



**Do orçamento doméstico ao guia de investimento de renda fixa: um
pequeno manual para um investidor iniciante**

Grazielly Muniz da Cunha Prado

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu em Matemática em Rede Nacional, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Matemática, orientada pelo Prof. Emiliano Augusto Chagas

IFSP
São Paulo
2018



INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE SÃO PAULO IFSP

GRAZIELLY MUNIZ DA CUNHA PRADO

**DO ORÇAMENTO DOMÉSTICO AO GUIA DE INVESTIMENTO DE RENDA
FIXA: UM PEQUENO MANUAL PARA O INVESTIDOR INICIANTE**

Orientador: Prof. Me. EMILIANO AUGUSTO CHAGAS

**Dissertação de mestrado apresentada
como parte dos requisitos para obtenção do título
de Mestre em Matemática, junto ao Programa
de Pós-Graduação Mestrado Profissional em
Matemática em Rede Nacional, Instituto Federal de
Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo,
Câmpus São Paulo.**

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE A VERSÃO FINAL DA DISSERTAÇÃO
DEFENDIDA PELO ALUNO GRAZIELLY MUNIZ DA CUNHA PRADO,
E ORIENTADA PELO PROF. ME. EMILIANO AUGUSTO CHAGAS.

SÃO PAULO, 2019

Catálogo na fonte
Biblioteca Francisco Montojos - IFSP Campus São Paulo
Dados fornecidos pelo(a) autor(a)

P896o Prado, Grazielly Muniz da Cunha
Do orçamento doméstico ao guia de investimento de renda fixa: um pequeno manual para um investidor iniciante / Grazielly Muniz da Cunha Prado. São Paulo: [s.n.], 2019.
78 f.

Orientador: Emiliano Augusto Chagas

Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo, IFSP, 2019.

1. Educação Financeira. 2. Investimentos. 3. Renda Fixa. 4. Ganhos Reais. 5. Comparação de Investimentos. I. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo II. Título.

CDD 510

GRAZIELLY MUNIZ DA CUNHA PRADO

DO ORÇAMENTO DOMÉSTICO AO GUIA DE INVESTIMENTO DE RENDA
FIXA: UM PEQUENO MANUAL PARA O INVESTIDOR INICIANTE

Dissertação apresentada como parte
dos requisitos para obtenção do título
de Mestre em Matemática, junto ao programa de
Pós-graduação- Mestrado Profissional
em Matemática em Rede Nacional,
Instituto Federal de Educação,
Ciência e Tecnologia de São Paulo,
Câmpus São Paulo.

BANCA EXAMINADORA



Prof. Me. Emiliano Augusto Chagas- Orientador
IFSP-Câmpus São Paulo



Prof. Dr. Francisco Bruno de Lima Holanda

UFG-Campus II



Prof. Dr. Amari Goulart
IFSP-Câmpus São Paulo

São Paulo - SP

2018

Agradecimentos

A Deus pela força de recomeçar sempre que foi preciso.

Ao meu esposo Régis, por sempre me apoiar ao longo dos nossos dez anos de relacionamento. Por toda a paciência nas madrugadas de estudo, pelo apoio psicológico, por me incentivar em todas as decisões profissionais e por todo amor e cuidado.

A minha filha, Maria Sofia por me mostrar que sempre é possível ter mais forças para não desistir. Por me mostrar que é possível mesmo quando todo o cenário mostra que vai ser difícil.

A minha mãe e meu irmão que sempre me ajudaram quando preciso.

A minha sogra Imaculada Prado, por me ensinar o poder do orçamento financeiro e pelo enorme carinho e amizade diante de todas as dificuldades ao longo dos últimos anos.

À minha querida professora Camila Boscov por ter me ensinado a amar finanças e mais ainda sobre amor próprio. Obrigada por todos os incentivos à minha carreira profissional.

Aos meus amigos Antônio e Ellen pela amizade e por terem me ajudado a conciliar o mestrado com a graduação em economia.s

Ao professor e orientador Emiliano Chagas pela orientação e motivações ao longo da construção dessa dissertação, com certeza ela não existiria sem o seu enorme apoio.

Ao professor Bruno Holanda por ter aceitado fazer parte da banca examinadora, e ter sido um dos principais motivadores durante minha breve carreira olímpica.

Ao professor Amari Goulart por fazer parte da banca, aulas ao longo do Profmat e valiosa contribuição a este trabalho.

À Sociedade Brasileira de Matemática pela implantação e continuidade do Profmat e ao IFSP pela oportunidade do programa.

RESUMO

O objetivo desse trabalho é oferecer um pequeno manual de investimentos na renda fixa. A partir do entendimento da importância do controle doméstico para evitar ou sair da inadimplência, gerando superávit orçamentário que permita a realização dos projetos financeiros de curto, médio e longo prazos. Com o superávit desejado, o trabalho apresenta todas as ferramentas da matemática financeira essenciais para entender o funcionamento do mercado financeiro.

Antes da explicação dos investimentos, é feita uma explicação dos órgãos reguladores e as principais taxas que são fundamentais para entender as garantias e ganhos. São expostos os dois tipos de investimento: renda fixa e renda variável. Entretanto, o foco desse trabalho é na renda fixa, através da explicação detalhada através dos tópicos essenciais de entendimento, tais como definição do investimento, aplicação mínima, carência, impostos cobrados, a acessibilidade, riscos envolvidos, rentabilidades e exemplificação de ganhos reais. Para fins de ajudar nas decisões é feito uma comparação entre os investimentos baseados nos tópicos essenciais de entendimentos. Por fim, é feita uma proposta de curso para difusão da matemática financeira utilizando essa dissertação como base teórica e prática.

Palavras-chaves: Educação Financeira. Investimentos. Renda Fixa. Ganhos Reais. Comparação de Investimentos.

ABSTRAT

The goal of this work is to offer a small manual of investments in fixed income. Based on the understanding of the importance of domestic control to avoid or get out of default, generating a budget surplus that allows for short, medium and long term financial projects. With the desired surplus, the paper presents all the tools of financial mathematics essential to understanding the functioning of the financial market.

Prior to the explanation of the investments, an explanation is made of the regulatory agencies and the key rates that are critical to understanding the guarantees and gains. The two types of investment, fixed income and variable income are exposed. However, the focus of this work is on fixed income, through detailed explanation through the essential topics of understanding, such as definition of the investment, minimum application, grace, taxes collected, accessibility, risks involved, profitability and exemplification of real gains. For purposes of decision making, a comparison is made between investments based on the essential topics of understanding. Finally, a course proposal for the diffusion of financial mathematics is made using this dissertation as theoretical and practical basis.

Keywords: Financial Education. Investments. Fixed Income. Real Earnings. Comparison of Investments.

LISTA DE ABREVIACOES E SIGLAS

ANBIMA	Associação Brasileira dos Mercados Financeiros e de Capitais
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CADE	Conselho Administrativo de Defesa Econmica
CDB	Certificado de Depósito Bancário
CDI	Certificado de Depósito Interbancário
Cetip	Central de Custódia e de Liquidação Financeira de Títulos Privados
CLT	Consolidação das Leis do Trabalho
CMN	Conselho Monetário Nacional
CNDL	Confederação Nacional de Dirigentes Lojistas
CPF	Cadastro de Pessoas Físicas
CVM	Comissão de Valores Mobiliários
FGC	Fundo Garantido de Crédito
IBGE	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
IGPM	ndice de Preços ao Consumidor
INSS	Instituto Nacional do Seguro Social
IOF	Imposto sobre Operações Financeiras
IPCA	ndice de Preços ao Consumidor
LCI	Letras de Crédito Mobiliário
Profmat	Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional
RDB	Recibo de Depósito Bancário
SELIC	Sistema Especial de Liquidação e Custódia
SPC	Serviço de proteção ao crédito
TR	Taxa Referencial

LISTA DE TABELAS

Tabela 1	Salário e alíquota para o INSS	Pág 6
Tabela 2	Exemplificação de calculo do imposto de renda	Pág 7
Tabela 3	Exemplificação de renda mensal líquida	Pág 9
Tabela 4	Cálculo da receita líquida de férias	Pág 10
Tabela 5	Cálculo da receita líquida do décimo terceiro salário	Pág 11
Tabela 6	Planejamento anual de receitas	Pág 11
Tabela 7	Planejamento anual de despesas de janeiro a junho	Pág 13
Tabela 8	Planejamento anual de despesas de julho a dezembro	Pág 13
Tabela 9	Comparação entre os tipos de investimento	Pág 59

SUMÁRIO

1.	Introdução	1
2.	Educação Financeira em Outros Países.....	4
3.	Orçamento Doméstico.....	5
3.1	Receitas	6
3.2	Despesa	13
4.	Matemática Financeira	16
4.1	Progressão Aritmética (PA)	18
4.2	Progressão Geométrica (PG).....	19
4.3	Juros Simples	21
4.4	Juros Compostos	22
4.5	Taxa Nominal.....	24
4.6	Taxa real.....	25
5.	Sistemas de Pagamentos.....	27
6.	Funcionamento do mercado financeiro e suas principais taxas.....	28
6.1	Conselho Monetário Nacional (CMN).....	28
6.2	Banco Central do Brasil, Bacen ou BC:.....	28
6.3	Comissão de Valores Mobiliários (CVM).....	29
6.4	Banco Nacional de Desenvolvimento Econômico e Social (BNDES).....	29
6.5	Conselho Administrativo de Defesa Econômica (CADE)	29
6.6	Bolsa de Mercadorias e Futuros & Bovespa:.....	29
7.	Taxas Básicas	30
7.1	Selic.....	30
7.2	Inflação.....	30
7.2.1	IGPM.....	31
7.2.2	IGP	31
7.3	CDI.....	32
7.4	Taxa Referencial	32
8.	Tipos de investimentos.....	33
8.1	Renda Fixa	33
8.2	Renda Variável.....	35
8.2.1	Ações.....	36
8.2.2	Fundos de Investimentos.....	36
8.2.3	Derivativos	36
9	Explicação de cada tipo de investimento da Renda Fixa	37

9.1	Caderneta de Poupança	37
9.2	Certificado de Depósito Bancário (CDB) e Recibo de Depósito Bancário (RDB)	40
9.3	Crédito de Depósito Interbancário (CDI)	45
9.3	Debêntures.....	45
9.4	LCI	50
9.5	LCA.....	53
9.6	Títulos Públicos.....	55
10.	Comparação dos Investimentos:.....	59
10.1	Acessibilidade	59
10.2	Investimento Mínimo	59
10.3	Maturidade dos Investimentos	60
10.4	Risco.....	61
10.5	Imposto.....	61
10.6	Ganhos Reais.....	62
11.	Considerações	64
12.	Referências Bibliográficas	67

1. Introdução

Na última década, a economia brasileira passou por um grande crescimento no crédito (Serasa, 2007), porém em termos de endividamento per capita, o resultado não foi positivo para as finanças pessoais. Quando se fala em educação financeira no Brasil, é sinônimo de escassez de conhecimento, dado que 30,52% da população estava endividada em 2018 segundo SPC(2018).

De 2004 a 2011 o Brasil passou por uma forte expansão de crédito. Porém, apesar do crescimento do crédito e acesso a informação através da expansão da internet, não houve um reflexo sobre os dados financeiros dos brasileiros. Em 2016, a população brasileira era de 207,7 milhões (IBGE, 2017) e, de acordo com o último relatório do Serviço de Proteção ao Crédito (SPC), 60,7 milhões destes eram inadimplentes (SPC Brasil, 2017), o que só cresceu nos últimos anos, atingindo 41% da população com o marco de 61,8 milhões de brasileiros em junho de 2018. E desses, 46% não acreditam na recuperação financeira de acordo com esse mesmo relatório. E para enfatizar a falta de controle financeiro, dados da mesma pesquisa, mostram que 32% são reincidentes no endividamento e 22% compraram mesmo sabendo que não poderiam pagar. Tal falta de controle de custos, reconhecimentos de receitas e planejamentos de compras é a motivação para essa dissertação.

A falta de confiança na recuperação do crédito e superávit das contas individuais, tem uma forte correlação com a falta de educação financeira dos brasileiros. Apesar da alta utilização de finanças no cotidiano, atualmente educação financeira não faz parte do currículo nacional da educação básica, entretanto está como sugestões nos tópicos a serem abordados como aplicações de conteúdos matemáticos na Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Infelizmente, educação financeira é algo novo para sociedade brasileira, que passou por várias instabilidade financeiras e crises de inflação. Nos últimos anos, educação financeira ganhou um espaço na sociedade brasileira.

Até início dos anos 2000, educação financeira eram sugestões de investimentos dos operadores do mercado financeiro sobre títulos públicos e privados e como poderiam multiplicar seus ativos através do mercado de ações (ARAÚJO e CALIFE, 2014). Para Araújo e Calife, o público alvo era e ainda são pessoas de classe média e

alta que podem alocar seus recursos em produtos do mercado financeiro e nunca teve como prioridade mostrar o caminho de como acumular riqueza através do orçamento doméstico. O que pode ser explicado pelo contexto histórico do período, onde se havia alta inflação, baixa bancarização, crédito escasso e instabilidade dos planos monetários até a eficácia do plano real, tornando-o o poder de compra baixíssimo e impossibilitando qualquer orçamento doméstico. Com o controle da inflação e o crescimento da bancarização a partir de 1999, estimulou-se e viabilizou o controle orçamentário no Brasil.

Essa falta de conhecimento financeiro, pode levar ao insucesso as decisões das famílias e até mesmo tornar o objetivo da casa própria inviável nessas famílias. De acordo com Brasuntein e Welch (2002, p.15):

"Participantes informados ajudam a criar um mercado mais competitivo e eficiente. Consumidores conscientes demandam por produtos condizentes com suas necessidades financeiras de curto e longo prazo, exigindo que os provedores financeiros criem produtos com características que melhor correspondam a essas demandas."

As consequências da educação financeira no crescimento do país ainda são questionáveis e abrangidas por pesquisas recentes, no entanto, com relação aos resultados individuais, segundo Rocha (2008, p.61), “ quando o indivíduo tem as finanças em ordem, ele toma decisões enfrenta melhor as adversidades. E isso ajuda não só na vida financeira, mas também nos aspectos familiares.”

Com o orçamento equilibrado, as famílias brasileiras podem almejar e planejar os objetivos de curto e longo prazo, seja um carro, uma viagem ou uma casa própria. A fim de acelerar esses objetivos, podem-se fazer valer dos investimentos financeiros e conseguirem ganhar capital através dos juros destes investimentos. Porém, a Associação Brasileira dos Mercados Financeiros e de Capitais (ANBIMA), mostra em sua pesquisa de 2018, que 58% dos pesquisados não tem nenhum investimento financeiro e dos 42% que possuem apenas 9% aplicou durante 2017 (ANBIMA, 2018).

Na mesma pesquisa, mostra que apenas 42% dos brasileiros conhecem algum tipo de investimento, onde a maioria da amostra de brasileiros conhece apenas a poupança. E apesar do seu baixo rendimento e haver investimentos disponíveis que rendem mais e com o mesmo risco, quase 89% dos brasileiros que investem, investem apenas na poupança. Seguido por 5% que investem em previdência privada, 4% em fundos de investimento e 3% em títulos privados. O relatório também mostra que não há

uma preocupação com o ganho real por 54% dos investidores e sim guardar o dinheiro para evitar o consumo por impulso. Esses números são incompatíveis com os 31% que desejam comprar a casa própria dado que não possuem investimentos e há um alto número de inadimplentes. Além da falta de orçamento, há baixo conhecimento sobre investimentos financeiro para multiplicar os recursos disponíveis.

Assim, a essência deste trabalho é um manual sobre investimentos da renda fixa, no entanto antes de tratar sobre investimentos, é explicado sobre como ter dinheiro para poder investir com a finalidade de atingir objetivos de curto e longo prazo, como por exemplo da casa própria. Além de investir com a finalidade de obter patrimônio, com a atual situação da previdência brasileira, haverá um capítulo como poupar para a previdência.

