

**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA
E TECNOLOGIA DE SÃO PAULO - IFSP**
CAMPUS SÃO PAULO

RAFAEL VILHENA DE FARIAS

**Modelagem e controle de um quadrotor utilizando controlador
*fuzzy***

São Paulo

2015

**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA
E TECNOLOGIA DE SÃO PAULO - IFSP**
CAMPUS SÃO PAULO

RAFAEL VILHENA DE FARIAS

**Modelagem e controle de um quadrotor utilizando controlador
*fuzzy***

Dissertação apresentado ao programa de
mestrado profissional em automação e controle
de processos como requisito parcial para a obtenção
do título de Mestre em automação e controle.

Orientador: Alexandre Simião Caporali

São Paulo

2015

Dedicatória

Dedico este mestrado a minha mãe
Eliana Vilhena Policastro de Farias
pelo constante apoio durante toda a minha
vida e por sempre acreditar em mim.

AGRADECIMENTOS

Ao Ser Supremo, pela perfeição da vida e a sua misericórdia.

A minha família pela paciência, apoio e incentivo. Não ha palavras para descrever e não existe nada neste mundo que retribua tudo o que fizeram e fazem por mim.

Ao meu orientador pela compreensão, apoio e incentivo. Os conselhos e motivação foram fundamentais para este trabalho.

Aos professores Wanderson, Alexandre e Paulo pela contribuição direta ao trabalho, com comentários e ideias construtivas.

Aos meus amigos de graduação Edgar, Eduardo, Joao, Renan, Sherikan e Thiago pela amizade. Hoje reconheço em vocês mais do que amigos, irmãos.

Ao programa de Mestrado Profissional do Instituto Federal de São Paulo pela iniciativa do curso pensando na classe de profissionais que buscam o desenvolvimento científico.

Modelagem e controle de um quadrotor utilizando controlador *fuzzy*

Resumo

Esta dissertação tem por objetivo a modelagem matemática e o controle de um VANT (veículo aéreo não tripulado) de quatro hélices conhecido como quadrotor. Para isto o enfoque consiste no controle da inclinação utilizando um controlador *fuzzy* devido a imprecisões inerentes do modelo, focando no controle de sua inclinação. A modelagem matemática é feita para o corpo do quadrotor, separada entre modelagem estática, dinâmica e integrando ambas posteriormente. Para os propulsores, componentes responsáveis por manter o quadrotor em voo, é proposta a identificação do sistema com base em ensaios de entrada-saída, verificando o tempo de resposta dos motores e a relação indireta entre tensão aplicada e empuxo gerado. São efetuadas simulações em torno da estabilidade do sistema e comprovada a possibilidade da utilização de um controlador *fuzzy* para estabilizar o sistema. Finalmente, são utilizados um acelerômetro e um giroscópio tri axial para construção de um modelo para testes práticos, verificando a dificuldade na utilização destes quando o quadrotor tem seus propulsores ligados devido à vibração, desenvolvido sistema de fusão de sensores utilizando algoritmo com filtro de Kalman efetuando a fusão entre os sinais gerados pelos sensores inerciais e constatando o bom comportamento do filtro proposto.

Palavras-chave: *Fuzzy*, quadrotor, controle não linear, modelagem matemática, filtro de Kalman, VANT.

Modelling and control of a quadcopter using *fuzzy* controller

Abstract

This thesis aims to mathematical modeling and control of a UAV (unmanned aerial vehicle) composed by four propellers known as quadrotor. For this the approach is to control the tilt using a fuzzy controller due to the imprecisions inherent of the model, focusing on control of its inclination. Mathematical modeling is made for body quadrotor, separate from static modeling, dynamic and integrating both later. For the propellers, components responsible for maintaining the quadrotor in flight, it is proposed system identification based on input-output tests, checking the response time of the motor and the indirect relation between applied voltage and generated thrust. Simulations are performed around system stability and demonstrated the possibility of using a fuzzy controller to stabilize the system. Finally, it's used an tri axial accelerometer and gyroscope to build a model for practice tests, checking the difficulty in using these when the quadrotor has linked its thrusters due to vibration, and for this is developed a sensor fusion system using Kalman algorithm effecting the merger between the signals generated by the inertial sensors and noting the good performance of the proposed filter.

Keywords: *Fuzzy, quadrotor, nonlinear control, mathematical modeling, Kalman filter, UAV.*

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – VANT com proteção para hélices	1
Figura 2 – Projeto Carcará.....	2
Figura 3 – ARDRONE®	3
Figura 4 – Quadrotor construído por Dr. George de Bothezat	5
Figura 5 – Sistema de ensaios para um quadrotor	8
Figura 6 – Diagrama esquemático do quadrotor	14
Figura 7 – Diagrama geral do funcionamento do quadrotor	15
Figura 8 – Relação entre índice de modulação e propulsão dos motores.....	17
Figura 9 – Relação entre o índice de modulação e o consumo de corrente.....	18
Figura 10 – Tempo de resposta do motor	19
Figura 11 – Representação do sistema de coordenadas do quadrotor, vista frontal.....	21
Figura 12 – Representação do sistema de coordenadas do quadrotor, vista superior.	21
Figura 13 – Motor utilizado no quadrotor	39
Figura 14 – Hélice modelo ST1038.....	39
Figura 15 – Modelo de um ESC	41
Figura 16 – MPU6050	42
Figura 17 – NI myRIO®	42
Figura 18 – Integração dos componentes do sistema	43
Figura 19 – Verificação da modulação do sinal do receptor do rádio	45
Figura 20 – Trecho de programação para tratamento dos sinais de rádio	46
Figura 21 – Erro na medição da inclinação através do acelerômetro	48
Figura 22 – Medição do ângulo do quadrotor no repouso com motores ligados	49
Figura 23 – Implementação do filtro de Kalman no programa LabVIEW®.....	54
Figura 24 – Teste do filtro de Kalman com os motores ligados.....	55
Figura 25- Malha de controle do sistema	57

Figura 26 – Esquema de controle de inclinação	58
Figura 27 – Inclinação do ângulo de controle (radianos)	58
Figura 28 – Velocidade da inclinação do ângulo de controle graus	59
Figura 29 – Sinal de saída do controlador (índice de modulação PWM).....	59
Figura 30 – Superfície de controle	62
Figura 31 – Painel Principal do programa de Teste desenvolvido	64
Figura 32 – Simulação do quadrotor quando submetido a distúrbios em um único eixo (experiência 1).	65
Figura 33 – Sinal de controle durante teste com distúrbios (experiência 1).....	65
Figura 34 – Curva de decolagem e pouso do quadrotor (experiência 1).	66
Figura 35 – Simulação do quadrotor quando submetido a distúrbios em um único eixo (experiência 2).	66
Figura 36 – Sinal de controle durante teste com distúrbios (experiência 2).....	67
Figura 37 – Simulação do quadrotor quando submetido a distúrbios em um único eixo (experiência 3).	68
Figura 38 – Sinal de controle durante teste com distúrbios (experiência 2).....	68
Figura 39 – Quadrotor construído para testes.....	69
Figura 40 – Ensaio experimental do quadrotor (experiência 1)	70
Figura 41 – Ensaio experimental do quadrotor (experiência 2)	70
Figura 42 – Sinal de controle enviado ao quadrotor (experiência 1).....	71
Figura 43 – Sinal de controle enviado ao quadrotor (experiência 2).....	72
Figura 44 – Circuito de teste do motor	78
Figura 45 – Relação entre índice de modulação e propulsão dos motores.....	79
Figura 46 – Relação entre o índice de modulação e o consumo de corrente.....	80
Figura 47 – Resposta do motor a um degrau unitário.....	81
Figura 48 – Parte Principal do programa de ensaios em LabVIEW®.....	82
Figura 49 - LabVIEW® Bloco da cinemática	83

Figura 50 - LabVIEW® Bloco da dinâmica.....	84
Figura 51 - LabVIEW® Sistema de Controle <i>Real Time</i>	85

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Técnica de controle utilizada em projetos	6
Tabela 2 – Fuzzyficação da entrada inclinação angular (radianos).....	60
Tabela 3 – Fuzzyficação da entrada velocidade angular (graus/s)	60
Tabela 4 – Variável de saída do sistema (índice de modulação).....	61
Tabela 5 – Regras do controlador <i>fuzzy</i>	61
Tabela 6 – Características do quadrotor construído	69

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

Sigla	Significado
CM	Centro de Massa
CMAC	<i>Cerebellar Model Arithmetic Computer</i>
DC	<i>Direct Current</i>
ESC	<i>Electronic Speed Controller</i>
GPS	<i>Global Positioning System</i>
IB	<i>Integral Backstepping</i>
IMU	<i>Inertial Measurement Unit</i>
I ² C	<i>Inter Integrated Circuit</i>
IR	<i>Infra Red</i>
LiPo	Lítio-Polímero
LP	<i>Linear in Parameters</i>
LQ	<i>Linear Quadratic</i>
LQR	<i>Linear Quadratic Regulators</i>
MIMO	<i>Multiple inputs multiple outputs</i>

Sigla	Significado
PD	Proporcional Derivativo
PID	Proporcional, Integral e Derivativo
PWM	Pulse Width Modulation
SLAM	Simultaneous Location and Mapping
UAV	<i>Unmanned Air Vehicle</i>
Un	Unidades
UM	Unidade de Medida
VANT	Veículo Aéreo Não Tripulado

LISTA DE SÍMBOLOS

PARAMETRO	SIGNIFICADO	UM
F_{Z_i}	Força de empuxo gerada pelo motor $\{i\}$	N
m	Massa	Kg
A_t	Somatória do índice $\{A\}$	-
g	Aceleração da gravidade	$\frac{m}{s^2}$
τ_z	Torque reativo gerado no eixo “z”	N. m
A_R	Rotação do sistema de coordenadas $\{B\}$ em relação à $\{A\}$	-
${}^A\vec{V}_B$	Velocidade linear do sistema de coordenadas $\{B\}$ em relação à $\{A\}$	$\frac{m}{s}$
${}^A\dot{\vec{V}}_B$	Aceleração linear do sistema de coordenadas $\{B\}$ em relação à $\{A\}$	$\frac{m}{s^2}$
${}^A\vec{\Omega}_B$	Velocidade angular do sistema de coordenadas $\{B\}$ em relação à $\{A\}$	$\frac{m}{s}$
${}^A\dot{\vec{\Omega}}_B$	Aceleração angular do sistema de coordenadas $\{B\}$ em relação à $\{A\}$	$\frac{m}{s^2}$
$\vec{V}_B$	Velocidade linear do sistema de coordenadas $\{B\}$ em relação à $\{0\}$	$\frac{m}{s}$
$\dot{\vec{V}}_B$	Aceleração linear do sistema de coordenadas $\{B\}$ em relação à $\{0\}$	$\frac{m}{s^2}$
${}^A\vec{\omega}_B$	Velocidade angular do sistema de coordenadas $\{B\}$ em relação à $\{0\}$	$\frac{m}{s}$
${}^A\dot{\vec{\omega}}_B$	Aceleração angular do sistema de coordenadas $\{B\}$ em relação à $\{0\}$	$\frac{m}{s^2}$
$\{A\}$	Sistema de coordenadas $\{A\}$	-
A_P	Posição do sistema de coordenadas $\{B\}$ em relação à $\{A\}$	m

