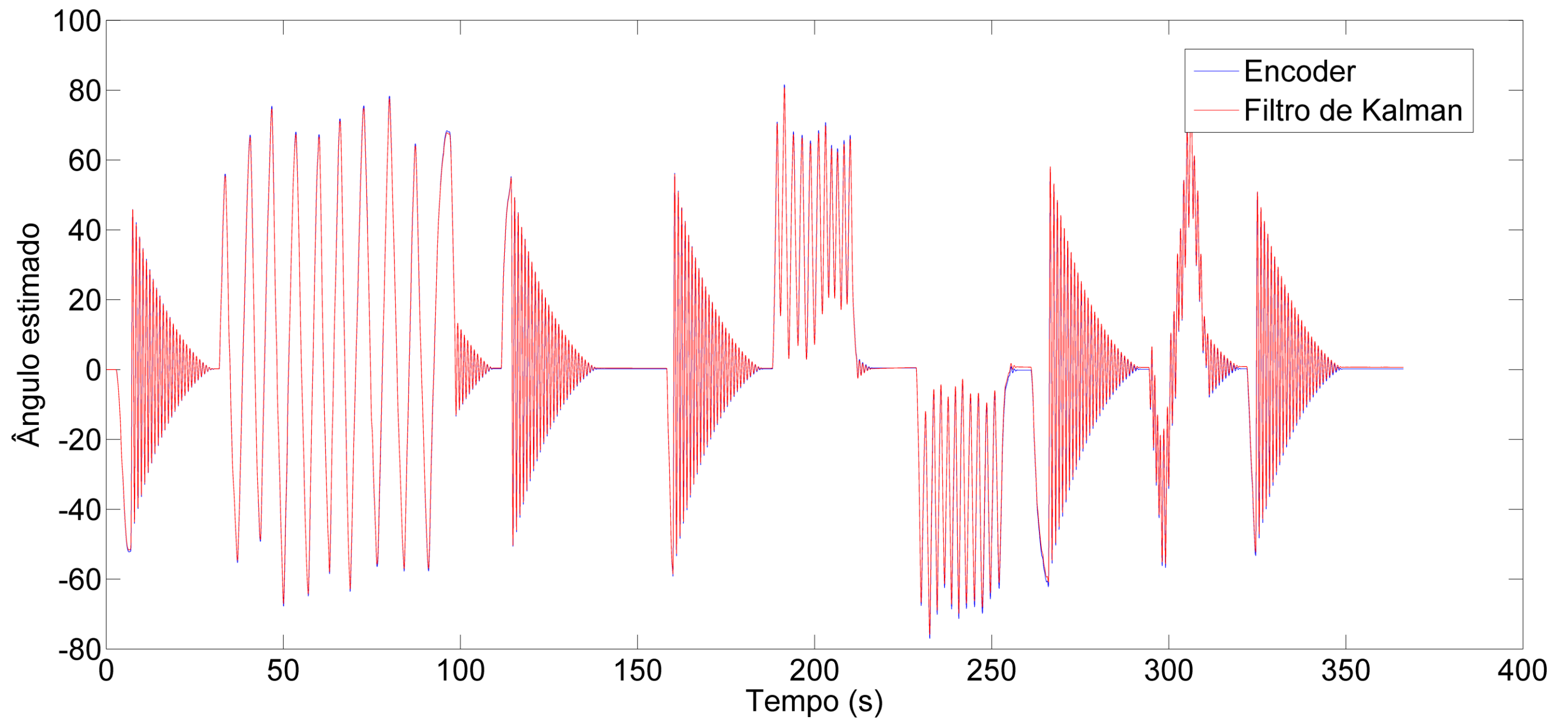
figure(9)
plot(t,mediaDrmsACEL) % Desvio Quadrático Medio em função do tempo

% Para o teste somente com Giroscopio
figure(10)
plot(t,drmsGIRO) % Variancia em cada ponto do tempo

figure(11)
plot(t,mediaDrmsGIRO) % Desvio Quadrático Medio em função do tempo

```

Apêndice U – Comparação entre ângulo θ estimado com o FK e o ângulo de referência



Apêndice V – Código no *MATLAB* para geração do erro REQM em 3D

TesteComKalman_3D.m

```
clear all

Namostras = 36626; %% numero total de amostras do ensaio
ThetaSalvo = zeros(1,Namostras); % vetor para armazenar o resultado do
FK
graficoDrms=zeros(1,1); % Matriz para registrar grafico 3D do desvio
RMS

loop = 0; %% Variável para apagar todas as variaveis para um novo
teste
dt = 0.01; %% Tempo de amostragem em 10ms

% matriz de linhas e colunas para formar grafico 3D para os testes
% com vários valores de Q e R
for linha=1:10
    rr = linha;

    for coluna=1:10
        qq = coluna;

% ALGORITMO DO FILTRO DE KALMAN
for k=1:Namostras

    thetap = obterGiro(); % ler informação do giroscopio no .mat
    ax = obterAcel(); % ler informação do acelerometro no .mat
    theta = determinarThetaSIN(ax); % determinar theta somente com
acelerometro

    % Determinar a theta com a fusão do acelerometro e giroscópio
    % com valores de Q e R de acordo com 'rr' e 'qq'
    ThetaSalvo(k) = FiltroKalman_3D(theta, thetap, rr, qq, loop);

loop=1;
end
    ErroRMS_3D()
    loop=0; % fim de uma estimação, zerar valores internos de
FiltroKalman()
end
end
```


FiltroKalman_3D.m