2. Educação Financeira em Outros Países

Segundo S&P Ratings Services Global Financial Literacy Survey (Pesquisa Global de Educação Financeira da divisão de ratings e pesquisas da Standard & Poor's, 2015) o Brasil ocupava a setuagésima quarta posição no ranking de educação financeira onde levava em consideração aritmética, diversificação de risco, inflação e juros compostos. Ficando atrás de países com PIB inferior ao do Brasil.

Ao contrário do que ocorre no Brasil, nos EUA educação financeira é algo inerente a cultura. Os governantes mantem o site chamado de My Money do governo dos Estados Unidos (2017) referente aos cinco princípios bases da Educação Financeira. De acordo com o site, tais princípios possuem como objetivo “obter o máximo de seu dinheiro”: ganhar, gastar, poupar & investir, tomar emprestado, proteger, onde cada um desses princípios é discutido em uma aba específica. Segundo Clarke(2015), o site ajuda as discussões sobre educação financeira associado as desigualdades sociais. De acordo do Clarke (2015), os que possuem desvantagens econômicas recebem conselhos sobre poupanças, seguros, riscos de empréstimos, enquanto a população com mais recursos, recebem conselhos de investimentos.

Assim como nos EUA, na França o governo mantem um site voltado para a Educação Financeira. O site La finance pour tous (FRANÇA, 2017), se auto denomina como site pedagógico das finanças e do dinheiro baseado em três pilares: melhor gerir o seu dinheiro; melhor compreender e escolher os produtos financeiros; sentir-se mais à vontade em seu ambiente cotidiano” (FRANÇA, 2017).

3. Orçamento Doméstico

Segundo a Anbima (2018), um dos principais motivos para a baixa quantidade de investimentos é o endividamento que é enfatizado pela falta de orçamento pessoal e familiar.

Sem as sobras de caixa, estimadas e controladas através do orçamento doméstico, o que impossibilita realizações financeiras de curto, médio e longo prazo, como por exemplo a casa própria. O que torna o planejamento e controle orçamentário essencial para realização de projetos que envolvam dinheiro. Segundo Frezatti (2009, p. 14), “planejar é quase uma necessidade intrínseca, como é alimentar-se para o ser humano. Não se alimentar significa enfraquecimento”. Para o autor, o planejamento elimina grandes variações orçamentarias que impossibilitam a execução dos projetos de forma eficiente que possuem a necessidade do dinheiro como intermediário.

A pesquisa do IBGE (2017) já cita que a maioria dos entrevistados afirmam que não fazem nenhum tipo de planejamento, o que é questionado por Meyer (1997), que afirma que a arte de planejar é inerente ao ser humano, que pode ser realizado consciente ou inconscientemente, onde projeta seu futuro através das escolhas que são lhe apresentadas de forma diária. Mas apesar de ser defendido que é algo inerente, escrever ou planilhar, através de um orçamento físico, de acordo com Leal e Melo (2008), possibilita que os usuários envolvidos no orçamento, analise e gerencie suas contas e investimentos de forma que melhore os problemas financeiros ou os evite.

No planejamento financeiro, o principal fator é a visualização das receitas e despesas, fazendo com que haja um superávit mensal de caixa, que viabiliza gerar ganhos para poder investir e aumentar ainda mais os ganhos financeiros. No orçamento financeiro, também é possível estimar estratégias para a realizações de projetos financeiros dos envolvidos.

Apesar de visar um padrão orçamentário através das despesas e receitas fixas, o orçamento deve ser flexível para atender possíveis mudanças internas e externas aos envolvidos, segundo Gropelli e Nikbakht:

“O planejamento para obter os melhores resultados deve ser flexível, permitindo estratégias alternativas para substituir os planos existentes quando os desdobramentos econômicos e financeiros divergirem dos padrões esperados”. (2001, p.17)

Seja para eliminar dívidas ou comprar a casa própria, a maior parte dos brasileiros não constroem uma organização financeira para realização desses projetos, levando-o na maioria das vezes ao aumento do endividamento ou fracasso do grande sonho, seja por falta de conhecimento, falta de organização ou falta de motivação. O que inviabiliza o aumento dos investimentos para realizar sonhos de curto e longo prazo.

O primeiro passo é entender a necessidade do planejamento financeiro, saber que através dele é possível entender se há sobra ou falta financeira.

Quando se fala em orçar, é necessário saber todas as receitas, despesas e custos. Entender que há diferenças entre custos de vidas e despesas que não são essências principalmente em um momento de crise. Separaremos em dois tópicos, entender a receitas e despesas.

3.1 Receitas

O primeiro passo de um orçamento é saber todas as receitas recebidas de todas as fontes de rendas. Apenas 59,6% conhecem o total da renda recebida, segundo o relatório do IBGE (2017). Porém, é inviável fazer um orçamento para haver sobrar de caixas para realização de projetos, sem saber o valor que foi contratado e a partir de então entender como calcular o efetivamente líquido.

Levaremos em consideração o caso dos trabalhadores registrados na Consolidação das Leis do Trabalho (CLT), o salário bruto e descontos permitidos pelas leis trabalhistas. Existem doze tipos de desconto permitidos por lei: INSS(Instituto Nacional de Seguro Social), Imposto de Renda Pessoa Física, Vale Refeição, Vale Transporte, Vale Cultura, Aviso Prévio, Faltas não justificadas, Empréstimos Consignados, Pensão Alimentícia, Contrato Coletivo, Adiantamento Salario e Contribuição Social. Desses, cinco são inevitáveis. Porém, o comum são os descontos com INSS, vale transporte, o imposto devido que em geral é retido na folha de pagamento, faltas justificadas e adiantamento salário.

Com relação ao INSS, referente a previdência pública, há uma tabela descrita na pelo instituto, como demonstrada abaixo, que mostra o quanto o trabalhador paga pelo

qual com base no salário bruto. Na segunda coluna já é a alíquota efetiva. Por exemplo, se o salário bruto de um trabalhador é de R\$2.000,00, a alíquota a pagar é de 9% de R\$2.000,00, resultando em R\$180,00.

Tabela 1 - Alíquota para o INSS baseada no salário bruto

SALÁRIO-DE-CONTRIBUIÇÃO (RS)	ALÍQUOTA PARA FINS DE RECOLHIMENTO AO INSS
até 1.693,72	8%
de 1.693,73 até 2.822,90	9%
de 2.822,91 até 5.645,80	11%

Fonte: INSS¹

Apesar de termos um valor proporcional do INSS, há um valor máximo a ser pago de R\$621,04, referente ao salário máximo da previdência de R\$5.645,80 conforme site do INSS¹ no ano base de 2018.

Todo trabalhador tem direito ao vale transporte estabelecido para todos os trabalhadores CLT, garantido o trajeto residência/trabalho/residência. A lei permite que o empregador desconte em até 6% do salário o equivalente a vale transporte. O mesmo ocorre com o vale refeição, que não possui uma alíquota precisa de dedução, há apenas uma regra da CLT que o desconto não pode ultrapassar a 20%.

Todo trabalhador registrado em CLT, contribui no mês de março com o sindicato do seu setor, o que foi obrigatório até 2017. A partir de 2018, devido a reforma trabalhista, o desconto é uma escolha do funcionário.

Um outro desconto obrigatório é o Imposto de Renda Pessoa Física, nem todos os trabalhadores são pagantes, já que há uma faixa de isenção para os trabalhadores que ganham até R\$ 1.903,98 mensais, segundo site da receita federal. Porém, o imposto não é calculado sobre a renda bruta, pois de acordo com a Receita Federal há descontos legais que constituem a base de cálculo do imposto, conforme o quadro 1 a seguir.

¹ <https://www.inss.gov.br/servicos-do-inss/calculo-da-guia-da-previdencia-social-gps/tabela-de-contribuicao-mensal/>

Quadro 1: Deduções Legais do Imposto de Renda Pessoa Física

2. Deduções	
2.1 Previdência Oficial	0,00
2.2 Dependente (quantidade) <input type="text"/>	0,00
O valor da dedução é R\$ 189,59 mensais, por dependente.	
2.3 Pensão alimentícia	0,00
2.4 Outras deduções	0,00
Previdência Privada, Funpresp, FAPI e Parcela isenta de aposentadoria, reserva remunerada, reforma e pensão para declarante com 65 anos ou mais, caso não tenha sido deduzida dos rendimentos tributáveis. Carne-Leão: Livro Caixa.	
2.5 Total de Deduções	0,00
* Para mais informações sobre deduções verificar IN RFB nº 1500, de 2014.	

Fonte: Receita Federal²

Assim, o imposto deve ser calculado a partir da receita bruta menos as deduções legais, sendo elas a previdência oficial, desconto por dependentes, pensão alimentícia, previdência privada, entre os outros contidos na imagem. Com o resultado da base de cálculos, o imposto pode ser calculado conforme as seguintes faixas do quadro 2 a seguir, onde o imposto é calculado proporcionalmente ao valor contido em cada faixa salarial:

Quadro 2 – Alíquota do Imposto de Renda Pessoa Física

Renda mensal	Alíquota do IR
Até R\$ 1.903,98	isento
De R\$ 1.903,99 até R\$ 2.826,65	7,5%
De R\$ 2.826,66 até R\$ 3.751,05	15,0%
De R\$ 3.751,06 até R\$ 4.664,68	22,5%
Acima de R\$ 4.664,68	27,5%

Fonte: Receita Federal

Para entender como calcular a receita líquida por mês, teremos o seguinte exemplo:

Exemplo 1. Qual a renda anual de um brasileiro pertencente a classe média com salário bruto igual a renda média brasileira de sua classe de R\$4.681,00?

² <http://www.receita.fazenda.gov.br/Aplicacoes/ATRJO/Simulador/simulador.asp?tipoSimulador=M>

Solução:

De acordo com a classificação do governo (SAE), os brasileiros da classe média média possuem renda média de R\$4.681,00.

- 1) Calculando a renda líquida mensal.

Com relação aos descontos mensais, temos:

- i) INSS

Esta renda está na terceira faixa do INSS da tabela 1, devendo haver um desconto de 11% do salário bruto. Assim, nesse caso, seu desconto da previdência pública será de $11\% \times R\$ 4.681,00 = R\$514,91$.

- ii) IRPF

Como dito, o imposto de renda é calculado após as deduções legais. Nesse caso, a base de cálculo deverá ser $R\$ 4.681,00 - R\$ 514,91$, resultando em R\$4.166,09.

O último valor será a base cálculos para cálculo do imposto de renda. Haverá uma isenção de R\$ 1.903,98 como todos os brasileiros e possuirá renda tributável na segunda e terceira faixa de tributação. Que pode ser resumida pela seguinte tabela:

Tabela 2 – Exemplificação de calculo do imposto de renda

Renda Mensal	Alíquota do IR	Valor tributável	Parcela a deduzir
Até R\$ 1.903,98	Isento	R\$1.903,98	0
De R\$ 1.903,98 até R\$ 2.826,65	7,50%	922,67	69,20
De R\$ 2.826,65 até R\$ 3.751,05	15%	924,4	138,66
De R\$ 3.751,05 até R\$ 4.664,68	22,50%	R\$415,04	93,38
Acima de R\$4.664,68	27,50%	-	
Total		R\$4.166,09	R\$301,24

- iii) Vale Transporte

Como descrito, é permitido descontar 6% do salário, no exemplo, é permitido descontar 6% de R\$ 4.681,00= R\$ 280,26.

- iv) Contribuição Social

O valor descontado dos trabalhadores para a contribuição sindical é o equivalente a um dia de trabalho descontado anualmente, conforme CLT. No

caso de João, o desconto seria de R\$ 4.681,00 dividido por 30, resultando em R\$ 156,03 uma vez ao ano.

Em síntese, podemos descrever o salários de João através da seguinte tabela:

Tabela 3 – Exemplificação de renda mensal líquida

Renda Mensal	Alíquota do desconto	Valor
Salário Bruto		R\$4.681,00
INSS	11,00%	R\$514,91
IRPF		R\$ 301,24
Vale Refeição	6%	R\$280,86
Renda líquida mensal		R\$3.584,59

Entretanto, quando se fala em orçamento financeiro, sempre há uma expectativa de um planejamento em um ano. No Brasil, trabalhadores registrados possuem direito a décimo terceiro salário e férias de trinta dias com bonificação de um terço salarial.

2) Férias

Com relação as férias, haverá um acréscimo de um terço salarial tributável conforme previsto na CLT, devendo ser pago em até dois dias que antecedem o início das férias. Assim, os valores das férias do nosso exemplo podem ser calculado da seguinte forma:

i. Renda Bruta

De acordo com a CLT, os brasileiros tem direito a um terço de acréscimo do salário base, no nosso exemplo, o acréscimo será de $\frac{1}{3}$. R\$ 4.681,00, resultando em R\$ 1.560,33.

ii. Descontos sobre férias

Nos salários de férias, os únicos descontos permitidos são o INSS e IRPF. Assim, temos que de acordo com a tabela 1, o desconto do INSS será o desconto máximo de R\$ 621,04. Resultando em um salário tributável de R\$ R\$5.620,29.

Para calcular o imposto devido, utilizaremos a ferramenta disponível pela receita federal, o simulador mensal de imposto devido disponível no site

<http://www.receita.fazenda.gov.br/aplicacoes/atrjo/simulador/simulador.asp?tipoSimulador=M> acessado em 19/11/2018. De acordo com o simulador, o imposto devido é de R\$676,22, segundo o quadro 3 a seguir.

Quadro 3 – Simulador da Receita Federal sobre cálculo do imposto mensal.

Demonstrativo da Apuração do Imposto

Faixa da Base de Cálculo		Alíquota	Valor do Imposto
1ª Faixa	1.903,98	Isento	0,00
2ª Faixa	922,67	7,5%	69,20
3ª Faixa	924,40	15,0%	138,66
4ª Faixa	913,63	22,5%	205,57
5ª Faixa	955,61	27,5%	262,79
Total	5.620,29	---	676,22

iii. Rendimento Líquido de férias

Levando em consideração as entradas de rendimento bruto e os descontos, temos que o valor líquido de férias será de R\$4.943,74 , conforme tabela 4 abaixo.

Tabela 4: Cálculo da receita líquida de férias

Renda de Férias	Alíquota do desconto	Valor
Salário Bruto		R\$4.681,00
1/3 de acréscimo de férias		R\$1.560,33
INSS	11,00%	R\$621,04
IRPF		R\$ 676,22
Renda líquida de férias		R\$4.943,74

3) Décimo Terceiro

Atualmente, de acordo com a CLT, os trabalhadores tem direito a um decimo terceiro salarial, em geral, dividido em duas parcelas, a primeira corresponde a 50% do salário bruto em novembro e o restante em dezembro. A única diferença do total de décimo terceiro é que não há descontos com vale refeição. Assim o

valor total de décimo terceiro será de R\$3.864,85. Onde os 50% do salário equivalente à R\$ 2.340,50 são recebidos em novembro e R\$1.524,35 em dezembro nas datas estabelecidas pela convenção trabalhista.

Tabela 5: Cálculo da receita líquida do décimo terceiro salário

Renda Décimo Terceiro	Alíquota do desconto	Valor
Salário Bruto		R\$4.681,00
INSS	11,00%	R\$514,91
IRPF		R\$ 301,24
Renda líquida mensal		R\$1.524,35

4) Planejamento anual das receitas

Suponhamos que o brasileiro citado no exemplo tire férias em julho, assim haverá recebimento em junho das férias. O planejamento pode ser demonstrado pela tabela 6 a seguir.