LISTA DE SÍMBOLOS

PARAMETRO	SIGNIFICADO	UM
$A_{\vec{I}_B}$	Momento de inércia do sistema de coordenadas {B} em relação à {A}	Kg m ²
$A_{\tilde{I}_B}$	Tensor de inércia do sistema de coordenadas {B} em relação à {A}	Kg m ²
C_i	Centro de massa de {i}	m
dadosGiro	Dados obtidos na leitura dos sinais do giroscópio	$\frac{\text{graus}}{\text{s}}$ bit
dadosAcelerometro	Dados obtidos na leitura dos sinais do giroscópio	$\frac{\text{g}}{\text{bit}}$
M_{x_k}	Matriz de estados no momento {k}	-
θ	Dado de entrada do filtro de Kalman (inclinação de eixo)	graus
$\dot{\theta}_b$	Velocidade angular de entrada do filtro de Kalman	$\frac{\text{graus}}{\text{s}}$
θ_{Kalman}	Inclinação de saída do filtro de Kalman	graus
$\dot{\theta}_{\text{Kalman}_b}$	Velocidade angular de saída do filtro de Kalman	$\frac{\text{graus}}{\text{s}}$
MF	Matriz de transição	-
u_k	Entrada de controle	-
MB	Matriz do modelo da entrada de controle	-
w_k	Ruído do processo	-
MQ_k	Matriz de covariância do ruído do processo	-
z_k	Variável observada	-
MH	Matriz de observação	-

LISTA DE SÍMBOLOS

PARAMETRO	SIGNIFICADO	UM
v_k	Ruído de medição	-
R	Covariância	-
MP	Matriz de covariância	-
y_k	Taxa de inovação	-
K	Ganho de Kalman	-

SUMÁRIO

1	<u>INTRODUÇÃO</u>	1
1.1	JUSTIFICATIVAS	1
1.2	OBJETIVO GERAL	3
1.3	OBJETIVO ESPECÍFICO	3
1.4	ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO	4
2	<u>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</u>	5
2.1	QUADROTORES	5
2.2	CONTROLADORES <i>FUZZY</i>	11
3	<u>MODELAGEM MATEMÁTICA DO QUADROTOR</u>	13
3.1	APRESENTAÇÃO GERAL DO SISTEMA	13
3.2	MODELAGEM DO CONJUNTO PROPULSOR	16
3.3	MODELAGEM DO CORPO	20
3.3.1	<i>Cinemática do corpo</i>	20
3.3.2	<i>Dinâmica do Corpo</i>	26
3.3.3	<i>Combinação da Cinemática e da Dinâmica</i>	35
4	<u>MATERIAIS E MÉTODOS</u>	38
4.1	SISTEMA	38
4.1.1	<i>Conjunto Propulsor</i>	38
4.1.2	<i>Bateria</i>	40
4.1.3	<i>ESC</i>	40
4.1.4	<i>Circuito de Transmissão e Recepção</i>	41
4.1.5	<i>Sensoriamento</i>	41
4.1.6	<i>Placa Controladora</i>	42
4.1.7	<i>Integração</i>	43
4.2	SISTEMA DE CONTROLE	44
4.2.1	<i>Tratamento dos sinais de Rádio</i>	45
4.2.2	<i>Aquisição dos sinais da IMU</i>	47
4.2.3	<i>Tratamento dos sinais da IMU</i>	49
4.3	CONTROLADOR <i>FUZZY</i>	55
4.3.1	<i>Algoritmo de controle</i>	56
5	<u>RESULTADOS</u>	64
5.1	SIMULAÇÕES DO SISTEMA	64
5.1	TESTE PRÁTICO	69

6	CONCLUSÃO	73
6.1	TRABALHOS FUTUROS	73
7	REFERÊNCIAS BIBLIOGRAFICAS	74
	APÊNDICE 1 – RELATÓRIOS DE ENSAIOS	78
A1.1	PROPULSOR	78
	APÊNDICE 2 – ESTRUTURA DE PROGRAMAÇÃO DESENVOLVIDA EM LABVIEW	82
A2.1	SIMULAÇÃO - DIAGRAMA PRINCIPAL	82
A2.2	SIMULAÇÃO - BLOCO DE POSIÇÃO	83
A2.3	SIMULAÇÃO - BLOCO DE ORIENTAÇÃO	84
A2.4	SISTEMA DE CONTROLE – DIAGRAMA PRINCIPAL.....	85

1 INTRODUÇÃO

Os robôs são máquinas com algum tipo de lógica envolvida, e são utilizados normalmente na substituição de alguma atividade que seria executada por um ser humano. O uso destas máquinas é cada vez mais comum, quer seja em atividades de risco onde é desejada a retirada de seres humanos, até atividades como limpeza e monitoramento de ambientes. Dentre diversos outros tipos de máquinas, identifica-se neste cenário o quadrotor, que se trata de VANT com quatro propulsores, sendo capaz de voar. Um exemplo de VANT com quatro propulsores é apresentado na Figura 1.



Figura 1 – VANT com proteção para hélices
Fonte: www.ardrone2.parrot.com

1.1 Justificativas

Os UAV (*Unmanned Air Vehicle*) ou VANT (veículo aéreo não tripulado) são aeronaves não tripuladas desenvolvidas em todo o mundo, sendo utilizadas em aplicações com objetivo geral de não envolver a intervenção humana em atividades de risco. Como exemplo, citam-se as aeronaves de observação que percorrem fronteiras e limites de propriedades e também aeronaves com uso agrícola como pulverizadores de pesticidas,

Os tipos de VANT mais comuns são: aviões; helicópteros; planadores e aeromodelos multimotor (quantidade de motores maior que dois). O estudo deste tipo de projeto apresenta desafios em diversas áreas da engenharia como modelagem, controle e eletrônica. As aplicações deste tipo de projeto são vistas em diversas áreas, e para exemplificar são citados três áreas:

- Defesa: Pode ser verificada a grande utilização de VANT para patrulhamento e espionagem, como o projeto Carcará (Figura 2), que tem aplicações militares. Ampliando o tema, este tipo de projeto pode ser utilizado também para o monitoramento e inspeção ambiental;



Figura 2 – Projeto Carcará

Fonte: www.defesabr.com

- Propaganda e Marketing: A utilização de VANTs para geração de imagens com ângulos privilegiados é cada vez mais evidente. Nas transmissões televisivas, este tipo de prática pode ser vista em diversos eventos como transmissões esportivas e eventos em geral, o que proporciona uma maior imersão do telespectador e uma maior exposição de marcas;

- Entretenimento: Outro grande campo de utilização deste tipo de equipamento, a indústria de brinquedos se aproveita da popularidade que objetos voadores causam no público em geral para desenvolver brinquedos como o ARDRONE® (Figura 3).



Figura 3 – ARDRONE®
Fonte: ardrone2.parrot.com

1.2 Objetivo Geral

O quadrotor é um sistema com 6 graus de liberdade sujeito a diversos distúrbios, o que representa grande dificuldade de modelagem e controle deste tipo de sistema. O objetivo geral desta dissertação é o estudo de um quadrotor, desenvolvendo a sua modelagem mecânica e identificação de sistemas, até a proposta de um sistema de controle.

1.3 Objetivo Específico

Esta dissertação tem como objetivo específico a verificação de técnicas de controle *fuzzy* para controlar o quadrotor e adaptação do controle a eventuais distúrbios e imperfeições no sistema, como desbalanceamento de motores e rajadas de vento. É premissa deste trabalho a utilização somente de controladores *fuzzy* para controlar o quadrotor.

1.4 Organização do trabalho

Esta dissertação se divide nos seguintes capítulos:

- Capítulo 2: Revisão bibliográfica

Destina-se ao levantamento histórico dos grandes temas propostos neste trabalho, pesquisa de quadrotores e controladores *fuzzy*. São apresentados artigos em ordem cronológica de ambos os temas com o intuito de situar o leitor deste trabalho quanto à evolução das áreas de pesquisa envolvidas;

- Capítulo 3: Modelagem matemática do quadrotor

Destina-se a modelagem matemática do quadrotor, sendo dividido entre os componentes que compõe este projeto. Neste capítulo são apresentados o equacionamento matemático e os resultados obtidos de simulações, sendo que os testes para levantamento de parâmetros de cada componente são apresentados no Apêndice 1 – Relatórios de Ensaios;

- Capítulo 4: Materiais e métodos

Destina-se a explicação dos componentes do sistema do quadrotor e ao desenvolvimento do sistema de controle;

- Capítulo 5: Resultados

Destina-se a apresentação dos resultados obtidos com este trabalho;

- Capítulo 6: Conclusão

O trabalho é concluído, verificando a obtenção dos resultados e objetivos propostos e, com base nestes dados, faz a proposta para futuros estudos.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Esta revisão bibliográfica visa à apresentação cronológica dos estudos de quadrotores e controladores *fuzzy*. Estes dois assuntos possuem vasta pesquisa publicada, e serão citados e comentados a seguir alguns artigos que foram estudados e selecionados a fim de exemplificar a evolução dos temas abordados.

2.1 Quadrotores

A construção e o estudo de quadrotores é um assunto extensamente estudado pela humanidade, e tem seus primeiros relatos em 1920. Segundo Centrale-Histoire (2013), Étienne OEhmichen (*1884 - †1955) constrói o primeiro quadrotor que se tem notícia, e este é capaz de voar durante aproximadamente 7 minutos. O detalhe deste quadrotor é que, diferentemente dos que são construídos em grande maioria na atualidade, era capaz de carregar uma pessoa e tinha as dimensões próximas a de um helicóptero.