```
function [theta] = FiltroKalman_3D(z, thetap, rr, qq, loop)

persistent A B H
persistent x P Q R

dt = 0.01;

% inicialização de variáveis
if loop==0
    A = 1;
    B = dt;
    H = 1;

    x = 0;
    P = 0;
    R = 0;
    Q = 0;

end

% Teste com valores entre 10^(-10) até 10^0
Q = Q + 10^(-10+qq);
% Teste com valores entre 10^(1) até 10^10
R = 10^(rr);

% Algoritmo apresentado no capítulo 4
xp = A*x+B*thetap;
Pp = A*P*A' + Q;
K = Pp*H'*inv(H*Pp*H' + R);
x = xp + K*(z - H*xp);
P = Pp - K*H*Pp;

theta = x;
```

ErroRMS_3D.m

```
load carregarAcel
ENCODER = (ENCODER - 1984) * 360 / 4096;
% 1984 é o valor do encoder quando na posição 0 grau
% 360/4096 significa 4096 pulsos por uma rotação de 360 graus

mediaDrms=0;
k=1;

% Como a taxa de aquisição do Encoder é de 20 Hz (a cada 50ms) e a da
% UMI
% é de 100Hz (a cada 10ms), o loop "for" salta de 5 em 5 amostras para
% eliminar os dados repetidos do Encoder.
for indice = 1:5:Namostras
mediaDrms=(ThetaSalvo(indice)' - ENCODER(indice))^2 + mediaDrms;
k = k + 1;
end
k = k - 1;
mediaDrms=(mediaDrms/k)^0.5

% a cada estimação da amostra total de 366 segundos, gera-se uma nova
% média do desvio RMS, forma-se uma matriz com varios resultados de Q
% e R
graficoDrms(linha, coluna) = mediaDrms;
```

Apêndice W – Funções em comum utilizadas nos testes com FK

Funções em comum tanto para o teste de geração do gráfico 3D e do teste com FK.

obterGiro.m

```
function thetap = obterGiro()
%
%
persistent wz
persistent k primeiraVez mediaGZ

%% CALIBRAÇÃO DO GIROSCÓPIO
if isempty(primeiraVez)
    mediaGZ = 0;
    load carregarGiro
    for k=1:200
        mediaGZ = mediaGZ + wz(k) ;
    end
    mediaGZ = mediaGZ / 200.

    k = 1;
    primeiraVez = 1;
end

%% CONVERSÃO DE BINÁRIO PARA DEG/SEG
thetap = (wz(k) - mediaGZ) / 65.5;

k = k + 1;

if k==36627
    k = 1;
end
```

obterAcel.m

```
function [ax] = obterAcel()
%
%
persistent fx fy
persistent k primeiraVez mediaAX mediaAY

if isempty(primeiraVez)
    mediaAX = 0;
    load carregarAcel
    for k=1:200
        mediaAX = mediaAX + fx(k) ;
    end
    mediaAX = mediaAX / 200.
    k = 1;
    primeiraVez = 1;
end

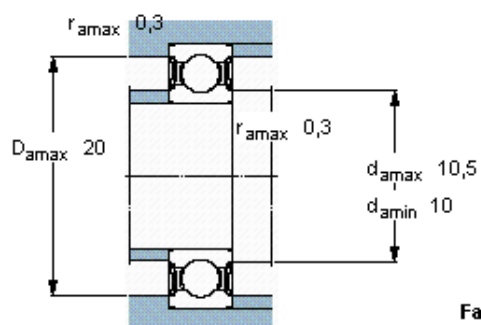
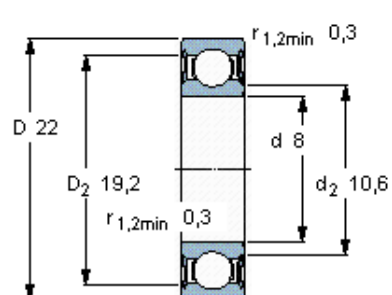
% CONVERSÃO DE BINÁRIO PARA UNIDADE GRAVITACIONAL (FORÇA G)
ax = (fx(k) - mediaAX) / 8192.;
k = k + 1;

if k==36627
    k = 1;
end
```

determinarThetaSIN.m

```
function theta = determinarThetaSIN(ax)  
  
theta = real (asin( ax )*180/pi);
```

Anexo A – Dados do rolamento SKF608



Fatores de cálculo

k_r : 0,025
 f_0 : 12

SERIE 67 ENCODER ABSOLUTO SERIAL

- Singleturn e Multiturn
- Interface Serial RS485
- Comunicação Mod Bus
- Diâmetro 58mm em aço inox. com flange synchro
- Ligações com cabo ou com conector



CARACTERÍSTICAS MECÂNICAS

Base	Aço Inox
Tampa	Aço Inox
Eixo	Aço Inox
Rolamentos	6900ZZ
Peso	0,4 kG
Grau de proteção (padrão)	IP54
Grau de proteção (opcional)	IP65
Rotação máxima	600 RPM
Carga radial máxima	15kG
Carga axial máxima	15kG

CARACTERÍSTICAS ELÉTRICAS

Alimentação	24Vdc(nom)
Corrente total máxima	100mA
Corrente máxima por saída	20mA
Temperatura de operação	-10 a +70°C
Resolução do multiturn	até 12 bits
Resolução do singleturn	360 , 2048 até 13 bits

0800 772 3877
www.hohner.com.br