Tabela 6 - Planejamento anual de receitas

Renda Mensal	Janeiro	Fevereiro	Março	Abril	Maior	Junho
Salário Bruto (R\$)	4.681,00	4.681,00	4.681,00	4.681,00	4.681,00	4.681,00
Férias Líquida (R\$)						4.943,74
Décimo Terceiro (R\$)						
INSS (R\$)	514,91	514,91	514,91	514,91	514,91	514,91
IRPF (R\$)	301,24	301,24	301,24	301,24	301,24	301,24
Vale Refeição (R\$)	280,86	280,86	280,86	280,86	280,86	280,86
Total (R\$)	3.583,99	3.583,99	3.583,99	3.583,99	3.583,99	8.527,73

Julho	Agosto	Setembro	Outubro	Novembro	Dezembro
	4.681,00	4.681,00	4.681,00	4.681,00	R4.681,00
				2.340,50	1.524,35
	514,91	514,91	514,91	514,91	514,91
	301,24	301,24	301,24	301,24	301,24
	280,86	280,86	280,86	280,86	280,86
	3.583,99	3.583,99	3.583,99	5.924,49	5.108,34

Assim, o valor anual de receitas líquido será de R\$48.232,48 conforme demonstrado na tabela 6 acima.

3.2 Despesa

Além dos orçamentos com receitas, é necessário fazer uma provisão dos gastos esperados para tentar planejar o superávit anual ou se há riscos de déficit orçamentário. Com relação as principais despesas dos brasileiros, de acordo com o Serasa(2007) temos:

- Alimentação: Supermercado, padaria, açougue.
- Habitação: Aluguel, condomínio, água, luz, etc.
- Vestuário: Roupas, sapatos, acessórios.
- Educação: Mensalidades, material escolar.
- Saúde: Médico, dentista, remédios.
- Higiene: Higiene pessoal, produtos de limpeza.
- Transporte: Ônibus, combustível, gasolina.
- Serviços: Faxineiro, cabeleireiro, manicure, costureira.
- Lazer: Férias, passeios, festas

De acordo com o IBGE (2017), em média um brasileiro da classe C(brasileiros com ganhos próximos a R\$4.082,00), compromete 35% da sua renda com habitação, 15% com alimentação em média.

O que deve ser feito é um controle dos gastos e agregação em categorias. Segundo sugestões da cartilha do Banco Central do Brasil, na série sobre finanças pessoais:

“Comece anotando todas as suas despesas. Reserve uma pequena parte do seu tempo para registrar todos os seus gastos diários e torne isso um hábito. Não é preciso fornecer muitos detalhes, apenas anote com o que ou onde gastou (padaria, mercado, ônibus, gasolina, restaurante, contas pagas), a quantia gasta e o meio de pagamento utilizado (cheque, dinheiro, cartão ou outros).”
(BANCO CENTRAL DO BRASIL)

Desse modo, um indivíduo poderá estimar o total de despesas mensais.

Levando em um consideração um brasileiro da classe média (IBGE, 2017), foi observado seus gastos correspondiam, além dos 35% com habitação e 15% com

alimentação já mencionados, 5% vesturário, 5% com educação, 10% com higiene e 10% com lazer. Assim, seus gastos mensais no horizonte anual são representados pela seguinte tabela:

Tabela 7 - Planejamento anual de despesas de janeiro a junho

		Janeiro	Fevereiro	Março	Abril	Mai	Junho
Alimentação	15%	582,75	582,75	582,75	582,75	582,75	582,75
Habitação	30%	1165,5	1165,5	1165,5	1165,5	1165,5	1165,5
Vestuário	5%	194,25	194,25	194,25	194,25	194,25	194,25
Educação	5%	194,25	194,25	194,25	194,25	194,25	194,25
Saúde							
Higiene	10%	388,5	388,5	388,5	388,5	388,5	388,5
Transporte							
Serviços							
Lazer	10%	388,5	388,5	388,5	388,5	388,5	388,5
TOTAL		2.913,75	2.913,75	2.913,75	2.913,75	2.913,75	2.913,75

Tabela 8 - Planejamento anual de despesas de julho a dezembro

		Julho	Agosto	Setembro	Outubro	Novembro	Dezembro
Alimentação	15%	582,75	582,75	582,75	582,75	582,75	582,75
Habitação	30%	1165,5	1165,5	1165,5	1165,5	1165,5	1165,5
Vestuário	5%	194,25	194,25	194,25	194,25	194,25	194,25
Educação	5%	194,25	194,25	194,25	194,25	194,25	194,25
Saúde							
Higiene	10%	388,5	388,5	388,5	388,5	388,5	388,5
Transporte							
Serviços							
Lazer	10%	388,5	388,5	388,5	388,5	388,5	388,5
TOTAL		2.913,75	2.913,75	2.913,75	2.913,75	2.913,75	2.913,75

Assim, observa-se que seu orçamento anual, possibilita uma sobra de caixa mensal de aproximadamente 25%, sem considerar o décimo terceiro e férias. Porém, o orçamento é cabível de variações devido a oportunidades e imprevistos, então deve prever 10% como gastos imprevisíveis. Com a estimativa de superávit mensal é possível pensar em investimentos que agreguem mais receitas financeira para atingir de forma mais rápida os objetivos financeiros.

A grande maioria dos brasileiros sonha em comprar um carro e uma moradia própria. E o orçamento é importante para entender quais são suas receitas e despesas,

possibilitando ter uma visão das possibilidades de acumulo de renda para realização dos seus sonhos. De nada adianta entendimento sobre investimentos se não há sobra de renda para aplicar e chegar mais rápido ao objeto. Porém, como já citado, além da falta de dinheiro um segundo fator muito importante para o não investimento é a falta de conhecimento. Assim, os próximos capítulos se concentram em explicar cada tipo de investimento. Entretanto, para entender o funcionamento das taxas de juros e resgate, é necessário o entendimento do ferramental matemático financeiro que será apresentado no próximo capítulo.

4. Matemática Financeira

A preocupação com a Matemática Financeira como componente do ensino de matemática é consideravelmente recente. Nas Leis de Diretrizes e Bases da educação nacional (BRASIL, 1996), o artigo número 35 deixa uma sugestão onde a matemática financeira pode ser contemplada, uma vez que ela propõe que as finalidades do ensino médio são:

- I - a consolidação e o aprofundamento dos conhecimentos adquiridos no ensino fundamental, possibilitando o prosseguimento de estudos;
- II - a preparação básica para o trabalho e a cidadania do educando, para continuar aprendendo, de modo a ser capaz de se adaptar com flexibilidade a novas condições de ocupação ou aperfeiçoamento posteriores;
- III - o aprimoramento do educando como pessoa humana, incluindo a formação ética e o desenvolvimento da autonomia intelectual e do pensamento crítico;
- IV - a compreensão dos fundamentos científico-tecnológicos dos processos produtivos, relacionando a teoria com a prática, no ensino de cada disciplina.

Nos parâmetros curriculares nacionais (PCN), de 1998 e 1999, não há menções diretas à educação e matemática financeira no ensino básico como bem apresenta Rosseti e Schmiguel (2011). Nos PCN+ de 2006 existem menções à matemática financeira como aplicações de algumas componentes curriculares. Concordamos com os autores em que a falta dessa componente específica, de matemática financeira, representa um fator de exclusão do sistema escolar brasileiro.

Uma tentativa de inserção específica de Educação Financeira partiu do projeto de lei de 3.401/2004, mas que após transformações, acabou em 2009 se transformando apenas na confirmação de que a Educação Financeira integra o currículo da matemática, como apontado na linha do tempo sobre a educação financeira no trabalho de Ivail Muniz Júnior (2010).

O documento norteador mais recente da educação básica no Brasil é a Base Nacional Curricular Comum (BNCC), e para os anos finais do Ensino Fundamental, a Matemática e Educação Financeira aparecem de maneira mais explícita.

"outro aspecto a ser considerado (...) é o estudo de conceitos básicos de economia e finanças, visando à educação financeira dos alunos. Assim, podem ser discutidos assuntos como taxas de juros, inflação, aplicações financeiras (rentabilidade e liquidez de um investimento) e impostos" (BRASIL, 2017).

Nas habilidades, a matemática financeira se encontra desde o 5º ano do Ensino Fundamental em porcentagens básicas associadas à frações, como 25% e 50%, um amadurecimento dessa habilidade ocorre no 6º ano com a entrada de proporcionalidade e regra de três. Já no 7º ano a habilidade EF07MA02 contempla especificamente matemática financeira ao aplicar acréscimos e decréscimos simples, e no 9º ano a habilidade EF09MA05 utiliza esses acréscimos e decréscimos de forma sucessiva em problemas específicos de matemática financeira.

Na última versão da BNCC do Ensino Médio (BRASIL, 2018), a matemática financeira está presente como uma das aplicações do estudo das funções exponenciais e logarítmicas, além do estudo de máximos e mínimos da função quadrática em problemas de modelagem.

Muito embora esteja presente no texto da BNCC a possibilidade de discussão sobre taxas de juros, inflação, aplicações financeiras e impostos, uma barreira para essa sugestão está no excesso de siglas e significados de cada aplicação, taxa ou imposto. Não está claro também na BNCC quando e se algumas das disciplinas desenvolve a apresentação de alguns desses elementos financeiros. O professor de matemática, nesse sentido, poderia tomar a iniciativa da aplicação desses conteúdos, e esse presente trabalho torna-se muito valioso para esse propósito.

Nos livros didáticos o estudo de matemática financeira está associado à sequências e progressões (MORGADO, WAGNER e ZANI, 2005) e funções exponenciais e logarítmicas (SMOLE e DINIZ, 2017). Para os propósitos desse trabalho, ao que tange as ferramentas matemáticas, é necessário entender os dois tipos de progressões utilizadas para calcular o valor reajustado de um investimento. Utilizaremos os resultados encontrados no livro de Morgado, Wagner e Zani (2005), muito embora em sequências e progressões, as expressões matemáticas associadas à esse conteúdo sejam comuns e estejam presentes em muitos livros.

Conhecendo os tipos de progressões é possível entender suas aplicações nos cálculos dos valores a serem resgatados nas duas formas possíveis de juros, a forma de capitalização simples e a composta. Assim, esse capítulo contém as ferramentas matemáticas para a realização desta tarefa.

4.1 Progressão Aritmética (PA)

Utilizada no sistema de juros simples, de acordo com Lima et al (p.1) é uma sequência de termos onde cada termo, a partir do segundo termo, é o seu antecessor mais uma constante. Assim, na progressão aritmética a diferença entre os dois termos consecutivos é sempre constante. Ou seja, o segundo termo é o primeiro termo mais a adição de um valor que é conhecido por razão da PA, o terceiro termo será o segundo termo mais a razão e assim sucessivamente.

Podemos escrever cada termo dessa sequência da seguinte forma:

$$a_2 = a_1 + r$$

$$a_3 = a_2 + r = a_1 + 2 \cdot r$$

.

.

.

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r.$$

Dessa forma, todos os termos da progressão aritmética podem ser escritos em função do termo inicial a_1 e a razão r . Aplicaremos os conceitos no exemplo seguinte:

Exemplo 2: Suponha que João trabalha em uma empresa que ajusta o salário anualmente em 10% do valor do contrato do João. João foi contratado com um salário de mil reais e trabalhou durante 11 anos, qual será o salário no décimo primeiro ano?

Solução:

i. Juros anual

Observe que a remuneração anual é fixa em termos de 10% do valor investido, ou seja, 10% de R\$1.000,00, resultando em R\$100 de juros ao ano.

ii. Montante Final

Como são 10 anos de remuneração o valor equivalente no décimo ano será de:

$$a_{11} = a_1 + 10r = 1000 + 10 \times 100 = 2000$$

Consideremos, que um investidor realize um investimento cujo os rendimentos cresçam a uma taxa constante, qual será o total de juros recebido? Nessa Situação teríamos a soma dos termos da progressão aritmética.

A soma dos termos de uma PA, também conhecida como soma de Gauss, é descrita por:

$$S_n = a_1 + \frac{n(n-1)}{2} \times r$$

, sendo o a_1 o termo inicial e r a razão que equidista o termos.

Exemplo 3: Carlos comprou uma ação valorizou-se em R\$10,00 no primeiro mês e os rendimentos aumentaram a um valor constante de R\$5,00 mensalmente. Qual o valor total de juros que Carlos recebeu no período de investimento de cem meses?

Solução:

Como os juros crescem a uma razão constante de cinco reais, esse é o valor da progressão aritmética que rege os juros. Como o termo inicial é de dez reais, temos que a somas dos juros é de:

$$S_{100} = 10 + \frac{100 \times 99}{2} \times 5 = 272260$$

Logo, a remuneração total no período de investimento foi de R\$272.260,00.

4.2 Progressão Geométrica (PG)

A progressão geométrica é a base matemática dos juros do regime de capitalização a juros compostos. A progressão geométrica é a sequência de números cujo termo dividido pelo seu antecessor sempre dará o mesmo valor. Assim, o termo de uma progressão geométrica sempre será o seu anterior multiplicado por uma razão constante.

Dessa forma, podemos escrever a progressão geométrica da seguinte forma:

$$a_2 = a_1 \times q$$

$$a_3 = a_2 \times q = a_1 \times q^2$$

...

$$a_n = a_1 \times q^{n-1}$$

, onde q é a razão da progressão geométrica e a_1 o termo inicial. Assim, todos os termos de progressão geométrica podem ser escritos em função do seu termo inicial e da sua razão.

Exemplo 4: Considere que João comprou uma camiseta que custou R\$ 100,00, sabendo que os preços das camisetas crescem 8% ao ano conforme a inflação que foi constante nos últimos três anos. Qual será o valor da camiseta no terceiro ano?

Solução:

Como os preços crescem de forma exponencial, onde o termo inicial é R\$100,00 e a razão de multiplicação é de 1,08. Utilizando a fórmula do termo geral, temos que

$$a_3 = a_1 \times q^2$$

$$a_3 = 100 \times 1,08^2$$

$$a_3 = 116,64$$

Assim, levando em consideração a taxa de crescimento dos preços, temos que o preço no terceiro ano será de R\$ 116,64.

A maioria dos rendimentos da vida real crescem em progressão geométrica, então para se conhecer a remuneração total do período de investimento é necessário somar os termos dessa sequência.

A soma dos termos de progressão geométrica pode ser calculado em função do termo inicial e da razão de multiplicação da seguinte forma:

$$S_n = a_1 \times \frac{1-q^n}{1-q}$$

Onde é possível calcular a soma dos termos da PG finita desde que a razão seja diferente de 1.

Exemplo 5: Um título do governo americano, paga rendimentos de 0,5% ao ano. Considere que o investidor aplicou R\$400,00, qual será a remuneração total no final do investimento do primeiro ano?

Solução:

i. Termo inicial

Temos que a taxa de juros é de 0,5%, assim a remuneração do primeiro ano será de 0,5% de R\$ 400,00, que resulta em R\$ 2,00

4.3 Juros Simples

Assim como foi comentando nas progressões aritméticas, conforme Morgado, Wagner e Zani (2005), apesar das restrições técnicas, os juros simples possuem limitações nas suas aplicações financeiras. São raras as operações financeiras que usam os juros simples na sua capitalização, geralmente as operações que usam os juros simples em geral são de curto prazo (ASSAF NETO, 2012).

No regime de capitalização simples, a taxa de juros é constante ao longo do investimento. Usaremos as seguintes variáveis :

$$\left\{ \begin{array}{l} PV = \text{valor aplicado ou valor negociado} \\ FV = \text{montante final, valor futuro ou valor restado} \\ i = \text{taxa de juros} \\ n = \text{tempo de duração do projeto} \end{array} \right.$$

Como a taxa de juros constante, são sempre calculados em relação ao valor aplicado, onde os juros de cada período pode ser encontrado da seguinte forma:

$$\text{Juros do primeiro período} = i \times PV$$

Dado que os juros no regime de capitalização simples são sempre constante, temos que todos os juros são $i \times PV$. Assim, no período n do investimento, o total de juros será de :

$$\text{Total de juros} = n \times i \times PV$$

Logo, o montante a ser resgatado será o valor aplicado mais o ganho com os juros, implicando em:

$$FV = PV + n \times i \times PV$$

$$FV = PV \times (1 + n \times i)$$

Exemplo 6: Um capital de R\$ 40.000,00 foi aplicado num fundo de poupança por 11 meses, produzindo um rendimento financeiro de R\$ 9.680,00 com remuneração de juros simples. Pede-se apurar a taxa de juros oferecida por essa operação. (ASSAF NETO, 2012, p. 7)

Solução:

Temos que o valor aplicado foi de R\$ 40.000,00 e o total de juros de R\$9.680,00, resultando em um valor futuro de R\$ 49.680,00

Através da fórmula geral dos juros simples, temos que :

$FV = PV \times (1 + n \times i)$, implicando em:

$$49.680 = 40.000 \times (1 + 11 \times i), \text{ e conseqüentemente:}$$

$$i = 0,022$$

Ou seja, o investimento teve uma taxa de 2,2% ao mês.