Na década de 20, segundo Siris Archives (2013), um quadrotor foi construído pelo Dr. George de Bothezat (*1882 - †1940) que em um teste de funcionamento com o seu quadrotor em 18/12/1922 ficou no ar durante 1 minuto e 42 segundos, com altura máxima de 6 pés.



Figura 4 – Quadrotor construído por Dr. George de Bothezat

Fonte: www.criticalpast.com

Ainda antes da segunda guerra mundial, existem diversos relatos sobre quadrotores, porém os estudos mais aprofundados são mais recentes. A Tabela 1 apresenta uma síntese de imagens de quadrotores de vários projetos e a técnica de controle utilizada.

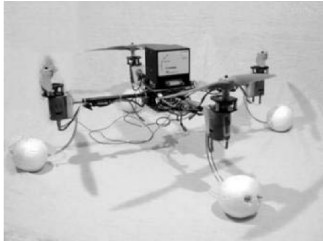
Projeto	Técnica de controle	Imagem do modelo
HMX-4, Pennsylvania State University, Altug <i>et al.</i> (2002)	Visual feedback	
X4-Flyer, FEIT, ANU, Pounds <i>et al.</i> (2002)	PI	
OS4, EPFL, 2006. Bouabdallah <i>et al.</i> (2007)	BackStepping	
Draganflyer X-PRO, Alborg University. Andersen <i>et al.</i> (2006)	LQR	
University of Calgary. Coza <i>et al.</i> (2011b)	Fuzzy adaptativo utilizando CMAC	
University of Ljubljana Matko <i>et al.</i> (2012)	LQR + PID	

Tabela 1 – Técnica de controle utilizada em projetos

Visando ampliar a análise do histórico de evolução recente do projeto de quadrotores, é feita uma análise mais aprofundada dos artigos recentes sobre o tema. Hamel *et al.* (2002) modelaram matematicamente a dinâmica de um quadrotor, desenvolvendo uma técnica de controle recursivo (*Backstepping Control*) para a estabilização do modelo matemático proposto. Este artigo é importante por ser uma das primeiras modelagens para este tipo de sistema, no entanto não são feitos testes experimentais para a validação do controlador proposto.

Atuando no controle de trajetória de quadrotores, Altug *et al.* (2002) apresentam um método com este propósito utilizando uma realimentação visual externa junto com sensores embarcados, e utiliza o método *Backstepping Control* para controlar os diversos estados do quadrotor, como pouso, decolagem e manobra. Este artigo representa um importante passo para o controle de planejamento de trajetória de quadrotores, e apresenta resultados práticos que mostram a possibilidade de controle de quadrotores.

Pounds *et al.* (2002) apresentam o desenvolvimento de um quadrotor, efetuando a modelagem dinâmica deste projeto. Este artigo apresenta alguns passos de identificação de sistemas como o motor elétrico e também alguns filtros utilizados para a aquisição dos dados de um giroscópio utilizado para a medição da velocidade angular, sendo esta pesquisa de grande importância para o projeto apresentado por esta dissertação.

Bouabdallah *et al.* (2004) apresentam uma classificação de aeronaves com relação a diversas características, e propõem uma modelagem matemática de um controlador moderno utilizando espaço dos estados. Um aspecto particular deste trabalho é o sistema de ensaios proposto, apresentado na Figura 5, que mostra um método de ensaios práticos do quadrotor utilizando uma plataforma fixa, o que torna o desenvolvimento do projeto mais rápido.

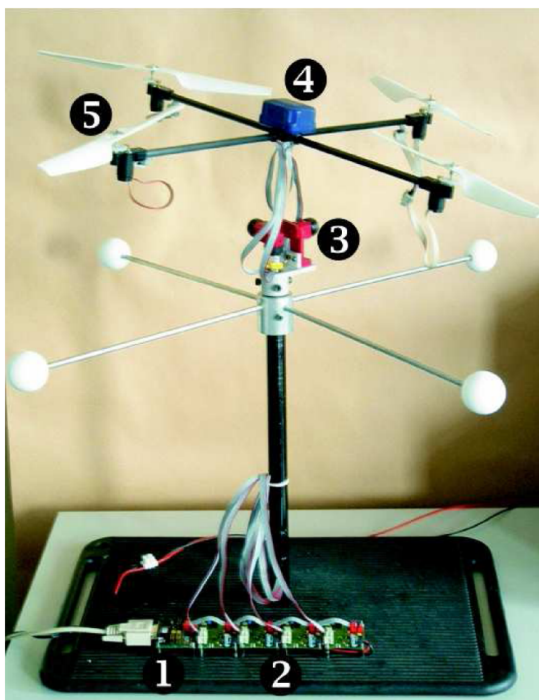


Figura 5 – Sistema de ensaios para um quadrotor

Fonte: Bouabdallah *et al* (2004)

Bouabdallah *et al.* (2004b) aplicam e comparam o desempenho entre duas técnicas de controladores para um quadrotor, sendo um controlador LQ (*Linear Quadratic*) com um controlador PID (Proporcional, Integral e Derivativo). Verifica-se a extensiva análise deste tipo de robô juntamente com a utilização de diversos controles, e a conclusão deste trabalho apresenta a vantagem da utilização do controle moderno (LQ) frente à utilização do controlador PID convencional, vantagem esta justificada segundo os autores pelas imperfeições na modelagem do quadrotor.

Andersen *et al.* (2006) apresentam uma modelagem completa de um quadrotor chamado Draganflyer X-PRO, contemplando a modelagem individual de cada parte dos atuadores (Motor, Caixa de Redução e Hélices), a modelagem dos sensores utilizados no quadrotor e propõe um controlador, posteriormente apresentando resultados práticos. Este trabalho tem particular relevância ao projeto apresentado por esta dissertação pela modelagem feita.

Bouabdallah e Siegwart (2007) apresentam o projeto OS4, um quadrotor com capacidade completa de decolagem, voo, movimentação e desvio de obstáculos. Segundo os autores, das diversas técnicas de controle estudadas por este artigo, a mais satisfatória foi a IB (*Integral Backstepping*) devido ao melhor acompanhamento de trajetória. Este artigo representa um importante passo no desenvolvimento de quadrotores, por ser o primeiro a apresentar capacidade de desvio de obstáculos. São também propostos trabalhos futuros com relação ao aprimoramento do sistema de visão para este equipamento, e segundo o apresentado pelos autores o projeto de controle de trajetória é concluído de forma satisfatória.

Macnab *et al.* (2007) desenvolvem o controle de um quadrotor utilizando a técnica CMAC (*Cerebellar Model Arithmetic Computer*) de aproximadores não lineares, comparando os resultados deste método de controle a um controlador LQR (*Linear Quadratic Regulators*) e um controlador LP (*Linear-in-Parameters*). Como resultado, os autores destacam o melhor desempenho do controlador CMAC quando comparado aos outros controladores devido à capacidade de adequação deste tipo de controlador a cargas e perturbações desconhecidas e também pelas suas características não lineares, porém deixam claro que a estabilidade autônoma completa deste tipo de máquina é ainda um desafio presente na área.

Arisoy *et al.* (2009) modelam a dinâmica de um quadrotor e comparam através de simulações quatro técnicas conhecidas de controle para este tipo de planta: PD (Proporcional Derivativo); Controle Inverso; Controlador *Backstepping* e Controlador *Sliding-Mode*. Como resultado, os autores ressaltam o melhor resultado do controlador *Sliding-Mode*, o que mostra a tendência de controles adaptativos não lineares como sendo os tipos de controle mais efetivos para este tipo de planta.

Altug e Tarhan (2011) desenvolvem o controle de pose de um quadrotor utilizando uma câmera catadióptrica em uma plataforma com capacidade de multiprocessamento. Os autores ressaltam que, para este tipo de controle baseado em imagens, devido ao processamento exigido é necessário um processador capaz de processar diferentes tarefas ao mesmo tempo. Segundo os autores, com base nas simulações apresentadas este tipo de controle serve como controle secundário para este sistema uma vez que os demais controladores desempenham melhor a função utilizando menor capacidade de processamento.

Purwin e D'Andrea (2011) desenvolvem e apresentam um algoritmo para controle de quadrotores capaz de levar o quadrotor de um estado dinâmico a outro de forma mais eficiente com o objetivo de aumentar a capacidade do quadrotor de desenvolver manobras. O artigo

apresenta também o estudo de algoritmos não lineares para aperfeiçoar controles de quadrotores e faz parte de uma série de artigos gerados por estudiosos deste assunto.

Coza *et al.* (2011) propõem uma nova solução que emprega diversas técnicas de controle não lineares (CMAC, *e-modification*, *fuzzy* adaptativo) para o controle de um quadrotor exposto a distúrbios senoidais, simulando uma situação real de operação. Segundo os autores, experimentalmente é possível observar que nenhuma das técnicas de controle propostas até então é capaz de controlar adequadamente o quadrotor, porém a nova técnica que é proposta consegue reduzir os problemas verificados nos quadrotores quando impostos a situações de distúrbio, como vento em ambiente aberto.

Matko *et al.* (2012) apresentam o controle de um quadrotor para ambientes fechados, utilizando um processador embarcado e IMU's (*Inertial Measurement Unit*) para o controle de estabilidade. Para o controle de posicionamento é utilizada a técnica SLAM (*Simultaneous Location and Mapping*), sendo as imagens transmitidas através de transmissores sem fio a um computador, processadas pelo computador e retransmitidas para o quadrotor com comandos de controle. Segundo os autores, com a implementação de um filtro de Kalman com efeito preditivo, os atrasos e perdas de comunicação do sistema proposto não afetam a estabilidade da planta. Apesar da falta de testes com desvio de obstáculos, os autores concluem que o sistema proposto tem desempenho satisfatório para navegação.

Alexis *et al.* (2012) modelam a dinâmica de um quadrotor, e desenvolvem um controlador preditivo de modelo comutável para a planta considerando situações onde ocorre a presença de distúrbios externos como o vento, por exemplo. Ensaios são realizados utilizando um quadrotor comercial modificado, e segundo os autores a proposta de controle apresenta bom desempenho em termos de rejeição de distúrbios.

2.2 Controladores *fuzzy*

Existe extensa pesquisa sobre lógica *fuzzy*, e em uma busca de material relevante sobre o tema na base de dados *Web of Knowledge* utilizando a palavra-chave “*Fuzzy*” na data de 30/08/2013 foram encontrados mais de 173.000 resultados, o que mostra que o tópico é citado extensivamente em diversas pesquisas.