4.4 Juros Compostos

Conforme visto na seção anterior, nos juros simples não há crescimento do juros conforme o tempo investido, não havendo a premiação pelo tempo, o que torna os juros simples quase inutilizados nos investimentos do Brasil. Assim, faz-se necessário entender o funcionamento dos juros compostos que são vastamente utilizados nos investimentos.

O início dos estudos em juros compostos será o valor futuro de um investimento feito anteriormente. Denominado por FV, o valor futuro é o equivalente do dinheiro de uma aplicação após um determinado tempo sujeito a uma determinada taxa de juros. Onde, o valor no futuro sempre será superior a valor aplicado no mundo dos juros compostos.

Exemplo 7: Considere um investimento de R\$ 100,00 na caderneta de poupança com taxa de juros de 10% ao ano. Qual o valor ao fim de um ano?

Solução:

Em um ano, sujeito a taxa de juros de 10% ao ano, os juros ganhos serão o resultado de 10% de R\$ 100,00, resultando em R\$ 10,00 de juros no primeiro ano. Assim, o montante após um ano será de R\$ 110,00. De forma geral, o investimento nos juros compostos aumentaram com o fator de $(1+r)$ por real investido.

No exemplo citado, o investimento aumentará com um fator de $1+0,1=1,1$ por real por ano investido.

No sistema de juros compostos ocorre o processo de capitalização composta, onde o dinheiro aplicado é acumulador de “juros sobre juros”. Isso significa que há ganhos de “juros sobre juros”. Diferente do que ocorre nos juros simples, no qual os juros não são reinvestidos.

Exemplo 8: juros sobre juros

Considere uma aplicação financeira de dois anos com taxa de juros de 14% ao ano. Se for feito um investimento de R\$325, quanto terá ao final de dois anos? Quanto desse montante equivale aos juros simples? Quanto equivale aos juros compostos?

Solução:

Conforme descrito no exemplo anterior, o valor investido é multiplicado pelo fator $1+r$, ao final do primeiro ano, você terá $R\$ 325.(1 + 0,14) = R\$370,50$.

Reinvestindo todo esse montante e, dessa forma, receber juros sobre juros, no fim do segundo ano, teremos $R\$370,50 \times 1,14 = R\$422,37$. Assim, o total de juros ganhos serão de $R\$422,37 - R\$325 = R\$97,37$.

A forma geral dos juros composto pode ser escrita como:

$$FV = PV \times (1 + i)^n,$$

onde

FV = Valor Futuro o montante final

i = taxa de juros

n = prazo

Em períodos curtos de tempo, não há efeitos significantes dos juros compostos, onde começa a ser realmente relevante a medida que o horizonte de tempo aumenta.

Os casos vistos acima não levam em consideração as despesas para investir, ou seja, impostos e taxas de corretagem dos intermediários financeiros, o que diminui o rendimento real adquirido com o investimento. Veremos agora os conceitos de taxa nominal e taxa real.

4.5 Taxa Nominal

A taxa nominal de um investimento é a variação percentual na quantidade de dinheiro que você tem. A taxa real de um investimento é a variação percentual de quanto você pode comprar com seu dinheiro ou, em outras palavras, a variação percentual de seu poder aquisitivo.

Existem diversos tipos de taxas, podendo ser em qualquer horizonte de tempo, diárias, anuais, mensais e etc. Ainda pode haver diferenças entre nominais, reais, efetivas e equivalentes.

A taxa nominal é descrita pelo valor de face e valor presente, não havendo descontos da inflação. A taxa nominal é o custo direto pelo banco, não considerando descontos nem o aumento do poder de compra.

4.6 Taxa real

Diferente da taxa nominal que mostra apenas a variação da quantidade de dinheiro adquirida, a taxa real calcula a variação no poder de compra do investidor.

Exemplo 9: Um investidor aplicou R\$ 300,00 durante 2 anos com taxa negociada de 15% ao ano. O imposto devido é de 15% sobre os juros recebidos, qual a taxa real considerando uma inflação de 5% ao ano?

Solução:

i. Valor Futuro Bruto

Note que o valor futuro a ser recebido será de :

$$FV = PV \times (1 + i)^2$$

$$FV = 300 \times (1 + 0,15)^2$$

$$FV = 396,75$$

ii. Valor Futuro Líquido

Os juros recebidos no período foram de R\$96,75, e o imposto a ser pago será de 15% de R\$96,75, resultando em R\$14,51. Logo, o valor futuro líquido será de R\$ 396,75-R\$14,51, ou seja, R\$382,24.

iii. Taxa Real

A taxa real é o valor em porcentagem que levou os R\$ 300,00 a R\$382,24 em 2 anos, ou seja:

$$FV = PV \times (1 + i)^2$$

$$382,24 = 300 \times (1 + i)^2$$

$$i = 12,88\%$$

Assim, o ganho real ao ano além da inflação foi de 7,88%.

Com os conceitos de matemática financeira expostas para o leitor, é possível entender como funciona os investimentos no Brasil, seus custos e suas rentabilidades reais.

5. Sistemas de Pagamentos

Na hora de avaliar possíveis financiamentos, o brasileiro é exposto a duas formas de pagamento: SAC(Sistema de Amortização Constante) e Price(Sistema de Parcelas Constantes).

No Sistema SAC, a amortização é constante, ou seja, o valor que é deduzido do saldo devedor é o mesmo em todas as parcelas, independente dos juros. No Brasil, esse sistema é muito utilizado no financiamento habitacional.

No Sistema Price, a parcela é constante, onde a amortização e os juros variam em cada parcela. Esse sistema, é bastante utilizado no financiamento de carros no Brasil.

Exemplo 10: Financiamento de um apartamento de R\$ 100.000,00 em 4 meses com taxa de juros de 10% ao mês. Qual a parcela no sistema Sac e Price?

Solução:

Solução: SAC

No sistema Sac, a amortização é constante, assim temos:

Parcela	Amortização	Juros	Saldo Devedor
0			100000
1	25000	10000	75000
2	25000	7500	50000
3	25000	5000	25000
4	25000	2500	0

Solução: Price

No sistema Price, a parcela é constante, assim temos:

Parcela	Parcela	Amortização	Juros	Saldo Devedor
0				100000
1	31547,08	21547,08	10000	78452,92
2	31547,08	23701,788	7845,292	54751,132
3	31547,08	26071,9668	5475,113	28679,1652
4	31547,08	28679,1635	2867,917	0

6. Funcionamento do mercado financeiro e suas principais taxas.

O Mercado Financeiro de todos os países necessitam de órgãos financeiros para regulamentar e fiscalizar as operações de abertura de ações, de títulos, de compra e venda desses ativos. Além de auditar as empresas que trabalham com as plataformas de compra e venda. Nesse trabalho, lidaremos com tipos de investimentos que estão sob tutela de alguns órgãos que de acordo com Assaf Neto, são o Conselho Monetário Nacional, Comissão de Valores Mobiliários, Bolsa de Mercadorias e Futuros & Bovespa, Banco Nacional de Desenvolvimento Econômico e Social, Conselho Administrativo de Defesa Econômica e o Banco Central, ondes suas funcionalidades são descritas abaixo. Além dos órgãos fiscalizados e de muita importância para o desenvolvimento desse trabalho, conhecer e entender as principais taxas utilizadas no mercado.

6.1 Conselho Monetário Nacional (CMN)

É órgão máximo do sistema monetário nacional brasileiro. É composto pelo Ministro da Fazenda, o Ministro do Planejamento e o Presidente do Banco Central Brasileiro. De acordo com o Banco Central, esse conselho é responsável por formular toda a política de moeda e crédito do país, fixando diretrizes para a política cambial, para as taxas de juros e regular o funcionamento das demais instituições financeiras.

6.2 Banco Central do Brasil, Bacen ou BC:

Principal poder executivo das políticas traçadas pelo CMN. É responsável também pela fiscalização do Sistema Financeiro Nacional. Além disso, o Banco Central concede autorização para funcionamento de instituições financeiras e pode puni-las quando necessário (podendo até liquidar a instituição de forma extrajudicial). As principais funções do Banco Central são a emissão de dinheiro, o recebimento dos depósitos compulsórios dos bancos, efetua a operação de compra e venda de títulos públicos para levar a taxa Selic para a meta. O COPOM ou Comitê de Política Monetária, é o órgão que se reúne a cada 45 dias para decidir qual será a meta da taxa Selic.

6.3 Comissão de Valores Mobiliários (CVM)

Autarquia vinculada ao ministério da fazenda. É administrada por um presidente e quatro diretores, todos nomeados pelo presidente da república. A CVM controla o mercado de valores mobiliários (ações, debêntures, dentre outros).

6.4 Banco Nacional de Desenvolvimento Econômico e Social (BNDES)

Empresa pública vinculada ao ministério do planejamento. Executa as políticas de financiamento do Governo Geral. O principal objetivo é fomentar, por meio de várias linhas de crédito (muitas vezes subsidiado, ou seja, com juros abaixo do mercado), os setores e empresas consideradas de interesse para o desenvolvimento do país.

6.5 Conselho Administrativo de Defesa Econômica (CADE)

É o órgão responsável por garantir a livre concorrência no mercado. Esse órgão analisa as fusões e aquisições para verificar se elas não ficarão com controle de mercado, verifica a formação de cartéis e oligopólios na economia.

6.6 Bolsa de Mercadorias e Futuros & Bovespa:

A Bovespa (responsável pelo mercado de ações) se fundiu recentemente com a BMF (responsável pelos mercados futuros, commodities, dentre outros) e se tornou a BMF&Bovespa. Essa é a empresa que administra a Bolsa de valores Brasileira. Além disso, a bolsa possui um forte papel educacional, oferecendo cursos para aumentar a participação da população nas atividades comerciais do mercado de ações e outros ativos negociados em bolsa.

A maioria dos investimentos possuem juros pós-fixados que são indexados a taxas da economia e para conseguir calcular a taxa real, é necessário conhecer as taxas de inflação de uma economia, por isso a importância da descrição e entendimento de cada taxa para a continuação desse trabalho.

7. Taxas Básicas

É comum alguns investimentos estarem atrelados a indexadores da economia, os principais são Selic, IPCA, Inflação, IGPM e CDI. Entender o que significam estes indexadores são importantes para entender os rendimentos dos investimentos. Além disso, eles refletem o cenário econômico do país e a taxa real.

7.1 Selic

O Sistema Especial de Liquidação e Custódia (Selic), segundo Bertolo (2012), "foi criado em 1979 e é administrado pelo Banco Central do Brasil (...). Tem por finalidade administrar o Mercado de Papéis Públicos, predominantemente os federais de responsabilidade de órgãos públicos". A taxa Selic é a taxa média ajustada com base em financiamentos diários lastreadas por financiamentos diários que sejam apurados no Selic. Onde o Selic representa. Como é uma taxa diária, também pode ser chamada de overnight.

A principal taxa da economia brasileira é a Selic que é determinada pelo CUPOM a cada 45 dias. De acordo com o banco central, é a taxa para financiamento diário no mercado interbancário quando possuem lastros com títulos federais. A Selic é conhecida como a taxa básica da economia.

7.2 Inflação

Segundo Assaf Neto (2012, p.66), a inflação representa "o aumento em percentual nos preços de bens e serviços de uma economia". Ou seja, como há um aumento dos preços e uma unidade de real passa a comprar menos produtos, do que comprove anteriormente, portanto há uma desvalorização da moeda analisada.

Assim, a inflação é calculada através da representativa do aumento dos preços com relação ao preço inicial em termos percentuais.

Podendo ser representada por,

$$\pi = \frac{P_n}{P_{n-1}} - 1$$

$$\text{onde: } \begin{cases} \pi: \text{representa a inflação entre os períodos } n \text{ e } n - 1 \\ P_n: \text{representa o preço no período } n \\ P_{n-1}: \text{representa o preço no período } n - 1 \end{cases}$$

Na economia brasileira, existem alguns índices que medem inflação, que são eles IGP e IGPM, tais índices são explicados abaixo.

7.2.1 IGPM

Segundo a Fundação Getúlio Vargas, o índice geral de preços do mercado quando criado, tinha a finalidade de equalizar títulos nacionais e depósitos bancários. Porém, passou a ser utilizado na atualização de contratos de aluguel e usado por algumas companhias de energia.

O seu cálculo é feito no dia 20 de cada mês, havendo uma prévia pela FGV de 10 em 10 dias. O índice é um resultado da média ponderada dos seguintes índices:

- IPA-M (Índice de Preços ao Produtor Amplo – Mercado)
- IPC-M (Índice de Preços ao Consumidor – Mercado)
- INCC-M (Índice Nacional do Custo da Construção – Mercado).

Seu uso mais comum é na atualização dos alugueis imobiliários.

7.2.2 IGP

O Indicador Geral de Preços indica três fatores em uma economia, a evolução no nível de preços, a deflação dos valores nominais e serve como atualizador dos preços para contratos.

Diferente do que ocorre no IGPM, o IGP é com base no primeiro dia de cada mês. Seu cálculo é uma média entre o IPA (Índice de Preços ao Produtor Amplo), IPC (Índice de Preços ao Consumidor) e INCC (Índice Nacional de Custo da Construção Civil)

7.3 CDI

A taxa CDI(Certificado de Depósito Interbancário) uma atualização diária dos títulos de instituições financeiras. Também chamada de taxa overnight, pois é calculado no fechamento do diária de acordo com o caixa dos bancos.

É utilizada como taxa de referencia para o mercado, pois é a taxa utilizada para financiamentos e aplicações entre os bancos, onde estão concentrados a maior parte da movimentação financeira do país.

7.4 Taxa Referencial

Criada no Plano Collor II em 1991, tem o intuito de ser uma taxa básica referencial de juros para o mês a ser iniciado, não refletindo o mês que já ocorreu. A principal aplicação da Taxa referencial é nos juros da poupança.

8. Tipos de investimentos

O princípio desse trabalho é um manual de renda fixa, porém, foi necessário entender o funcionamento da matemática financeira, órgãos reguladores e principais taxas. Dando continuidade, o investidor precisa conhecer que existem dois mercados, o da renda fixa e de renda variável.

Na renda fixa a remuneração é antecipadamente estabelecida. Podendo ser de forma pré-fixada ou pós-fixadas, onde no primeiro os valores finais dos recebimentos já são conhecidos e no segundo são indexados à uma taxa ou por renda variável, onde os ganhos dependem de fatores incertos do futuro, neste há um maior risco e conseqüentemente pode apresentar maiores ganhos, porém necessita de mais conhecimentos.

8.1 Renda Fixa

A Renda Fixa é uma aplicação financeira onde o investidor conhece desde a aquisição do ativo financeiro quanto irá resgatar no vencimento da aplicação, podendo ser através do valor nominal ou através da variação de um índice financeiro.

Na Renda Fixa, o investidor adquire títulos do governo, empresas ou banco, conhecendo de forma antecipada a maturidade do resgate do investimento, bem como a porcentagem de rentabilidade que ocorrerá no início do investimento. Assim, quando o investidor adquire um título de renda fixa, ele está emprestando dinheiro para o governo, empresas ou bancos financiarem seus projetos, no qual o emissor do título devolverá o valor emprestado através de uma taxa de juros pré-fixados ou pós-fixados. Assim, um título de renda fixa comprova o empréstimo do comprador ao emissor do título, no qual, contém um prazo de vencimento, o valor negociado, taxa de juros, forma de negociação, e todas as informações que venham ser necessárias, tais como a liquidez do título.

A taxa de juros dos títulos emitidos, poderão ser da forma pré-fixada ou pós-fixada. Na taxa pré-fixada, é conhecido o valor nominal dos juros no ato de compra do

título, sabendo de forma antecipada qual será a rentabilidade. Em geral, esse título é vendido com um valor fixo a resgatar na data do vencimento.

Um exemplo de título pré-fixado é o seguinte título do governo brasileiro consultado no dia 03/10/2018:

Prefixados				
Tesouro Prefixado 2021	01/01/2021	9,23	R\$32,83	R\$820,99

Esse título é negociado no dia 01/01/2018 com vencimento em 01/01/2021 com uma taxa pré-fixada de 9,23%, cujo valor mínimo de aplicação é de R\$ 32,83. No caso de uma compra de R\$ 500,00 desse título na data 01/01/2018, o investidor receberá:

$FV = PV \times (1 + i)^t$, onde o valor presente é de R\$ 500,00, taxa de juros nominal de 9,23% ao ano e vencimento de 3 anos. Logo,

$FV = 500 \times (1 + 0,0923)^3 = 651,62$, o investidor receberá R\$ 651,62 reais no vencimento em 3 anos.

Na taxa pós-fixada, a rentabilidade será estabelecida através de uma taxa de juros estabelecida previamente somada a um fator de correção através de um indexador, só podendo conhecer os ganhos ao fim do investimento. Em geral, os indexadores mais utilizados pelos bancos, empresas e governo, são o IGPM, IPCA e a SELIC, descritos no capítulo de indicadores da economia.

Exemplo 11: Título pós-fixado:

Considere um título negociado pelo Banco ABC negociado no dia 01/01/2015 com vencimento em 01/01/2018, com rendimento de 6% + IPCA. Sabendo que o valor investido foi de R\$ 1.000,00 e que o IPCA em 2015 foi de 4%, 2016 de 5% e 2017 de 8%. Qual o valor resgatado?

Solução:

Nesse caso, a taxa de juros nominal é diferente para os anos analisados, temos que os ganhos são dados da seguinte forma para cada ano:

Em 2015, 6% + 4% = 10% anual

Em 2016, 6% + 5% = 11% anual

Em 2017, $6\% + 8\% = 14\%$ anual.

Assim, o valor resgatado em 2018 foi de :

$$FV = PV \times (1 + i_{2015}) \times (1 + i_{2016}) \times (1 + i_{2017}), \text{ implicando em}$$

$$FV = 1000 \times (1 + 0,1) \times (1 + 0,11) \times (1 + 0,14) = 1.391,94.$$

Os ativos que compõe a Renda Fixa, são a caderneta de poupança, certificado de depósito bancário (CDB), certificado de depósito interbancários (CDI), Debêntures, Letras de Crédito Mobiliário (LCI) e Títulos Públicos, que serão explicados e analisados nos capítulos seguintes.

8.2 Renda Variável

Na renda variável estão contidos todos as aplicações financeiras que há forma do cálculo da taxa de juros não é conhecido, podendo inclusive haver perda do capital investido dependendo das variações no mercado financeiro. Dessa forma, o retorno financeiro em aplicações da renda variável, só podem ser mensuradas no fim do investimento.

Os ativos mais comuns da renda variável, são Ações, Fundo de Renda Variável que inclui Multimercados, Indexados e Setoriais, Commodities, Derivativos e Fundos Imobiliários.

Nesses tipo de investimento, no caso das ações, diferente do que ocorre na renda fixa onde o investidor adquire títulos, ele adquire um pequeno percentual das empresas negociadas em bolsa. Na renda fixa, não há variações de ganhos na renda pré-fixada e não há variações de ganho real na renda fixa pós-fixada, o que difere da renda variável, já que há um risco esperado tanto positivo quanto negativamente.

No mercado de renda variável, espera-se que o investidor tenha um amplo conhecimento sobre o mercado e empresas, apenas com bastante conhecimento é possível ganhar dinheiro nesse mercado.

Com relação ao capital investido, na renda fixa não há um limite mínimo na poupança e o tesouro direto aceita a partir de trinta de dois reais, já na renda variável

não há ganhos considerados para valores abaixo de cinco mil reais e um planejamento de curto prazo na renda variável é quase impossível.

Para conhecimento, uma vez que a renda variável não é objetivo desse trabalho, os principais investimentos da renda variável são:

8.2.1 Ações

Ações são pequenas frações de empresas comercializadas em bolsas de valores. As empresas abrem capital através de um processo chamado de IPO (Oferta Pública Inicial), no qual disponibilizam suas ações para o mercado e captam recursos que podem ser usados pela empresa para realizar projetos ou financiar dívidas. Depois desse processo inicial, as ações são negociadas no mercado secundário (entre investidores) que compram e vendem ações buscando obter lucro com a variação do preço ou com dividendos (parte do lucro que a empresa distribui para os investidores).

8.2.2 Fundos de Investimentos

Fundos de investimentos são instituições financeiras representadas por pessoas jurídicas que agrupam o dinheiro de vários poupadores e os utilizam para investir em alguma modalidade financeira a fim de obter uma remuneração. Os fundos podem investir em títulos públicos, ações, obras de arte, imóveis, metais preciosos ou qualquer outro artigo que seus cotistas desejarem, ressaltando que toda a política e o escopo de investimentos do fundo devem estar definidos claramente em seu estatuto ou regulamento, como, por exemplo, os direitos e deveres dos cotistas, riscos aos quais os cotistas estarão expostos, ativos negociados, entre outros.

8.2.3 Derivativos

Derivativo é um contrato no qual se estabelecem pagamentos futuros que são calculados com base no valor assumido por uma variável, como o preço de outro ativo. Nos mercados financeiros, o derivativo é utilizado como uma “proteção” nos investimentos contra o risco de grandes variações no preço de algum ativo. Ou seja, o investidor compra (ou vende) um ativo e ao mesmo tempo adquire um derivativo

financeiro relacionado ao ativo que foi comprado, com o objetivo de reduzir ou eliminar o risco do investimento. Tal estratégia é chamada de “hedge”.

9 Explicação de cada tipo de investimento da Renda Fixa

Sabendo que há dois mercados de investimento o de renda fixa e o de renda variável e o foco desse trabalho é um manual de renda fixa para a classe C, devido a ausência de risco e facilidade, a renda fixa é mais acessível e viável devido ao risco quando comparada com a renda variável.

Para entender cada investimento, utilizaremos como principais fatores para a compreensão os seguintes tópicos em cada investimento:

- i. Definição do Investimento
- ii. Aplicação Mínima
- iii. Carência
- iv. Imposto
- v. Acessibilidade
- vi. Risco
- vii. Rentabilidade
- viii. Exemplo de taxa real

Assim, todos os investimentos serão definidos de acordo com sua funcionalidade de acordo com o Banco Central (i). Um outro fator que inibe um investimento é há necessidade de um aporte financeiro mínimo (ii), seguido pela explicação se há possibilidade ou não de resgate antes do vencimento da aplicação (iii). Alguns investimentos possuem imposto e geram desconforto com relação ao ganho real e para quem é responsável pelo cálculo e pagamento do imposto (iv). Conhecendo todos esses fatores, de nada adianta se o investidor não tiver conhecimento de como acessá-lo (v).

Além dos citados, o investidor se preocupa com o risco de cada investimento e se há alguma garantia caso haja falência pelo emissor do título (vi), seguido pela sua rentabilidade (vii) e se há um ganho efetivamente real (viii);

9.1 Caderneta de Poupança

Segundo Alessandro Neto (2013), a poupança ainda é o investimento mais popular no Brasil, sendo um dos mais conhecidos, tradicionais e conservadores investimentos da renda fixa, pois todos os bancos de varejo contem-na como um portfólio de seus produtos. Para Mário Amigo³, o perfil do investidor em poupança é conservador e avesso ao risco que busca isenção de taxas e simplicidade.

Tal popularidade pode ser atrelada ao fácil acesso, fácil movimentação, baixo capital inicial necessário e fácil entendimento comparada aos outros investimentos de renda fixa. Um outro fator importante, é a não necessidade de conta corrente atrelada, não havendo geração de custos com a manutenção de conta.

Para aplicar na poupança, basta dirigir-se a qualquer banco comercial portando cópias do RG, CPF e comprovante de residência, segundo o site da caixa econômica federal não é necessário ter mais de 18 anos. No caso de menores de idade, é necessário que o responsável legal autorize a abertura da poupança.

Outros fatores que tornam a poupança o investimento mais acessível, é a liquidez imediata e ausência de risco. Com relação a liquidez, não há um prazo mínimo, o investidor poderá retirar o montante aplicado a qualquer momento, caso retire antes da data de aniversário, não terá direito aos juros do período. Para cada dia em que o poupador aplicou uma quantia, cria-se uma data base, conhecida como data aniversário e caso haja uma retirada antes de um mês dessa data, não haverá nenhuma remuneração.

Em termos do risco de crédito, ela é protegida pelo FGC (Fundo Garantidor de Crédito) em até duzentos e cinquenta mil reais por CPF e por instituição financeira, em caso de falência, segundo o site do banco central acerca da Resolução 4.222, de 2013.

Sobre a facilidade de conhecimento, a poupança é isenta de imposto de renda de pessoa física e Imposto sobre Operações Financeiras (IOF), só sendo obrigatória declarar, segundo a Receita Federal do Brasil, quando os rendimentos anuais superam R\$40.000,00 em um ano (2018, p.22) ou quando o valor da caderneta for superior à R\$300.000,00 (2018, p.26).

Em 2012, através da Lei nº 12.703 (BRASIL, 2012) houve uma mudança na taxa de juros da caderneta de poupança. Assim, as novas regras da poupança definida pela

³ <https://www.terra.com.br/economia/saiba-as-vantagens-da-poupanca-em-relacao-a-outros-investimentos,010882fd208da310VgnCLD200000bbccceb0aRCRD.html>

Lei acima é previsto que a remuneração seja a soma dos dois seguintes componente: TR e Selic, da seguinte forma:

- i) componente básico, calculado pela Taxa Referencial (TR) na data de depósito
- ii) componente adicional calculado com base na Selic, da seguinte forma:

$$\begin{cases} \text{Se a taxa Selic anual} > 8,5\% \text{ a taxa adicional será de } 0,5\% \text{ ao mês} \\ \text{Se a Taxa Selic anual} \leq 8,5\%, \text{ a taxa adicional será } 70\% \text{ da Selic ao mês} \end{cases}$$

É importante observar que o tempo de investimento é o mês corrido iniciado na data de abertura e os juros ganhos serão depositados nas datas bases. De acordo com o Banco do Brasil (2018), sempre que a data base ocorrer em fim de semana ou feriado, os juros serão creditados no próximo dia útil. Outra mudança de data ocorre sempre que os depósitos ocorrem nos dias 29, 30 e 31, que serão creditados no dia 1 do mês seguinte.

A seguir, teremos alguns exemplos práticos do funcionamento da poupança.

Exemplo 12: Um investidor depositou R\$ 30.000,00 no dia 10/10/2017. Porém, devido a um imprevisto financeiro, precisou retirar no dia 09/01/2018. Quanto será o valor final? A rentabilidade da TR no período analisado foi de 0% no período e a Selic era de 0,57% ao mês.

Solução:

- i. Período de investimento

Observe que só há dois períodos de investimento de 1 mês, que ocorreram do dia 10/10/2017 a 10/11/2017 e 10/11/2017 a 10/12/2017. Devido a um dia, não houve a contemplação do terceiro mês de investimento, e como não há taxas proporcional, o período de investimento foi de apenas 2 meses.

- ii. Rentabilidade

Observe que 0,57% ao mês se Selic, equivale a uma Selic anual de $(1 + 0,0057)^{12} - 1 = 7,06\%$. Assim, a Selic anual era inferior a 8,5% e conseqüentemente a taxa da poupança será de $0,7 \times 0,57\% = 0,399\%$ ao mês.

- iii. Valor Final

Conhecendo o valor aplicado, a rentabilidade mensal e o período de investimento, temos que o valor final será de $FV = PV \times (1 + i)^T = 30.000(1 + 0,00399)^2 = 30.239,88$ reais.

Exemplo 13: Um cliente de um banco comercial deseja resgatar R\$1000,00, no dia 11 de sua poupança, porém ele possui as seguintes datas bases com os respectivos saldos:

Antes do saque	
Data base	Saldo
4	R\$ 5.000,00
5	R\$ 3.000,00
7	R\$ 500,00
12	R\$ 800,00
14	R\$ 2.600,00

Qual será o saldo final em cada data base?

Solução:

Observe que não há o dia 11 como data base, assim sempre o valor deverá ser retirado das datas bases imediatamente anteriores (BANCO DO BRASIL). Assim, quinhentos reais será retirado da data base do dia 7 e quinhentos reais será retirado da data base do dia 5. Então, o saldo final do dia 5 será de R\$2.500,00 e do dia 7 será de zero reais, não havendo alteração em nenhuma outra data além das citadas.

9.2 Certificado de Depósito Bancário (CDB) e Recibo de Depósito Bancário (RDB)

Os certificados de depósito bancários são os títulos privados de renda fixa mais conhecido pelos aplicadores. São emitidos por instituições financeiras, podendo ser bancos de varejo e bancos de investimentos (BCB, 2018). No CDB, o aplicador empresta o dinheiro parado em sua conta corrente para o banco que por sua vez empresta para um segundo cliente, ganhando dinheiro com a diferença das taxas de empréstimos e taxas de aplicação. Assim, ao se comprar um CDB ou RDB estamos emprestando dinheiro ao banco em troca de uma remuneração em forma de juros. O que difere os RDB do CDB, é que o primeiro é impossibilitado de transferência de títulos, não sendo possível negociar.

Ao contrário do que ocorre na poupança, os CDB's possuem uma aplicação mínima, geralmente com valor negociado entre duzentos e dois mil reais para cada título, podendo haver uma quantidade mínima exigida de compra pelos bancos. Porém, existe uma forte correção entre valor inicial aplicado e taxas de rendimentos, onde quanto maior o valor investimento maiores as possibilidades de taxas melhores.

Tratando-se dos riscos, não há uma diferenciação no risco de resgate comparado a caderneta de poupança. É válido o mesmo para os dois investimentos. Onde também possui a garantia do FGC em duzentos e cinquenta mil reais por investidor e por CPF. Porém, possui um risco implícito nos títulos da forma pré-fixada caso haja um aumento da inflação, pois provocaria uma redução no poder de compra a longo prazo. Já nos CDB's pós fixado pode ocorrer o mesmo previsto para os títulos de renda fixa do tipo pós fixado, onde na data do vencimento poderia a ser verificado que teve um título com mesmo risco que rendeu mais.

Um outro fator de diferenciação da poupança, é a incidência de imposto de renda. No CDB o imposto é a soma dos seguintes impostos:

i. IOF

Com relação ao imposto sobre operações financeiras, só há incidência em investimentos que duram menos de 30 dias. Assim, se ocorrer resgate antes de 30 dias, o investidor precisará pagar o IOF que deverá ser inferior ao rendimento ganho no período. Para investimentos com prazo maior ou iguais a 30 dias, segundo dados da instituição financeira Caixa Econômica Federal (2018), não há nenhuma incidência de imposto.

ii. Imposto de Renda

Nesse caso, o imposto é calculado em alíquotas tributárias baseadas em tempo de investimento, onde as porcentagens de impostos são inversamente proporcionais ao tempo de investimento.

- 22,5% para investimentos de até 180 dias
- 20% para investimentos de 181 dias até 360 dias
- 17,5% para investimentos de de 361 dias até 720 dias
- 15% para investimentos de 721 dias em diante.

Com relação ao recolhimento do imposto, não é feito pelo investidor, e sim pelo próprio agente bancário, sendo de sua total responsabilidade provisionar o imposto antes do resgate pelo comprador do título. Um segundo custo que pode haver é a taxa de administração cobrada por alguns bancos.