Historicamente o tema se inicia nos estudos do iraniano Zadeh, publicando o artigo *Fuzzy Sets* (Zadeh, 1965), onde são apresentadas as primeiras conceituações referentes ao tema como funções de pertinência, sendo que a grande motivação da época para o desenvolvimento de lógica *Fuzzy* é a identificação de padrões. A partir da publicação deste artigo, é iniciada a pesquisa referente a este tema, utilizando-se a expressão *fuzzy*.

Goguem (1967), como o próprio autor define, explora os fundamentos, generaliza e continua os estudos de *Fuzzy* publicados por Zadeh. O autor conceitua pela primeira vez o termo “Fuzzificação”, apresentando metodologicamente como se aplicar este processo.

O crescimento dos estudos nesta área continua com as pesquisas de Chang (1968), que fundamenta os espaços topológicos na teoria da lógica *fuzzy*, pelo próprio idealizador, Zadeh (1968), que traz alguns conceitos de probabilidade ao tema, com o intuito de mostrar a possibilidade de maior generalização.

Até o momento recapitulado, o tema de lógica *fuzzy* ainda se apresentava totalmente no campo matemático. Marinos (1969) apresenta um estudo sobre a implementação da lógica *fuzzy* através de um circuito eletrônico. Este é um grande passo para a transição do assunto do campo teórico para o prático, por mostrar a possibilidade do desenvolvimento efetivo de um atuador que obedeça a lógica *Fuzzy*.

Bellman e Zadeh (1970) desenvolvem matematicamente a metodologia de tomada de decisões em processos de lógica *fuzzy*. O equacionamento deste ponto é de grande importância quando na utilização da lógica *fuzzy* para processos de controle de plantas diversas.

Chang e Zadeh (1972) apresentam diversas possibilidades de tratamento de relações para lógica *fuzzy*, mostrando a possibilidade teórica do controle de um processo utilizando este tipo de abordagem.

Mamdani (1974) apresenta uma das primeiras publicações referentes à aplicação prática do sistema *fuzzy* para controle. Em seu estudo, Mamdani aplica os conceitos de lógica

fuzzy para o controle de um modelo de motor a vapor, discorrendo sobre as vantagens da aplicação deste método de controle frente aos métodos clássicos da época, sendo que dentre estas vantagens ele cita a aplicação do método para plantas com difícil modelagem dinâmica. O trabalho apresentado neste artigo se torna posteriormente o que se tem como método Mamdani para aplicação de lógica *fuzzy*.

A partir do estudo de Mamdani começam a surgir aplicações práticas de controladores *fuzzy*. Em 1977, King e Mamdani (1977) efetuam o controle de temperatura de um tanque agitador. Este artigo conclui que é possível controlar plantas consideradas complexas utilizando controladores *fuzzy*, e ressalta que para se valer deste tipo de técnica é necessário que o projetista do controlador tenha bom conhecimento do processo no momento da formulação das regras a serem utilizadas pelo controlador.

Takagi e Sugeno (1985) sugerem uma nova ferramenta matemática para o desenvolvimento de um sistema *fuzzy*, e também apresentam um algoritmo de identificação. O conteúdo apresentado neste artigo serve como base posteriormente ao que se utiliza recentemente como método Takagi-Sugeno de *defuzzificação* de controladores *Fuzzy*.

Srivastava *et al.* (2010) projetam um controlador “neurofuzzy”, que é uma aplicação que reúne lógica *fuzzy* com redes neurais, para efetuar previsões meteorológicas. O método utiliza a fusão de duas análises meteorológicas complementares para a tomada de decisão no método *fuzzy*, e conclui uma melhor precisão do método *neurofuzzy* perante aos métodos que utilizam somente redes neurais ou lógica *fuzzy*.

Controladores *Fuzzy* tem também participação evidenciada no controle de VANTs. São exemplos os trabalhos de Gomes e Jamshidi (2011), Rabhi *et al.* (2011), Olivares-Mendez *et al.* (2012), onde todos propõem controladores utilizando lógica *Fuzzy* para VANTs, atuando em pontos como controle de posicionamento e desvio de obstáculos. A proposta desta dissertação tem grande similaridade com estes trabalhos, sendo que o enfoque deste trabalho difere dos demais por utilizar como VANT um quadrotor e utilizar a lógica *fuzzy* no controle primário de estabilidade do quadrotor e não como controle secundário, de forma a comprovar o bom desempenho deste controlador para quadrotores.

3 MODELAGEM MATEMÁTICA DO QUADROTOR

A modelagem matemática é parte fundamental da análise do comportamento de um quadrotor, e será base para o projeto do controlador. Este capítulo descreve esta modelagem matemática do sistema proposto, e será dividido da seguinte forma:

- Apresentação geral do sistema;
- Modelagem do motor;
- Modelagem do rotor;
- Modelagem do corpo;
- Modelo completo do quadrotor;
- Verificação do sistema.

3.1 Apresentação geral do sistema

Atualmente, VANTs são construídos para vários propósitos e de diversas formas. O intuito da fabricação destes veículos com quatro rotores tem por objetivo simplificações quanto a algumas reações mecânicas, que serão explicadas adiante. A Figura 6 apresenta um diagrama esquemático proposto para o quadrotor, descrevendo uma ideia do comportamento do modelo quando à sua dinâmica.

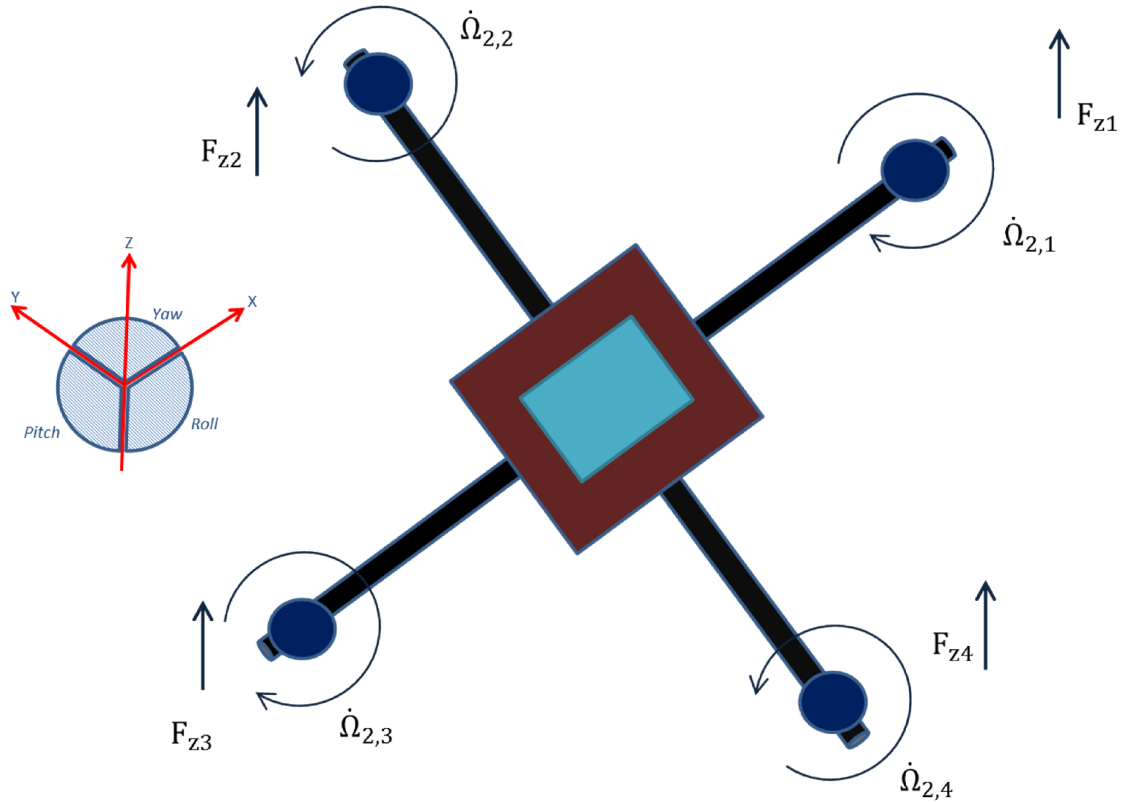


Figura 6 – Diagrama esquemático do quadrotor

- Onde:
- $F_{z[j]}$ – Força de empuxo exercida pelo motor $[j]$;
 - $\dot{\Omega}_{2,[j]}$ – Aceleração angular exercida pelo motor $[j]$.
 - Roll* – Ângulo formado entre o eixo de coordenadas X e Z;
 - Pitch* – Ângulo formado entre o eixo de coordenadas Y e Z;
 - Yaw* – Ângulo formado entre o eixo de coordenadas X e Y;

Adiante é explicado o sistema de coordenadas do quadrotor, onde são esclarecidas as nomenclaturas utilizadas. Com esta configuração, verifica-se a princípio a possibilidade das seguintes condições:

Estabilidade dinâmica: Quando fora do repouso, o quadrotor encontra-se estável quando:

$$F_{z1} = F_{z2} = F_{z3} = F_{z4} = \frac{1}{4} m_{\text{tot}} * g \quad (3.1)$$

Movimento em uma direção: Fora do repouso, o quadrotor movimenta-se em uma determinada direção quando:

$$F_{z1} = F_{z3} \quad F_{z2} = F_{z4} \quad F_{z1} \neq F_{z2} ; F_{z1} + F_{z2} + F_{z3} + F_{z4} = m_t \cdot g \quad (3.2)$$

Rotação em torno do eixo Z: Quando fora do repouso, o quadrotor rotacional em torno do seu eixo Z devido ao torque reativo (Close *et al.*, 2001) quando:

$$\dot{\Omega}_{2,1} = \dot{\Omega}_{2,3} \quad \dot{\Omega}_{2,2} = \dot{\Omega}_{2,4} \quad \dot{\Omega}_{2,1} \neq \dot{\Omega}_{2,2} \quad (3.3)$$

Onde: m_{tot} – Massa total do quadrotor;

g – Aceleração da gravidade.

O quadrotor é controlado a partir da utilização de quatro conjuntos propulsores, que são compostos por um motor DC sem escovas e um rotor. O diagrama de blocos do sistema é apresentado na Figura 7.