O certificado de depósito bancário possui um período de carência, porém segundo Miranda (2013) o título pode ser vendido antes da sua maturidade, desde que haja interesse do agente financeiro resgatar antecipadamente o título. Ao contrário do que ocorre na poupança, o CDB não possui uma renovação automática, caso o aplicador queira continuar ao fim do vencimento, deverá esperar o dinheiro ser creditado na sua conta e comprar um novo título com prazo e condições desejadas. Com relação ao resgate, caso não haja interrupções antes do vencimento, o valor será automaticamente creditado na conta do investidor na data definida no dia da negociação. Uma outra forma de negociar de forma antecipada, é transferir o título para terceiros, o que é permitido desde que seja preenchido o Termo de Cessão de Direitos mantendo a taxa contratada o vencimento original.

Assim como todos os ativos que possuem risco, o CDB tem sua rentabilidade proporcional ao valor investido e também ao risco do título. Ou seja, quanto menos sólido o banco maior será o risco e maior a taxa negociada. Lembrando que ainda assim é válido em caso de falência, duzentos e cinquenta mil reais por CPF por instituição financeira. Os Certificados de depósitos bancários podem ser tanto pré fixado como pós-fixado, onde o último em geral são indexados a taxa CDI.

Para conseguir ter acesso a esses títulos, é necessário possuir uma conta corrente em um banco comercial. E então, poderá negociar diretamente com o gerente bancário ou nas plataformas de renda fixa das corretoras de valores. A grande vantagem de investir em corretoras de valores é o acesso a títulos de vários bancos e em geral elas não cobram as taxas de administração cobradas pelos bancos. Entre as vantagens do CDB, encontra-se a atualização diária do montante investido, sendo factível de comparação com outros investimentos. Com relação ao Recibo de Depósito Bancário, segue o mesmo parâmetro do CDB, porém o CDB é negociável antes do vencimento, já o RDB é intransferível e inegociável.

Os conceitos apresentados nos parágrafos anteriores serão apresentados de forma prática pelos seguintes exemplos:

Exemplo 14: Existe um CDB disponível no mercado com vencimento em 160 dias, com taxa pré-fixada de 14% ao ano. Caso seja investido R\$5.000,00 nesse investimento, qual será o valor resgato no vencimento e qual a taxa efetiva desse investimento? Considerando que a inflação foi de 7% ao ano, qual a taxa real?

Solução:

A primeira análise do investidor deve ser se o prazo é condizente com suas preferências e prioridades de curto prazo, dado que o investimento ocorrerá em menos de um ano. A segunda análise é o cálculo do valor líquido a ser resgatado da seguinte forma:

i. Tempo e Valor Futuro

Observe que o tempo de investimento equivale à $\frac{160}{365}$ de um ano. Assim o valor futuro desse investimento pode ser calculado como :

$$FV = 5.000 \times (1 + 0,14)^{160/365} = 5.295,59$$

ii. Imposto

Note que o rendimento bruto foi de R\$ 5.295,59 – R\$5.000,00 resultando em R\$ 295,59 reais.

O tempo de investimento é de 160 dias e de acordo com a tabela de imposto regressiva será tributada em 20%. Logo, o imposto será de 20% de R\$ 295,59 = R\$59,12.

iii. Valor Líquido

O valor líquido de imposto a ser resgatado no vencimento será de R\$ 5.295,59 menos o imposto de R\$ 59,12, resultando em R\$5.236,45.

iv. Taxa efetiva anual

Sabendo que o valor aplicado foi de R\$ 5.000,00 e o valor resgatado foi de R\$ 5.236,45 e o tempo de aplicação foi de 160/365 de um ano, temos que:

$$5.236,45 = 5000 \times (1 + i)^{160/365}$$

E conseqüentemente, a taxa de juros efetiva será de 11,11%

v. Taxa Real

Como a inflação no período foi de 7% ao ano, e a taxa real é o quanto o rendimento rendeu acima da inflação, temos que o ganho real foi de :

$$11,11\% - 7\% = 4,11\%$$

O que aumentou o poder de compra desse investidor.

Exemplo 15: Em concorrência ao primeiro investimento, existe um CDB disponível no mercado com vencimento em 90 dias, com taxa pós-fixada de 120% da CDI. Caso seja investido R\$5.000,00 nesse investimento, qual será o valor resgate no vencimento e qual a taxa efetiva desse investimento, considerando a CDI em 6,65%? Considerando que a inflação foi de 7% ao ano, qual a taxa real?

Solução:

Faremos a mesma análise feita acima, o que difere em termos lógicos é o cálculo da taxa.

i. Taxa de Juros

Como a taxa é pós-fixada, teremos que foi de 120% de 6,65%, resultando em 7,98%.

ii. Valor Bruto Final

Utilizando a fórmula do valor do dinheiro no tempo, temos que

$$FV = 5.000 \times (1 + 0,0798)^{90/365} = 5.095,56$$

iii. Imposto

Como o período de investimento é inferior a 181 dias, a alíquota é de 22,5%. Assim, o imposto a ser recolhido diretamente pelo banco será de 22,5% de R\$95,56, resultando em R\$21,50.

iv. Valor Líquido

Sabendo que o montante bruto é de R\$ 5.095,56 e o imposto a ser recolhido é de R\$ 21,50, temos que o valor líquido a ser resgatado é de R\$ 5.074,06 em 90 dias.

v. Taxa Efetiva anual

Conhecendo o valor aplicado, o valor resgatado líquido e o prazo, podemos calcular a taxa efetiva anual da seguinte forma:

$5.095,56 = 5000 \times (1 + i)^{90/365}$, resultando em uma taxa efetiva anual de 7,98%.

vi. Taxa Real

Como a inflação no período foi de 7% ao ano, e o rendimento foi de 7,98%, temos que o ganho real no período foi de:

$$7,98\% - 7\% = 0,98\%$$

Ou seja, o poder de compra do investidor aumentou em 0,98%.

9.3 Crédito de Depósito Interbancário (CDI)

Ao contrário do que ocorre nos certificados de depósitos bancários, onde as instituições financeiras eram os emissores para aplicadores que poderiam ser pessoas físicas, os créditos de depósitos interbancários também são títulos da renda fixa, porém são emitidos e comprados apenas por bancos comerciais com a finalidade de equilibrar as suas contas orçamentárias. Diferentemente das empresas, as instituições financeiras precisam fechar o caixa zerado ao final do dia, não podendo haver sobras ou falta de dinheiro ao fim do dia. Isso ocorre, pois caso o banco termine com caixa positivo é sinônimo de caixa ocioso, representando menos lucro para a instituição financeira, já que o lucro é oriundo de empréstimos de capital.

Assim, para que as instituições financeiras consigam zerar o caixa ao término do dia, foi criado o CDI pela Cetip (Central de Custódia e de Liquidação Financeira de Títulos Privados) que equaliza as sobras e excessos de dinheiro em caixa das instituições financeiras. Assim, o banco com sobra de caixa empresta para o banco que está demandando caixa para emprestar para seus clientes. E os CDI que formam a taxa DI, sendo atualizada diariamente, podendo ser acompanhada no site da Cetip.

9.3 Debêntures

Os títulos intitulados como debentures, são aplicações de renda fixa emitidos por empresas privadas de do tipo sociedade anônima para captar recursos. Segundo a Comissão de Valores Mobiliários (2014, p.74), “as debêntures são títulos de dívida emitidos por sociedades por ações e que conferem aos seus titulares direitos de crédito contra a companhia emissora”. Assim, os compradores de debentures são os credores das empresas e em troca do empréstimo, recebem juros no prazo determinado na emissão desses títulos.

Existem dois tipos de debêntures, as quirografárias ou subordinárias, onde em caso de falência, a primeira terá prioridade de liquidez. Pode haver garantias ou não, em caso de garantia, essa poderá ser flutuante ou real. As debentures também possuem como classificação do tipo simples ou conversível, onde no segundo caso, podem ser convertidas em ações da empresa em caso de não pagamentos.

Semelhante ao CDB e diferente da poupança, as debentures possuem valor mínimo de aplicação, determinada pela empresa que emite o título. Em geral, o valor mínimo é superior a mil reais e quanto mais consolidada for a empresa no mercado, maior será o capital inicial exigido. É possível a variação desse capital inicial, não havendo uma regra estabelecida pela Central de Custódia e Liquidação Financeira de Títulos (Cetip) ou pela Comissão de Valores Mobiliários(CVM).

Com relação aos riscos, esse títulos não possuem a garantia do Fundo Garantidor de Crédito, podendo haver a possibilidade da empresa não devolver o valor investido acrescido dos juros ao investidor. Porém, as empresas emissoras de debentures podem atrelar uma garantia para melhor incentivar o investidor. Para entender o risco, ao adquirir uma debenture, é mostrado para o aplicador o “rating” daquela empresa. O rating de uma empresa é mensurado através dos pagamentos anteriores feitos no passados, com relação a quantidade, volume e atrasos. Alguns ratings tentam quantificar as expectativas com relação ao futuro da administração da empresa. Em geral, as agencias avaliadoras de risco, mensuram através de notas alfabéticas, onde o AAA é a melhor avaliação com menor risco. Além do risco quantificável, existe o risco das debentures com juros pós-fixados, onde é possível que ao fim da aplicação haja um título também de renda fixa que rendeu mais.

Com relação aos impostos, assim como ocorre no CDB, o imposto de renda é inversamente proporcional ao tempo de investimento. Também sendo descrito pela seguinte tabela:

- 22,5% para investimentos de até 180 dias
- 20% para investimentos de 181 dias até 360 dias
- 17,5% para investimentos de de 361 dias até 720 dias
- 15% para investimentos de 721 dias em diante.

Além do imposto de renda descrito acima, caso a aplicação seja resgatada antes de trinta dias, será cobrado o IOF.

Para incentivar a aplicação em ativos para financiamento de investimentos de longo prazo privados não-financeiros de infraestrutura, principalmente debentures, não há a incidência de imposto.

Quando comparada com outros investimentos, as debentures não possuem boa liquidez, pois não há a possibilidade de resgatar antes do tempo.

Para acessar as debentures disponíveis no mercado, assim como os CDB's é possível através de uma plataforma de investimento em renda fixa, de preferência corretoras por possuírem um portfólio maior de produtos comparada aos bancos.

Seguindo a mesma lógica dos investimentos que possuem algum nível de risco, sua rentabilidade está associada proporcionalmente ao risco, quanto maior o risco maior será o retorno no período. Existem debentures tanto pré-fixada como pós-fixadas, as últimas geralmente estão atreladas ao IPCA ou CDI.

Exemplo 16: Há duas debêntures no mercado, a primeira opção foi emitida por uma empresa do setor varejistas e a segunda se refere ao setor de infraestrutura. Com as seguintes características:

i. DEBENTURE DO SETOR VAREJISTA:

Valor aplicado: R\$ 1.000,00

Prazo: 92 dias

Taxa: IPCA + 5%

ii. DEBENTURE DO SETOR DE INFRAESTRUTURA

Valor aplicado: R\$ 1.000,00

Prazo; 120 dias

Taxa: 105% do CDI,

Onde o IPCA do período foi de 11% e o CDI de 9%

Levando em consideração que o investidor escolherá a com maior taxa efetiva e que a inflação no período foi de 6% ano ano, qual deverá ser a escolha?

Solução:

O investidor escolherá o investimento com maior taxa real, calcularemos de cada uma das possibilidades:

i. No primeiro investimento temos que:

1. Taxa de juros:

Dado que o IPCA no período foi de 11%, o retorno nominal foi de 11%,.

2. Valor Bruto Final

O Tempo do investimento foi de 92 dias, o que representa 92/360 de um ano. Assim temos que o valor final bruto será de:

$FV = PV \times (1 + 0,11)^{92/360}$, resultando em $FV = PV \times (1 + 0,11)^{92/360} = 1027,03$.

3. Imposto

Como o tempo de investimento é inferior a 180 dias, a alíquota de imposto será de 22,5% sobre o rendimento bruto, assim o imposto a ser recolhido será de $22,5\% \times 275,8 = 6,08$

4. Valor Líquido final

Sabendo que o valor final bruto é R\$1.027,03 e o imposto foi de R\$ 6,08, temos que o valor líquido a ser resgatado será de R\$1.020,95.

5. Taxa Efetiva Anual

Conhecendo o valor aplicado, o valor líquido resgatado e o prazo do investimento, é possível calcular a taxa efetiva, Nesse caso, temos que :

$$1.020,95 = 1000 \times (1 + i)^{92/360}$$

assim a taxa será de 8,45%.

6. Taxa Real

Temos que a inflação foi de 6% ao ano, assim o ganho real foi de 8,45% -6%, resultando em um ganho real de 2,45%.

ii. No segundo investimento temos que

1. Taxa de juros:

Dado que o CDI no período foi de 9%, o retorno nominal foi de 105% de 9%, resultando em 9,45%,.

2. Valor Bruto Final

O Tempo do investimento foi de 120 dias, o que representa 120/360 de um ano. Assim temos que o valor final bruto será de:

$$FV = PV \times (1 + 0,0945)^{120/360}, \text{ resultando em}$$

$$FV = PV \times (1 + 0,0945)^{120/360} = 1030,55.$$

3. Imposto

Como essas debentures são do setor de infraestrutura, não há incidência de imposto.

4. Valor Líquido final

Como não imposto, temos que o valor líquido final é de R\$1.030,55

5. Taxa Efetiva Anual

Conhecendo o valor aplicado, o valor líquido resgatado e o prazo do investimento, é possível calcular a taxa efetiva, Nesse caso, temos que :

$$1.030,55 = 1000 \times (1 + i)^{120/360},$$

assim a taxa será de 9,45%.

6. Taxa Real

Para calcular o ganho real, temos que levar em consideração o ganho acima da inflação, que nesse caso foi de 9,45%-6%, resultando em 3,45%.

Assim, com uma taxa efetiva anual de 9,45% ao ano, superior ao do primeiro investimento, o segundo investimento é mais indicado.

9.4 LCI

As Letras de Crédito Imobiliários(LCI) também são títulos de renda fixa, porém voltados para o financiamento do setor imobiliário. São emitidos por instituições financeiras com a finalidade de crédito para os seus clientes que empreendem no setor imobiliário. As LCI só são emitidas pelo Banco Central, quando há um lastreamento, ou seja, uma garantia, seja hipoteca ou alienação imobiliária, onde se refere a oferecer um imóvel como garantia de um empréstimo. Assim, os recursos captados pelos bancos através das LCI's são emprestados para o setor imobiliário, ganhando dinheiro com a arbitragem financeira.

Semelhante ao que ocorre com o CDB e diferente das regras da poupança, no LCI existe uma aplicação mínima. O mais comum nesses títulos são aplicações mínimas de R\$30.000,00, eventualmente sendo encontradas com R\$5.000,00, sendo esse fator o que mais diferencia com o relação aos CDB's que possuem um menor investimento inicial.

Com relação ao risco de solvência da instituição financeira, possui o mesmo risco da poupança e CDB's, também sendo contemplado pela garantia do Fundo Garantidor de Crédito que garante duzentos e cinquenta mil reais por instituição financeira por cadastro de pessoa física. Assim, em caso de falência da instituição financeira, o investidor consegue recuperar até duzentos e cinquenta mil reais com os possíveis juros já incluso. Nesse ativo, também existem títulos do tipo pré ou pós-fixado, também contemplando o risco dos títulos pós-fixados em sua maturidade, podendo haver títulos que renderam mais.

Um dos maiores atrativos das LCI's é o imposto de renda, que como são títulos para o financiamento do setor imobiliário, são isentos de imposto de renda para aplicadores pessoa física. Caso exista taxa de administração será o único custo.

Apesar de quase não haver imposto, uma grande dificuldade na LCI é a respeito da liquidez, pois não é viável seu resgate antes do tempo. Segundo o Banco Central, em sua Resolução Nº 4.410 no Art 4º, o prazo mínimo de vencimento da Letra de Crédito Imobiliário é de:

"I- 36 (trinta e seis) meses, quando atualizada mensalmente por índice de preços;
II - 12 (doze) meses, quando atualizada anualmente por índice de preços; e
III - 90 (noventa) dias, quando não atualizada por índice de preços. (BANCO CENTRAL DO BRASIL, 2015)"

Onde é implícito na hipótese III que haja uma atualização pelo CDI.