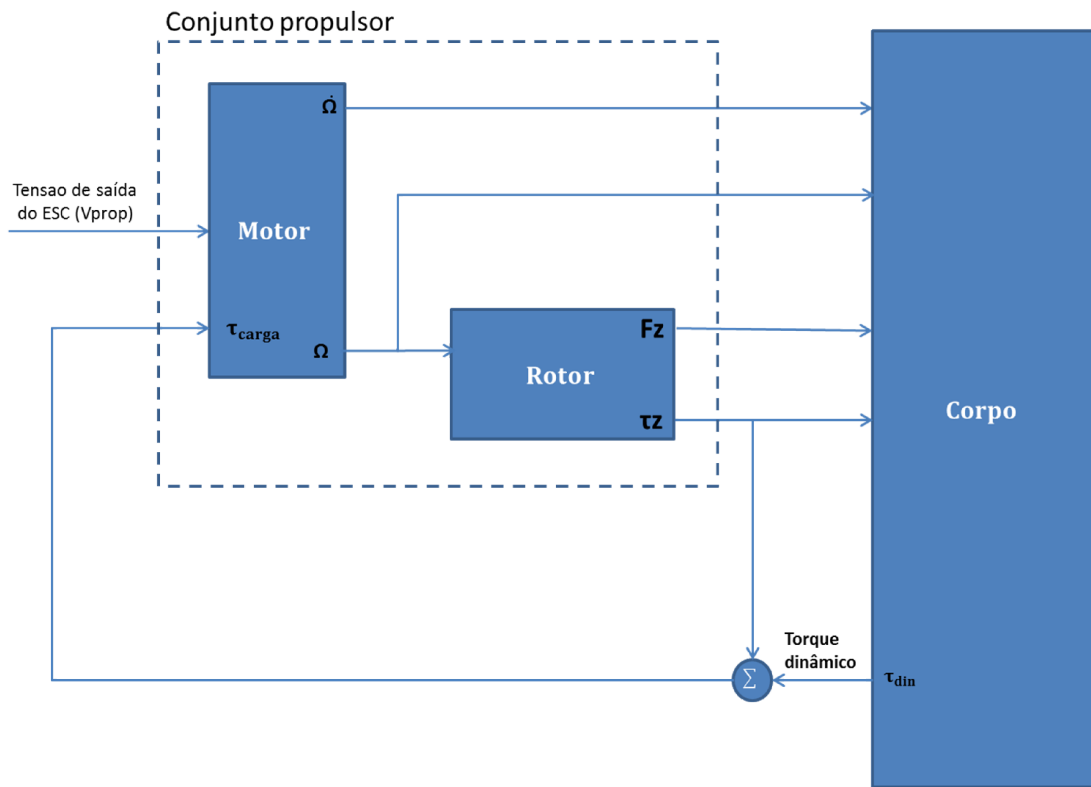


Figura 7 – Diagrama geral do funcionamento do quadrotor

Onde: τ_z – Torque reativo gerado no eixo z.

Os parâmetros genéricos apresentados neste e nos demais diagramas de blocos serão discutidos mais a fundo durante o desenvolvimento das equações pertinentes, e as questões referentes à funcionalidade do sistema são apresentadas no Capítulo 4.

Verifica-se que a única entrada controlável do sistema são as tensões nos motores, e são saídas deste sistema a posição espacial e a atitude. Sendo assim, o controle do sistema, a partir de uma posição e atitude desejadas, atuará na planta por meio da variação da tensão entregue aos quatro motores do quadrotor. Assim, verifica-se a existência de 2 subsistemas distintos que podem ser divididos em:

- a) O conjunto propulsor, composto de quatro motores e quatro hélices;
- b) O corpo, o sistema inercial que responde aos estímulos gerados pelos outros componentes, e que é efetivamente o que se deseja controlar; o corpo é composto por todos os componentes do quadrotor, e será detalhado adiante nesta dissertação.

As entradas do conjunto propulsor são as tensões de alimentação dos motores e o resultado dos torques de carga e os torques de carga ($\tau_{din} + \tau_z$), os quais são resultados da inércia dos rotores ao submeter os motores a uma aceleração, consequência do arraste dos rotores e do torque reativo gerado pelo corpo do quadrotor. As saídas deste conjunto ao sistema são a aceleração angular ($\dot{\Omega}$) e a velocidade angular do rotor (Ω).

O corpo tem como entradas as saídas do propulsor a força de sustentação e o torque de arraste provenientes do rotor. Suas saídas, além dos objetivos de controle posição e atitude, são também as velocidades angular e linear espacial do sistema, bem como as acelerações angular e linear.

Para o desenvolvimento da modelagem dos componentes do sistema são realizados ensaios em laboratório de componentes reais a fim de levantar parâmetros consistentes. A descrição dos componentes ensaiados bem como os detalhes dos ensaios efetuados encontram-se no Apêndice 1.

A seguir, é apresentada a modelagem de cada componente do sistema do quadrotor.

3.2 Modelagem do conjunto propulsor

Os estudos são iniciados pelo conjunto responsável pela geração de empuxo do quadrotor, sendo estes o motor com a hélice acoplada. Para tanto o método de identificação de sistema é proposto.

O conjunto é ensaiado a partir do índice de modulação PWM (*pulse width modulation*), e as características desejadas para a sua modelagem são monitoradas. A apresentação detalhada dos ensaios está presente no Apêndice 1, e a explanação do

funcionamento do sistema é apresentada no Capítulo 4. A Figura 8 apresenta o primeiro ensaio feito, a relação entre o sinal de controle de entrada do acionador do motor e o empuxo gerado.

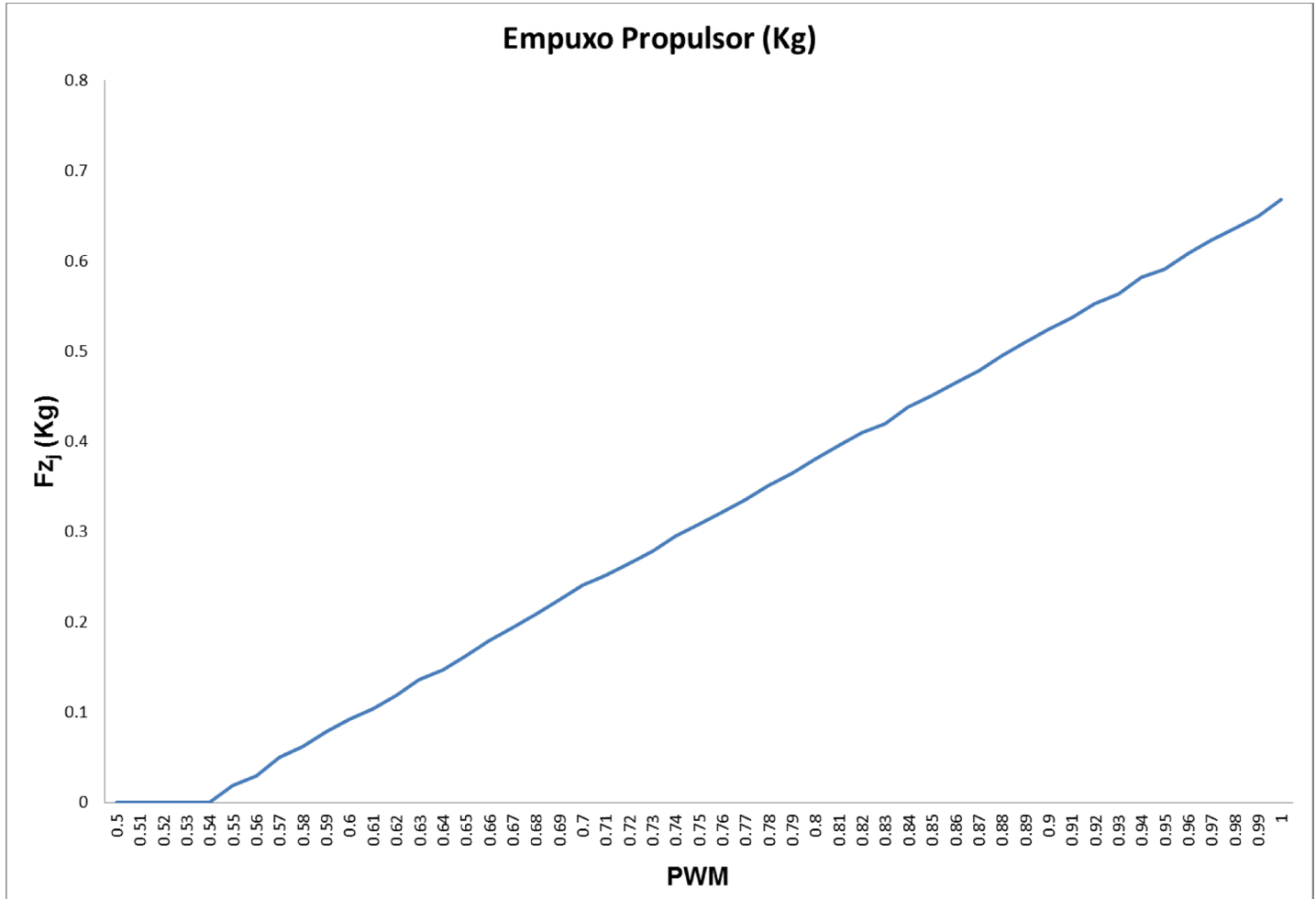


Figura 8 – Relação entre índice de modulação e propulsão dos motores

Verifica-se uma linearidade na relação entre o índice de modulação do sinal de entrada do ESC (*Electronic Speed Controller*) e a propulsão gerada pelo conjunto. Através deste gráfico é verificado também que o empuxo máximo gerado em cada motor é de 0,56Kg. É desejado também a verificação da corrente consumida por conjunto, e assim este parâmetro é monitorado. A Figura 9 apresenta o resultado do teste utilizado para a verificação deste ponto.

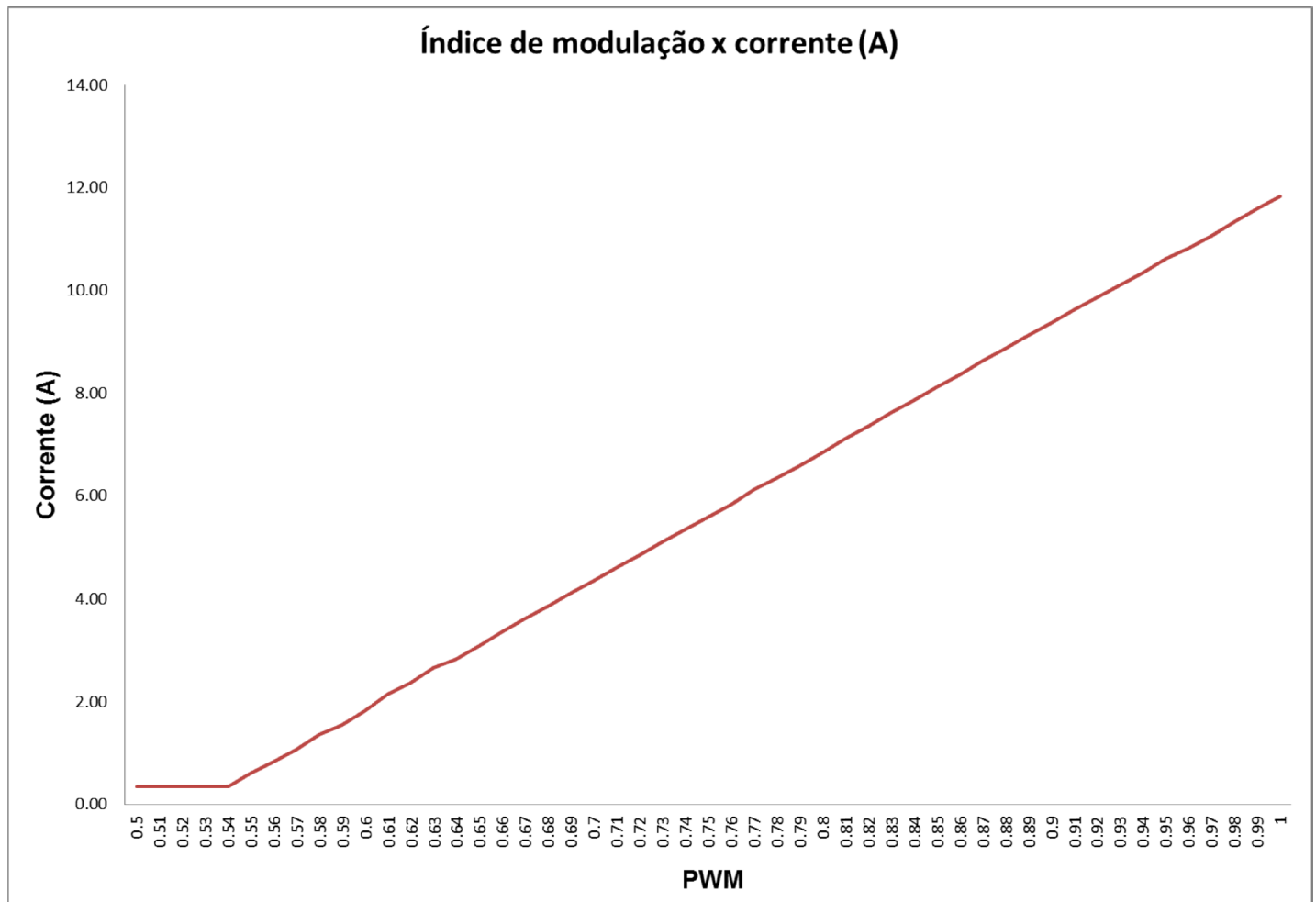


Figura 9 – Relação entre o índice de modulação e o consumo de corrente

Verifica-se que no caso mais extremo, quando o índice de modulação atinge 100%, que a corrente de consumo é de 11,83A. Este parâmetro será utilizado para a escolha de alguns componentes do sistema, conforme será visto adiante.

Um dos parâmetros de suma importância à capacidade do motor em controlar o quadrotor é o seu tempo de resposta, que consiste no o atraso entre o envio de um comando ao motor e sua efetiva atuação. A Figura 10 apresenta o ensaio feito para o levantamento deste parâmetro.

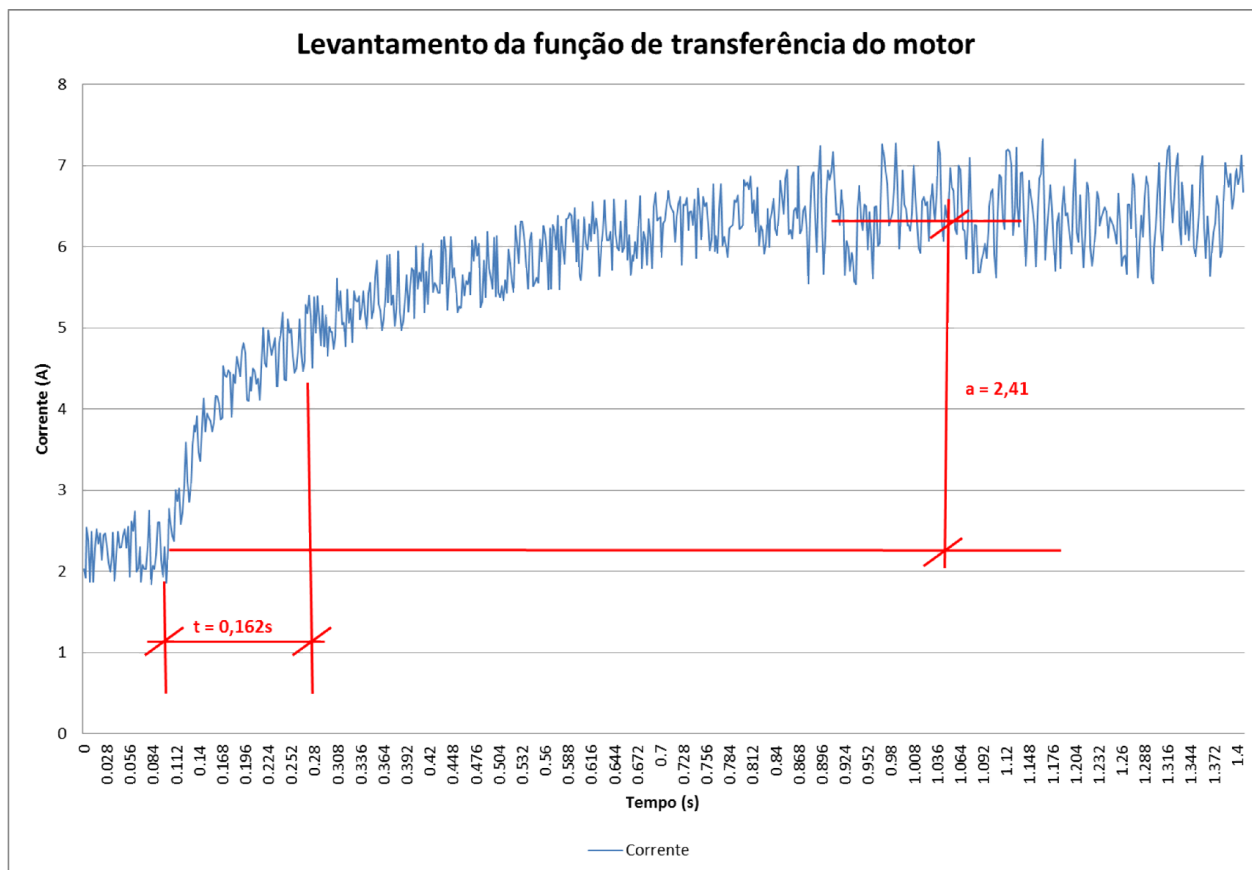


Figura 10 – Tempo de resposta do motor

Verifica-se que o tempo de resposta do motor é de 0,162s. Serão feitas simulações após a modelagem completa do sistema, verificando a capacidade ou não de controle do quadrotor com os componentes selecionados.

3.3 Modelagem do corpo

A modelagem matemática do quadrotor é feita tomando como base o trabalho apresentado por Andersen *et al.* (2006). A identificação dos símbolos apresentados nas equações pode ser verificada na lista de parâmetros, situado no início desta dissertação.

O quadrotor é composto por diversas partes móveis, e pode ser dividido em duas partes principais:

- Propulsores, onde cada um rotaciona com velocidade e aceleração diferentes, afetando a dinâmica do quadrotor;
- Base, componente de grande contribuição à dinâmica do modelo por possuir a maior parte da massa do modelo e está localizada no centro de todas as forças de sustentação geradas pelo quadrotor.

Para a modelagem mecânica, existem dois caminhos conhecidos a serem seguidos, sendo que o sistema pode ser modelado através da mecânica clássica Newtoniana, que tem como base a análise das forças e momentos atuantes no sistema, e pela mecânica Lagrangiana, que utiliza o princípio da somatória e conservação de energia. Seguindo o adotado pelo trabalho utilizado como base para a modelagem do corpo, será utilizada a mecânica Newtoniana.

3.3.1 Cinemática do corpo

Conforme o desmembramento do quadrotor descrito no item anterior (propulsores e base) é adotado um sistema de coordenadas que será aplicado para cada um dos 4 motores, um para o centro de operação do modelo e um para a origem. É adotado o centro de operação do modelo na posição do centro de massa, o que simplifica os cálculos físicos vistos adiante.

O sistema de coordenadas universal é adotado como $\{0\}$. Este sistema de coordenadas poderá ser localizado livremente no espaço, porém é necessário como referência para descrever a posição espacial do quadrotor. Para descrever a orientação do quadrotor, será adotado um sistema de coordenadas $\{1\}$, localizado exatamente no centro de massa do modelo. A Figura 12 e Figura 12 representam o sistema de coordenadas adotado.