Como já citado, esse título não é viável para investidores que possam a vim necessitar o resgate em menos de 36 meses, pois a norma do Banco Central veda que a instituição recompre o título seja integralmente ou parcialmente antes da sua maturidade, tal restrição é uma forma de garantia para o Banco Central. Em caso emergencial, o aplicador deveria procurar uma segunda instituição financeira que intermediasse a revenda do título para um terceiro, o que geraria gastos que poderiam retirar quase integralmente a rentabilidade do título.

Assim como a maioria dos títulos de renda fixa, as LCI podem ser pré ou pós-fixada, onde sua remuneração no momento da negociação é em termos da CDI.

Para ter acesso a Letras de Crédito Imobiliário, é necessário ter acesso a uma plataforma de renda fixa seja de um banco comercial ou de uma corretora.

Para entender a remuneração e despesas da LCI, teremos o seguinte exemplo:

Exemplo 17: (LCI) Considere que um investidor aplicou R\$ 50.000,00 em uma LCI no dia 01/01/2015 e resgatou em 01/01/2018. Sabendo que no momento da negociação a taxa negociada foi de 120% do CDI., qual a taxa efetiva? E qual a taxa real dado que a inflação foi de 8% ao ano?

Solução:

Seguiremos os seguintes passos para resolução do problema proposto:

- i. Taxa de juros:

Como o título é pós fixado, o investidor deverá consultar o site do Banco Central e consultar a CDI. O aplicador verificou que o CDI do período foi de :

01/01/2015 a 01/01/2016 de 13,18%

01/01/2016 a 01/01/2017 de 14%

01/01/2017 a 01/01/2018 de 9,93%

Como a taxa negociada foi de 120% do CDI, temos que a remuneração do período é de :

01/01/2015 a 01/01/2016: 120% de 13,18% = 15,816%

01/01/2016 a 01/01/2017: 120% de 14% = 16,8 %

01/01/2017 a 01/01/2018: 120% de 9,93% = 11,916 %

ii. Valor Bruto Final

Como o tempo de investimento é de 3 anos e temos a remuneração de cada período acima, temos que:

$FV = 30.000 \times (1 + 0,15816) \times (1 + 0,168) \times (1 + 0,11916)$, resultando em

$$FV = 45.417,66.$$

iii. Imposto

Como o título é uma LCI e é para financiamento imobiliário assim como todas as LCI's, não há incidência de imposto.

iv. Valor Líquido final

Sabendo que o valor final bruto é R\$45.417,66 e o imposto foi de 0,00, temos que o valor líquido a ser resgatado será de R\$45.417,66.

v. Taxa Efetiva Anual

Conhecendo o valor aplicado, o valor líquido resgatado e o prazo do investimento, é possível calcular a taxa efetiva, Nesse caso, temos que :

$$45.417,66 = 30.000 \times (1 + i)^3,$$

assim a taxa efetiva anual será de 14,82%.

vi. Taxa Real.

Para conhecer o ganho real no período, temos que calcular o retorno acima da inflação do período, no caso foi de 14,82% - 8%, resultando em 6,82%.

Assim, o investimento gera um aumento real de 6,82% acima da inflação no patrimônio do investidor.

9.5 LCA

As Letras de Crédito do Agronegócio (LCA), assim como as Letras de Crédito Imobiliário, são títulos da renda fixa, porém voltado para investimentos no setor do Agronegócio. De acordo com a B3 (antiga BMF Bovespa), as LCA's são emitidas com a finalidade de fomentar crédito para toda a cadeia do agronegócio. Para haver a emissão de uma LCA, a instituição financeira exige um lastro definido na negociação.

As LCA's são voltadas para investidores de médio e grande porte, pois em geral, o investimento mínimo é de trinta mil reais, principalmente nos bancos mais fortes no mercado. Eventualmente, são encontradas LCA's com valor mínimo de dez mil reais. Regra semelhante ao que ocorre com as LCI's.

As Letras de Crédito do Agronegócio emitidas até maio de 2013 não possuíam garantia do Fundo Garantidor de Crédito. Porém, a partir da data mencionada, todas as LCA's, caso haja falência da instituição financeira, há uma garantia até duzentos e cinquenta mil reais por instituição e por CPF. Por exemplo, caso seu rendimento esteja valendo duzentos e setenta e cinco mil reais já com a atualização monetárias e os rendimentos e a instituição financeira venha a falir, será recebido o limite do FGC de duzentos e cinquenta mil reais.

Assim como as LCI's, de acordo com a Lei 11.076 (BRASIL, 2004) há uma isenção de impostos para títulos dos agronegócio, gerando um grande atrativo para esses títulos. Há também isenção de IOF.

Apesar da simplicidade de entendimento da remuneração real por não ter imposto, há um inibidor de investimento por conta da liquidez, dado que a liquidez do

título só é possível no seu vencimento. Onde o vencimento de uma LCA é no mínimo 90 dias.

Da mesma forma que a maioria dos títulos de renda fixa, as LCA's podem ser pré ou pós-fixada, com a taxa de juros negociada em termos da taxa CDI.

A acessibilidade das Letras de Créditos do Agronegócio se dar por uma plataforma de renda fixa de banco ou corretora.

Semelhante ao que ocorre na LCI, temos o seguinte exemplo:

Exemplo 18: (LCA) Um aplicador comprou um título do tipo LCA no dia 01/01/2014 por dez mil reais e resgatou em 01/06/2015. A taxa negociada foi de 110% da CDI, qual a taxa efetiva do investimento? Qual o ganho real considerando uma inflação de 6% ao ano?

Solução:

Seguiremos os seguintes passos para resolução do problema proposto:

i. Taxa de juros:

Temos que o título é pós-fixado, assim o investidor deverá consultar o site do Banco Central para buscar a taxa referente a 2014 e a taxa acumulada até 01/06/2015. Após a consulta, temos que

01/01/2014 a 01/01/2015 de 10,81%

01/01/2015 a 01/01/2016 de 4,81%

Dado que a taxa negociada foi de 110% do CDI, temos que a remuneração do período é de :

01/01/2014 a 01/01/2015: 110% de 11,89%

01/01/2015 a 01/01/2016: 110% de 5,291%

ii. Valor Bruto Final

Como o tempo de investimento é de 3 anos e temos a remuneração de cada período acima, temos que:

$FV = 10.000 \times (1 + 0,1081) \times (1 + 0,0481) \times \dots$, resultando em

$$FV = 11.613,99.$$

iii. Imposto

Como o título é uma LCA e é para financiamento agronegócio, assim como todas as LCI's, não há incidência de imposto.

iv. Valor Líquido final

Sabendo que o valor final bruto é R\$11.613,99 e o imposto foi de 0,00, temos que o valor líquido a ser resgatado será de R\$11.613,99.

v. Taxa Efetiva Anual

Conhecendo o valor aplicado, o valor líquido resgatado e o prazo do investimento, é possível calcular a taxa efetiva, Nesse caso, temos que :

$$11.613,99. = 10.000 \times (1 + i)^{17/12},$$

assim a taxa efetiva anual será de 11,14%.

vi. Taxa Real.

O ganho acima da inflação foi de 11,14% - 6%, o que resulta em uma ganho de 5,14% ao ano.

9.6 Títulos Públicos

Conhecidos como Tesouro Direto, os títulos da dívida pública são títulos públicos da renda fixa. São emitidos pelo governo Estadual, Municipal ou Federal. No Tesouro Direto, o investidor empresta dinheiro diretamente para o governo captar recursos para expansão ou financiar dívidas públicas sendo remunerado pelo próprio governo pelo empréstimo.

Assim como CDB's, LCA e LCI exige uma aplicação mínima, porém inferior aos três caso citados. De acordo com o Banco Central, na página da internet sobre o tesouro direto⁴, o valor mínimo a ser aplicado é de R\$30,45, conforme o quadro 3 a

⁴ <http://www.tesouro.fazenda.gov.br/tesouro-direto-precos-e-taxas-dos-titulos>

seguir, que representa uma fração do título prefixado com Juros Semestrais 2029. Porém, há uma diferença de valor mínimo para títulos pré-fixados, pós-fixados e indexados a Selic, de acordo com o banco central, o valor mínimo para investir na Selic é maior.

A respeito dos riscos, os títulos dos governos são os mais seguros na economia, pois caso o governo não tenha caixa para pagar o investidor, basta emitir dinheiro, claro que nessa situação haveria um aumento dos preços da economia com emissão de moeda e conseqüentemente com uma crescente na inflação, haveria uma redução no ganho real. Com relação aos riscos é questionável a poupança ser mais acessada comparada ao tesouro direto, pois nunca houve um congelamento do tesouro direto como ocorreu na poupança no plano Collor . Em termos contratuais, o tesouro direto não possui a garantia do FGC, porém não o torna menos seguro que a poupança dado que o emissor é o próprio governo. O tesouro direto é considerado os ativos livres de risco da economia Brasileira.

Quadro 3 - Valores de referência dos títulos públicos

Título	Vencimento	Taxa de Rendimento (% a.a.)	Valor Mínimo	Preço Unitário
Indexados ao IPCA				
Tesouro IPCA+ 2024	15/08/2024	4,91	R\$47,66	R\$2.383,12
Tesouro IPCA+ 2035	15/05/2035	5,34	R\$39,99	R\$1.333,06
Tesouro IPCA+ 2045	15/05/2045	5,33	R\$31,81	R\$795,49
Tesouro IPCA+ com Juros Semestrais 2026	15/08/2026	4,93	R\$33,93	R\$3.393,40
Tesouro IPCA+ com Juros Semestrais 2035	15/05/2035	5,23	R\$34,93	R\$3.493,77
Tesouro IPCA+ com Juros Semestrais 2050	15/08/2050	5,25	R\$35,44	R\$3.544,52
Prefixados				
Tesouro Prefixado 2021	01/01/2021	8,36	R\$33,51	R\$837,92
Tesouro Prefixado 2025	01/01/2025	10,06	R\$33,14	R\$552,45
Tesouro Prefixado com Juros Semestrais 2029	01/01/2029	10,26	R\$30,45	R\$1.015,07
Indexados à Taxa Selic				
Tesouro Selic 2023	01/03/2023	0,01	R\$97,55	R\$9.755,36

Valores de Referência
Dias úteis, das 18h às 5h, fins de semana e feriados, a qualquer hora

Resgatar 

[Clique aqui para ver os valores dos títulos para resgate](#)

Fonte: Banco Central

Com relação aos impostos, o títulos do governo possuem imposto inversamente proporcional ao tempo de investimento, com base na tabela regressiva do imposto de renda, conforme abaixo:

- 22,5% para investimentos de até 180 dias
- 20% para investimentos de 181 dias até 360 dias
- 17,5% para investimentos de de 361 dias até 720 dias
- 15% para investimentos de 721 dias em diante.

Caso haja um resgate do tesouro direto antes de 30 dias da data da aplicação, além do imposto haverá incidência de Imposto sobre Operações Financeiras. O imposto e o IOF são descontados pelo banco ou pela corretora automaticamente no resgate antecipado ou no vencimento do título, não havendo necessidade do aplicador se responsabilizar pela emissão do título. Um fator que inibe a aplicação no tesouro direto é se há necessidade de declarar imposto de renda quando se investe no tesouro direto, e só é necessário caso haja enquadramento nos critérios da receita federal, descritos abaixo de acordo com a receita federal em 2018:

1. Rendimentos recebidos de pessoa jurídica superiores a R\$28.559,70
2. Rendimentos isentos de aplicações financeiras acima de R\$ 40 mil ou sujeitos à tributação exclusiva
3. Propriedades de valor superior a R\$ 300.000,00

Ao contrário do que ocorre nas Letras de Crédito do Agronegócio e nas Letras de Crédito Imobiliários, não há um período de carência nos títulos do governo, pois o governo recompra os títulos emitidos toda quarta-feira, lembrando que caso haja um resgate antes do tempo a rentabilidade poderá ser menor do que a negociada, porém não haverá perda do capital investido, somente há essa possibilidade se for resgatado antes de 30 dias por conta da incidência do IOF.

Com relação ainda a risco, o único risco do tesouro direto é em caso de títulos pós-fixados, haver uma taxa inferior comparada a outros títulos com mesmas características.

Para acessar os títulos do tesouro direto, pode ser via site do Tesouro Direto, conforme o site <http://www.tesouro.fazenda.gov.br/tesouro-direto-precos-e-taxas-dos-titulos> ou a partir de uma plataforma de renda fixa de uma corretora de valores ou de um banco comercial.

A rentabilidade de um título público varia de acordo com o título negociado. Os títulos, do segmento LTN (Letra do Tesouro Nacional) possuem juros prefixados definidos no momento da compra. Já os LFT (Letra Financeira do Tesouro) a taxa de remuneração ao investidor acompanha a taxa básica de juros (Selic), ou seja, caso a Selic aumente, o investidor, no vencimento, irá ganhar mais, o contrário, os juros recebidos serão menores. Outra modalidade de títulos públicos é a Nota do Tesouro Nacional - série B (NTN-B) que são indexados pelo IPCA-A e são acrescidos de juros previamente definidos no momento da aplicação. A principal característica deste tipo de título público é o pagamento dos juros realizados semestralmente. As Notas do Tesouro Nacional - série C (NTN-C), também é uma modalidade de título público, cuja remuneração advém de juro definido no início da aplicação acrescido do IGP-M.

10. Comparação dos Investimentos:

Após o conhecimento e entendimentos dos títulos de renda fixa descrito nessa dissertação, é importante para o investidor analisar e escolher quais são compatíveis com o dinheiro disponível e os fatores de decisão, tais como:

- ✓ Acessibilidade
- ✓ Investimento Mínimo
- ✓ Maturidade e Liquidez
- ✓ Risco e garantias
- ✓ Imposto
- ✓ Ganho de ganhos reais

10.1 Acessibilidade

Exceto a poupança, CDB, Debêntures, LCI, LCA e Títulos Públicos são acessíveis através de plataformas de renda fixa de bancos ou de corretoras de valores. Enquanto a poupança não precisa ter acesso à nenhuma plataforma, sendo acessível em no balcão de qualquer banco comercial, tal fato contribuiu para a poupança ser o investimento mais acessível do Brasil, mesmo com o menor rendimento histórico comparado com os outros investimentos de renda fixa.

10.2 Investimento Mínimo

Além da facilidade de acessar um investimento, um segundo fator importante para o investimento é o capital mínimo investido.

Com relação ao capital mínimo possível de aplicação, a poupança é o único que não existe nenhum valor piso, podendo ter qualquer valor de aplicação. Nesse critério, o mais próximo é o Tesouro Direto, que segundo o Banco Central em 25/10/2018 o valor mínimo a ser aplicado é de trinta e dois reais. O Tesouro direto é o responsável pelo maior investimento das famílias em títulos de renda fixa além da caderneta de poupança, principalmente pelo menor capital investido e sua divulgação nas mídias sociais.

No mesmo quesito, os Certificados de Depósitos bancários possuem um valor mínimo de investimento maior quando comparado a caderneta de poupança e Tesouro Direto, com um valor mínimo histórico de duzentos reais segundo as estatísticas do Banco Central. Apesar de possuir um capital inicial maior comparado a poupança e ao Tesouro Direto, é mais acessível quando comparado as Debentures, Letras de Crédito do Agronegócio e Letras de Crédito Imobiliárias, cuja aporte mínimo é R\$1000,00 para o primeiro citado e trinta mil reais para LCI e LCA.

Dessa forma, na Renda Fixa, os investimentos mais acessíveis para o investidor de capital pequeno são caderneta de poupança, Tesouro Direto, CDB e Debêntures. Ficando a escolha do investidor quais são compatíveis com os outros critérios de escolha.