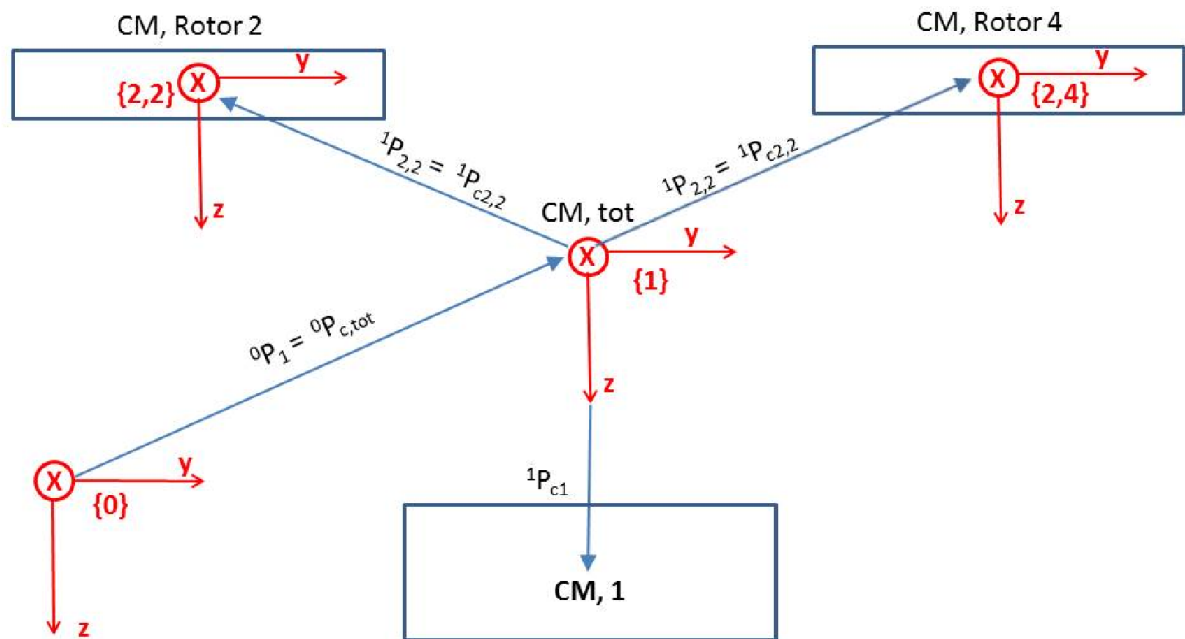


Figura 11 – Representação do sistema de coordenadas do quadrotor, vista frontal

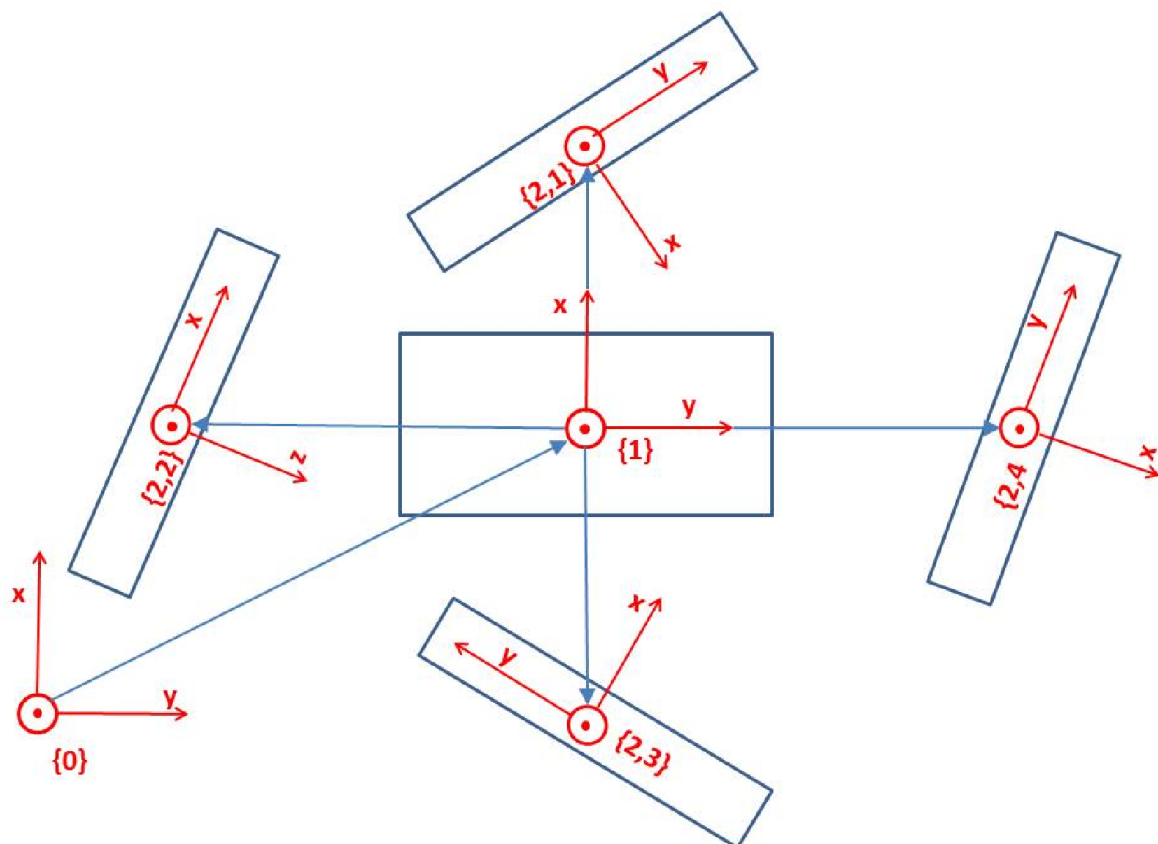


Figura 12 – Representação do sistema de coordenadas do quadrotor, vista superior.

A posição do sistema $\{1\}$ relativa ao sistema $\{0\}$ representa a orientação do quadrotor, que pode ser descrita pela matriz de rotação apresentada na Equação 3.4:

$${}^0_1R = \begin{bmatrix} {}^0\hat{X}_1 & {}^0\hat{Y}_1 & {}^0\hat{Z}_1 \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

Onde: ${}^A_B R$ representa a rotação do sistema de coordenadas $\{B\}$ em relação ao $\{A\}$;

${}^A\hat{X}_B$ é a representação do eixo X no sistema de coordenadas $\{B\}$ em relação ao $\{A\}$.

Sendo assim, a posição do CM (centro de massa) do modelo pode ser escrita em relação a um ponto arbitrário de coordenadas $\{A\}$ utilizando-se:

$${}^A\vec{P}_{C_t} = \frac{\sum_j (m_j {}^A P_{C_j})}{\sum_j m_j} = {}^A\vec{P}_1 = 0 \quad (3.5)$$

Onde: ${}^A\vec{P}_B$ representa a posição do sistema de coordenadas $\{B\}$ em relação ao $\{A\}$;

j é um número inteiro entre 1 e 4 que corresponde ao motor referenciado;

m é a massa do sistema a qual é atrelada (m_j corresponde à massa do motor “j”, m_{cm} corresponde à massa equivalente do centro de massa)

Assim, é possível descrever o sistema de coordenadas de cada propulsor em relação ao centro de massa. Estes sistemas de coordenadas serão nomeados como $\{2,j\}$, sendo j o motor, e sendo o sistema de coordenadas $\{2,j\}$ posicionado exatamente no centro de massa de cada propulsor.

Sendo considerado o perfeito acoplamento mecânico entre todos os componentes do quadrotor, define-se que o eixo Z de cada propulsor sempre estará alinhado com o eixo Z da base, e assim pode-se considerar a orientação de cada motor com relação ao centro de massa do sistema como sendo:

$${}^0_{2,j}R(\theta_j) = R_z(\theta_j) = \begin{bmatrix} \cos(\theta_j) & -\sin(\theta_j) & 0 \\ \sin(\theta_j) & \cos(\theta_j) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

Aplicando-se (3.4) em (3.6), obtém-se que:

$$\vec{0} = m_1 {}^1\vec{P}_{C_1} + \sum_{j=1}^4 (m_{2,j} {}^1\vec{P}_{2,j}) \quad (3.7)$$

Desta forma são descritas a posição e a orientação do sistema em repouso.

3.3.1.1 Velocidades

A partir do sistema de coordenadas adotado, define-se a velocidade do quadrotor como sendo a velocidade do centro de massa {1} em relação ao sistema de coordenadas universal {0}.

O movimento do quadrotor no ar é descrito tanto por uma velocidade linear quanto por uma velocidade angular. A velocidade angular dos rotores é descrita como a somatória das velocidades angulares do CM (Centro de Massa) {1} em relação à Origem {0} somada à velocidade angular de cada rotor {2,j} em relação à Origem {0}. Com isso, obtêm-se:

$$\begin{aligned} {}^0\vec{\Omega}_{2,j} &= {}^0\vec{\Omega}_1 + {}^0(\vec{\Omega}_{2,j}) \\ {}^0\vec{\Omega}_{2,j} &= {}^0\vec{\Omega}_1 + {}^0R({}^1\vec{\Omega}_{2,j}) \end{aligned} \quad (3.8)$$

Onde: ${}^A\vec{\Omega}_B$ representa a velocidade angular do sistema de coordenadas {B} em relação ao {A};

Quando o quadrotor apresenta velocidade linear e angular, a velocidade linear do CM{1} não se altera em relação à origem {0}. No entanto, a velocidade linear do centro de massa de cada rotor $\vec{P}_{2,j}$, bem como a velocidade do centro de massa da base se alteram. Sendo assim, considera-se a seguinte equação:

$${}^0\vec{V}_{2,j} = \frac{d}{dt} [{}^0\vec{P}_1] + \frac{d}{dt} [{}^0R({}^1\vec{P}_{2,j})] \quad (3.9)$$

Onde: ${}^A\vec{V}_B$ representa a velocidade linear do sistema de coordenadas {A} em relação ao {B};

Sendo ${}^1\vec{P}_{2,j}$ constante, tem-se que:

$${}^0\vec{V}_{2,j} = {}^0\vec{V}_1 + {}^0\vec{\Omega}_1 \times {}^0R_1 {}^1\vec{P}_{2,j} \quad (3.10)$$

Da mesma forma, analisa-se o movimento da base como sendo:

$${}^0\vec{V}_{C1} = {}^0\vec{V}_1 + {}^0\vec{\Omega}_1 \times {}^0R_1 {}^1\vec{P}_{C1} \quad (3.11)$$

3.3.1.2 Acelerações

Após a definição das velocidades lineares e angulares atuantes sobre o sistema, derivando estes vetores encontra-se as respectivas acelerações atuantes. Sendo assim, tem-se que:

$${}^0\dot{\vec{V}}_{2,j} = {}^0\dot{\vec{V}}_1 + {}^0\dot{\vec{\Omega}}_1 \times {}^0R_1 {}^1\vec{P}_{2,j} + {}^0\vec{\Omega}_1 \times \frac{d}{dt} [{}^0R_1 {}^1\vec{P}_{2,j}] \quad (3.12)$$

Onde: ${}^A\dot{\vec{V}}_B$ representa a aceleração linear do sistema de coordenadas $\{A\}$ em relação ao $\{B\}$;

${}^A\dot{\vec{\Omega}}_B$ representa a aceleração angular do sistema de coordenadas $\{A\}$ em relação ao $\{B\}$;