10.3 Maturidade dos Investimentos

A alocação do capital disponível dos investidores deve depender dos projetos de curto, médio e longo prazo e do prazo disponível dos investimentos.

Para investimentos de aplicação das reservas de emergência, os títulos mais indicados são os que possuem liquidez imediata caso necessária. São eles, caderneta de poupança e Tesouro Direto Selic, pois seu resgate antes do prazo de investimento no caso do Tesouro Selic não causa perdas financeiras

Apesar de haver a possibilidade de resgatar antes, no CDB pode haver perdas financeiras que tornam inviável a antecipação do resgate, sendo mais viável um planejamento do investimento com o prazo determinado no investimento. O mesmo ocorre com os outros títulos do tesouro direto, que se antecipados antes do vencimento pode haver perda da remuneração, não compensando o investimento.

Já as debentures, LCI e LCA não há a possibilidade de resgate antes do vencimento e possuem prazos de investimentos maiores, em geral no mínimo de 2 anos.

10.4 Risco

Em geral, a renda fixa é atrativa por possuir nenhum ou baixo risco para o investidor. Apesar de vários títulos da renda fixa possuírem taxas pós-fixadas, havendo possibilidade de perdas reais ou comparação com investimentos que renderam mais, a maior preocupação do investidor da renda fixa é com a garantia do pagamento do investimento. Nesse critério, a renda fixa é o principal atrativo quando comparado a renda variável, por possuir baixas probabilidades de redução do capital investido.

O Fundo Garantidor de Crédito (FGC) protege até 250 mil reais por pessoa por instituição financeira a caderneta de poupança, CDB, LCI e LCA. Já os títulos do governo não possuem garantia do FGC, porém são os mais seguros do mercado, dado que em caso de falta de moeda, basta o governo emití-las para quitação dos títulos, o que não gera grandes problemas para o governo dado que possui uma baixa representativa no total de dívidas do governo.

Na renda fixa, o único investimento que é isento de qualquer garantia, são as debentures, mas podem ser analisadas através dos seus “ratings” como já explicado nesse trabalho.

10.5 Imposto

Uma grande preocupação dos investidores é com relação às perdas de remuneração com relação à tributação, sendo mais um fator que impulsionou a popularização da caderneta de poupança no Brasil por ser isenta de imposto.

Semelhante à caderneta de poupança, por não possuir imposto são as Letras de Crédito Imobiliárias e do Agronegócio, porém como dito no tópico anterior, possuem valores iniciais de aplicação maiores comparadas à poupança.

Ao contrário do que ocorre com os dois investimentos comentados, os outros três tipos de investimentos mencionados nesse trabalho, Títulos Públicos, Debentures e Certificados de Depósitos Bancários são tributados com a tabela progressiva de imposto de renda.

10.6 Ganhos Reais

Além da preocupação com o ganho nominal efetivo, taxas de juros e prazos o investidor deve se preocupar com o aumento do poder de compra do montante investido. Ou seja, o montante ganho percentualmente além da inflação.

Quando comparados com relação aos ganhos além da inflação, a caderneta de poupança não possui nenhuma proteção contra a inflação, já que não a possui como fator determinante. Com relação aos investimentos atrelados ao CDI e IPCA, como debentures, LCI, LCA, CDB's e Tesouro Direto é possível escolher investimentos que protejam da inflação.

Tabela 9 - Comparação entre os tipos de investimento

	Acessibilidade	Investimento Mínimo	Liquidez	Garantias	Imposto	Proteção contra inflação.
Caderneta de Poupança	Plataforma de renda fixa de corretoras ou de bancos.	Não há mínimo	Pode ser resgatado ao qualquer momento sem perdas	FGC	Isenta	Não
Debêntures	Plataforma de renda fixa de corretoras ou de bancos.	R\$ 5.000,00	Não pode ser resgatado antes do vencimento	Sem garantias	Segue a tabela regressiva de imposto.	Sim, através dos títulos pós-fixados.
CDB	Plataforma de renda fixa de corretoras ou de bancos.	R\$ 1.000,00	Pode ser resgatado antes do vencimento, podendo haver perdas com o resgate antecipado	FGC	Segue a tabela regressiva de imposto.	Sim, através dos títulos pós-fixados.
LCA	Plataforma de renda fixa de corretoras ou de bancos.	R\$30.000,00	Não pode ser resgatado antes do vencimento	FGC	Isenta	Sim, através dos títulos pós-fixados.
LCI	Plataforma de renda fixa de corretoras ou de bancos.	R\$30.000,00	Não pode ser resgatado antes do vencimento	FGC	Isenta	Sim, através dos títulos pós-fixados.
Tesouro Direto	Plataforma de renda fixa de corretoras ou de bancos.	R\$ 32,00	Pode ser resgatado antes do vencimento, podendo haver perdas com o resgate antecipado	Sem FGC, tem a garantia do governo	Segue a tabela regressiva de imposto.	Sim, através dos títulos pós-fixados.

11. Considerações

Este trabalho inicia-se com a situação dos inadimplentes no Brasil, onde a grande maioria se encontra endividada e sem perspectiva de quitação das dívidas ou superávit orçamentário individual, de acordo com o IBGE, por outro lado, o sonho da casa própria ainda é almejado pelos brasileiros, o que não é alcançável em um cenário de endividamento e inadimplência. Além da casa própria, os brasileiros passaram a desejar outros produtos, tais como viagens e carros. E para alcançar tais objetivos é necessário entender como orçar e investir.

Como dito, matemática financeira ainda não faz parte do currículo nacional da educação básica, gerando falta de conhecimento por parte dos brasileiros de como tratar o dinheiro e utiliza-lo de forma que gere satisfações e não dividas. A sugestão desse trabalho é que haja um curso no fim do ensino médio, onde de acordo com o cenário brasileiro uma boa parcela irá para o mercado de trabalho, ensinando como orçar e investir.

A sugestão de curso é que tenha as seguintes divisões:

1. Motivos do orçamento doméstico
2. Matemática Financeira
3. Funcionamento do Mercado Financeiro
4. Principais Taxas
5. Tipos de investimento
6. Comparação dos Investimentos da Renda Fixa

Com o intuito de mostrar a importância de tal curso, é necessário analisar a realidade financeira dos alunos. Por exemplo, se a sala de aula está inserida em um cenário de renda baixa, focar na inadimplência como principal motivo para fazer o orçamento doméstico. O Enfoque desse tópico é mostrar a calcular a receita líquida, despesas e como gerenciar um orçamento financeiro com saldo positivo.

Após o entendimento do orçamento doméstico baseado em salários próximos a renda familiar dos ouvintes, deve haver uma introdução que através de investimentos é possível aumentar os ganhos de forma que se atinja mais rápido a casa própria, carro próprio ou viagens almeçadas. Mas para entender tais investimentos, é importante falar que o dinheiro muda de valor no tempo, através dos juros e inflação, e que sem a matemática financeira não tem como entender os investimentos. O professor do curso, deve passar por todos os tópicos relevantes e citados nesse trabalho para prosseguir o

curso, tais como progressões, juros simples e juros compostos, através de aulas teóricas e exemplos que podem ser retirados dessa dissertação ou de livros referenciados.

Antes de iniciar a falar de investimentos, alguns órgãos reguladores serão citados ao longo do curso, assim é válido no tópico 3 citar os principais órgãos e suas atuações no mercado financeiro. Seguido no tópico 4 pela explicação das taxas, tais como Selic e inflação que são fundamentais por exemplo, para explicar investimentos pós-fixados.

Nos tópicos 1, 2 e 3 os alunos já possuem uma base teórica do valor do dinheiro no tempo, o funcionamento do mercado e suas taxas para conhecerem os tipos de investimento. Deve ser exposto os dois tipos de investimentos e suas características, e que devido ao baixíssimo risco da renda fixa e maior acessibilidade e praticidade será o principal foco do curso.

E finalmente, deverá ser apresentando aos alunos, todos os tipos de investimento em renda fixa, devendo ser enfatizado os principais fatores tais como:

- i. Definição do Investimento
- ii. Aplicação Mínima
- iii. Carência
- iv. Imposto
- v. Acessibilidade
- vi. Risco
- vii. Rentabilidade
- viii. Exemplo de taxa real

Podendo consultar esse material para entendimento de cada um dos tópicos. Uma proposta mais específica é que no último tópico haja tempo para uma abordagem como o método de aprendizagem ACA (Aprendizagem Centrada no Aluno), onde os alunos devem ser instigados para fazer os cálculos e questionamentos sobre os investimentos.

Após a exposição de todos os investimentos da renda fixa, cabe ao professor escolher entre 3 e 4 investimentos compatíveis com o público, de preferência a escolha deve ser baseada com os riscos e aplicação mínima. Onde deve haver comparação, como feito nesse trabalho, dos seguintes tópicos:

- ✓ Acesso
- ✓ Investimento Mínimo
- ✓ Maturidade e Liquidez

- ✓ Risco e garantias
- ✓ Imposto
- ✓ Ganho de ganhos reais

Assim, o intuito desse trabalho, através da proposta de curso descrita neste capítulo, é que seja um manual de consulta para professores que irão ensinar sobre educação financeira como também para estudantes que desejam consultar de forma direta sobre os principais investimentos da renda fixa.

12. Referências Bibliográficas

ANBIMA. **O Raio X do Investidor Brasileiro**. Disponível em: <www.anbima.com.br/data/files/AE/31/E6/CB/52A356107653125678A80AC2/Relatorio-Raio-X-Investidor-PT.pdf>. Acesso em: out de 2018.

ARAÚJO, F. C. e CALIFE, F. E. **A história não contada da Educação Financeira no Brasil**, 2014. Disponível em: <www.boavistaservicos.com.br/wp-content/uploads/2014/08/A-história-não-contada-da-educação-financeira-no-Brasil.pdf>. Acesso em: out de 2018.

ASSAF NETO, A. (2012). **Matemática Financeira e Suas Aplicações**. Ed. Atlas, São Paulo. 12ª edição.

BANCO CENTRAL DO BRASIL. **Folhetos - Série II – Finanças Pessoais**. Disponível em: <https://www.bcb.gov.br/pre/pef/port/folder_serie_II_orcamento_pessoal.pdf>. Acesso em: 04/10/2017

BANCO CENTRAL DO BRASIL. **Aplicações Financeiras**. Disponível em: <https://www.bcb.gov.br/pre/bc_atende/port/aplica.asp>. Acesso em 09/10/2018.

BANCO CENTRAL DO BRASIL. **Resolução Nº 4.410, de 28 de maio de 2015**. Disponível em <<https://www.bcb.gov.br/pre/normativos/busca/normativo.asp?tipo=Resolu%C3%A7%C3%A3o&data=2015&numero=4410>>. Acesso em 14 out. 2018.

BANCO DO BRASIL. **Cartilha de Poupança**. Disponível em: <<https://www.bb.com.br/docs/pub/voce/dwn/CartilhaPoupanca.pdf>>. Acesso em: 04/10/2017.

BERTOLO, Luiz A. **Matemática Financeira**. Disponível em <<http://www.bertolo.pro.br/MatFin/Apostila.pdf>> . Acesso em: 18 set. 2018.

BRASIL. LEI Nº 11076, DE 30 DE DEZEMBRO DE 2004. **Disposição sobre a Letra do Crédito do Agronegócio (LCA)**. Brasília, DF. Disponível em <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2004-2006/2004/lei/L11076.htm>. Acesso em 15 out. 2018.

BRASIL. LEI Nº 12703, DE 7 DE AGOSTO DE 2012. **Mudanças nos Critérios de Remuneração da Poupança**. Brasília, DF. Disponível em

<http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_Ato2011-2014/2012/Lei/L12703.htm>. Acesso em 14 out. 2018.

BRASIL, MEC. LDB: Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional. Lei nº 9394/96, de 20 de dezembro de 1996. **Estabelece as Diretrizes e Bases da Educação Nacional**, v. 5.

BRASIL, Ministério da Educação (MEC/SEED). **Base Nacional Comum Curricular: Educação é Base**. Quarta versão - Versão Final. Brasília, 2018. Disponível em <<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/wp-content/uploads/2018/02/bncc-20dez-site.pdf>>. Acesso em: 01 set. 2018.

BRASIL, Ministério da Educação (MEC/SEED). **Base Nacional Comum Curricular: Educação é Base Ensino Médio**. Última versão. Brasília, 2018. Disponível em <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/wpcontent/uploads/2018/04/BNCC_EnsinoMedio_embaixa_site.pdf>. Acesso em: 01 out. 2018.

BRASIL. **Pesquisa Síntese de indicadores sociais**: uma análise das condições de vida da população brasileira 2016. Brasília: IBGE, 2017 Disponível em: <biblioteca.ibge.gov.br/visualizacao/livros/liv98965.pdf>. Acesso em: outubro de 2018.

CAIXA ECONÔMICA FEDERAL. **Imposto Sobre Operação Financeira**. Disponível em: <<http://www.caixa.gov.br/fundos-investimento/Paginas/iof.aspx>>. Acesso em 08/10/2018.

COMISSÃO DE VALORES MOBILIÁRIOS. **Mercado de Valores Mobiliários Brasileiro**. 3a Ed. Rio de Janeiro: Comissão de Valores Mobiliários, 2014. Disponível em:<www.investidor.gov.br/portaldoinvestidor/export/sites/portaldoinvestidor/publicacao/Livro/LivroTOP-CVM.pdf>. Acesso em 05/10/2018.

FREZATTI, Fábio. **Orçamento empresarial**: planejamento e controle gerencial. 5. ed. São Paulo: Atlas, 2009.

GROPPELLI, A. A. NIKBAKHT, Ehsar. **Administração financeira**. 3. ed. São Paulo: Saraiva, 2001. 535 p.

HOJI, M. **Administração Financeira**: Uma abordagem prática: matemática financeira, aplicada, estratégias financeiras, análise, planejamento e controle financeiro. 5. ed. São Paulo: Atlas, 2004.

JÚNIOR, I. M. **Educação Financeira: Conceitos e Contextos para o Ensino Médio**. X Encontro Nacional de Educação Matemática. Salvador, BA.

LEAL, Douglas T. E.; MELO, Sheila. **A Contribuição da Educação Financeira para a Formação de Investidores**. XI Semead. Disponível em: http://www.ead.fea.usp.br/semead/11semead/resultado/an_resumo.asp?cod_trabalho=42. Acesso em

LIMA, E. L., CARVALHO, P. C. P., WAGNER, E. e MORGADO, A. C. **A Matemática do Ensino Médio** Volume 2. Rio de Janeiro, SBM. 2006.

MIRANDA, M. B. **Certificado de Depósito Bancário: Riscos e Vantagens para o Investidor**. Revista Virtual Direito Brasil.v7 - n2. 2013.

MORGADO, A. C., WAGNER, E. e ZANI, S. C. **Progressões e matemática financeira**. Rio de Janeiro, SBM. 2005.

RECEITA FEDERAL DO BRASIL. **Imposto Sobre a Renda da Pessoa Física: Perguntas e Respostas IRPF 2018**. Disponível em: <<http://idg.receita.fazenda.gov.br/interface/cidadao/irpf/2018/perguntao/perguntas-e-respostas-irpf-2018-v-1-0.pdf>>. Acesso em: 10 out. 2018.

ROSSETI, H. J., SCHMIGUEL J. **Matemática Financeira e os Parâmetros Curriculares Nacionais**. 2011. XIII CIAEM - Conferência Interamericana de Educação Matemática. Recife, Brasil.

SAITO, A. T. **Uma contribuição ao desenvolvimento da educação em finanças pessoais no Brasil**. 2007. 152 f. Dissertação (Mestrado) – Mestrado em Administração, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2007

SMOLE, K. C. S., DINIZ, M. I. de S. **Matemática: ensino médio: volume 1**. 2010.

SPC Brasil. **Indicadores Econômicos**. SPC e CNDL. 2017. Disponível em: <www.spcbrasil.org.br/wpimprensa/wp-content/uploads/2018/06/An%C3%A1lise-PF_maior_2018-1.pdf>. Acesso em out de 2018.