Sendo constantes ${}^1\vec{P}_{2,j}$ e ${}^1\vec{P}_{C1}$, tem-se que:

$${}^0\dot{\vec{V}}_{2,j} = {}^0\dot{\vec{V}}_1 + {}^0\dot{\vec{\Omega}}_1 \times {}^0R_1 {}^1\vec{P}_{2,j} + {}^0\vec{\Omega}_1 \times ({}^0\vec{\Omega}_1 \times {}^0R_1 {}^1\vec{P}_{2,j}) \quad (3.13)$$

Da mesma forma, para a base do quadrotor, tem-se que:

$${}^0\dot{\vec{V}}_{C1} = {}^0\dot{\vec{V}}_1 + {}^0\dot{\vec{\Omega}}_1 \times {}^0R_1 {}^1\vec{P}_{C1} + {}^0\vec{\Omega}_1 \times ({}^0\vec{\Omega}_1 \times {}^0R_1 {}^1\vec{P}_{C1}) \quad (3.14)$$

A aceleração angular é obtida derivando-se **(3.8)**, o que fornece:

$${}^0\dot{\vec{\Omega}}_{2,j} = {}^0\dot{\vec{\Omega}}_1 + \frac{d}{dt} [{}^0R_1 {}^1\vec{\Omega}_{2,j}] \quad (3.15)$$

Reescrevendo de forma a correlacionar a aceleração angular presente em cada motor em relação à origem, tem-se que:

$${}^0\dot{\vec{\Omega}}_{2,j} = {}^0\dot{\vec{\Omega}}_1 + {}^0R_1 {}^1\dot{\vec{\Omega}}_{2,j} + {}^0\vec{\Omega}_1 \times {}^0R_1 {}^1\vec{\Omega}_{2,j} \quad (3.16)$$

A Equação (3.8) relaciona a velocidade angular do sistema de referência dos motores em relação à origem, porém deseja-se obter a velocidade angular do centro de massa global em relação à origem, pois esta será a medição apresentada por um eventual sensor montado na base. Assim sendo, tem-se que:

$${}^0R_1 {}^0\vec{\Omega}_{2,j} = {}^0R_1 {}^0\vec{\Omega}_1 + {}^1R_1 {}^0R_1 {}^1\vec{\Omega}_{2,j} \quad (3.17)$$

A velocidade angular da base em relação à origem é idêntica à velocidade angular do centro de massa total do sistema em relação à origem. Com isto, tem-se que:

$${}^1R_0 {}^0\vec{\Omega}_C = {}^1R_0 {}^0\vec{\Omega}_1 \quad (3.18)$$

É desejada a expressão que relaciona a aceleração angular do quadrotor entre o centro de massa e a origem do sistema. Da mesma forma com a qual foi obtida a expressão entre a velocidade angular entre o centro de massa e a origem, tem-se que:

$$\begin{aligned} {}^0\dot{\vec{\Omega}}_{2,j} &= {}^0\dot{\vec{\Omega}}_1 + {}^0R_1 {}^1\dot{\vec{\Omega}}_{2,j} + {}^0\vec{\Omega}_1 \times {}^0R_1 {}^1\vec{\Omega}_{2,j} \\ {}^1R_0 {}^0\dot{\vec{\Omega}}_{2,j} &= {}^1R_0 {}^0\dot{\vec{\Omega}}_1 + {}^1R_1 {}^0R_1 {}^1\dot{\vec{\Omega}}_{2,j} + ({}^1R_0 {}^0\vec{\Omega}_1) \times ({}^1R_1 {}^0R_1 {}^1\vec{\Omega}_{2,j}) \\ {}^1\dot{\vec{\Omega}}_{2,j} &= {}^1\dot{\vec{\Omega}}_1 + {}^1\dot{\vec{\Omega}}_{2,j} + {}^1\vec{\Omega}_1 \times {}^1\vec{\Omega}_{2,j} \end{aligned} \quad (3.19)$$

Da mesma forma que na análise da velocidade linear, a velocidade angular do centro de massa é igual à velocidade angular da base. Assim sendo, tem-se que:

$${}^0\dot{\vec{\Omega}}_{C1} = {}^1\dot{\vec{\Omega}}_1 \quad (3.20)$$

Para simplificar as equações, serão utilizados os seguintes termos para expressar velocidade e acelerações linear e angular do sistema de coordenadas $\{i\}$ visto do sistema de coordenadas $\{0\}$:

$$\vec{v}_i = {}^0\vec{V}_i ; \dot{\vec{v}}_i = {}^0\dot{\vec{V}}_i ; \vec{\omega}_i = {}^0\vec{\Omega}_i ; \dot{\vec{\omega}}_i = {}^0\dot{\vec{\Omega}}_i$$

Desta forma, é aplicado a seguir o mesmo procedimento para o cálculo da aceleração linear, tanto do sistema de coordenadas do Rotor $\{2,j\}$ quanto do sistema de coordenadas da base $\{1,C\}$, mas neste caso sendo utilizado o sistema de coordenadas do rotor $\{2,j\}$.

$$\begin{aligned} \dot{\vec{v}}_{C_1} &= \dot{\vec{\omega}}_1 + {}^0R {}^1\vec{P}_{C_1} + \vec{\omega}_1 \times (\vec{\omega}_1 \times {}^0R {}^1\vec{P}_{C_1}) + {}^1\dot{\vec{v}}_1 \\ {}^0R \dot{\vec{v}}_{C_1} &= ({}^0R \dot{\vec{\omega}}_1) \times ({}^0R {}^1\vec{P}_{C_1}) + ({}^0R \vec{\omega}_1) \times ({}^0R \vec{\omega}_1) \times \dots \\ &\quad ({}^0R \vec{\omega}_1 \times {}^0R {}^1\vec{P}_{C_1}) + {}^0R \dot{\vec{v}}_1 \\ {}^1\dot{\vec{v}}_{C_1} &= {}^1\dot{\vec{\omega}}_1 \times {}^1\vec{P}_{C_1} + {}^1\vec{\omega}_1 \times ({}^1\vec{\omega}_1 \times {}^1\vec{P}_{C_1}) + {}^1\dot{\vec{v}}_1 \end{aligned} \quad (3.21)$$

Utilizando o mesmo raciocínio, é descrita abaixo a equação que relaciona a aceleração linear de cada motor $\{2,j\}$ em relação à origem.

$${}^1\dot{\vec{v}}_{2,j} = {}^1\dot{\vec{\omega}}_1 \times {}^1\vec{P}_{2,j} + {}^1\vec{\omega}_1 \times ({}^1\vec{\omega}_1 \times {}^1\vec{P}_{2,j}) + {}^1\dot{\vec{v}}_1 \quad (3.22)$$

Assim, está descrita toda a cinemática do projeto. A seguir, serão estudadas todas as dinâmicas envolvidas no quadrotor.

3.3.2 Dinâmica do Corpo

A modelagem dinâmica do corpo é feita a partir da análise newtoniana de forças e momentos. Para esta análise, algumas equações básicas precisam ser estudadas. Para tal, este capítulo está separado em duas partes, sendo a primeira o equacionamento de forças e a segunda o equacionamento de momentos.

3.3.2.1 Modelagem de forças

As leis de movimento de Newton descrevem uma força F que atua no centro de massa com aceleração A com massa m , atuando em um centro de massa C como sendo:

$$\sum \vec{F} = m_i \dot{\vec{v}}_C \quad (3.23)$$

Como cada componente do quadrotor se movimenta com aceleração linear própria, cada um terá contribuição particular na análise de forças do sistema. Por este motivo, a análise de forças deverá ser generalizada.

Sendo ${}^A\vec{F}_i$ a força produzida pela massa e aceleração linear do objeto i , expressa no sistema de coordenadas arbitrário $\{A\}$, tem-se que:

$${}^A\vec{F}_i = m_i {}^A\dot{\vec{v}}_{C_i} \quad (3.24)$$

Assim, para os rotores, pode-se dizer que:

$$\begin{aligned} {}^1\dot{\vec{v}}_{2,j} &= {}^1\dot{\vec{v}}_{C_{2,j}} \\ {}^1\vec{F}_{2,j} &= m_{2,j} * {}^1\vec{F}_{C_{2,j}} \end{aligned} \quad (3.25)$$

Assim, para a base do quadrotor, tem-se que:

$${}^1\vec{F}_1 = m_1 * {}^1\dot{\vec{v}}_{C_1} \quad (3.26)$$

Baseando-se nas Equações (3.25) e (3.26), e associando estas a Equação (3.22), obtém-se a relação entre as forças e acelerações atuantes em todo o quadrotor, que pode ser descrita como:

$$\begin{aligned}
 {}^1\vec{F}_{\text{tot}} &= {}^1\vec{F}_1 + \sum_{j=1}^4 {}^1\vec{F}_{2,j} \\
 {}^1\vec{F}_{\text{tot}} &= m_1 ({}^1\dot{\vec{\omega}}_1 + {}^1\vec{P}_{C_1} + {}^1\vec{\omega}_1 \times ({}^1\vec{\omega}_1 \times {}^1\vec{P}_{C_1}) + {}^1\dot{\vec{v}}_1) + \dots \\
 &\quad \sum_{j=1}^4 {}^1\vec{m}_{2,j} ({}^1\dot{\vec{\omega}}_1 + {}^1\vec{P}_{2,j} + {}^1\vec{\omega}_1 \times ({}^1\vec{\omega}_1 \times {}^1\vec{P}_{2,j}) + {}^1\dot{\vec{v}}_1) \\
 {}^1\vec{F}_{\text{tot}} &= {}^1\dot{\vec{\omega}}_1 \times \left(m_1 {}^1\vec{P}_{C_1} + \sum_{j=1}^4 {}^1\vec{m}_{2,j} {}^1\vec{P}_{2,j} \right) + \left(m_1 + \sum_{j=1}^4 {}^1\vec{m}_{2,j} \right) {}^1\dot{\vec{v}}_1 + \dots \\
 &\quad {}^1\vec{\omega}_1 \times \left({}^1\vec{\omega}_1 \times \left(m_1 {}^1\vec{P}_{C_1} + \sum_{j=1}^4 {}^1\vec{m}_{2,j} {}^1\vec{P}_{2,j} \right) \right)
 \end{aligned} \tag{3.27}$$

Utilizando-se a Equação (3.7), pode-se reduzir a expressão acima, como segue:

$$\begin{aligned}
 m_{\text{tot}} &= m_1 + \sum_{j=1}^4 {}^1\vec{m}_{2,j} \\
 {}^1\vec{F}_{\text{tot}} &= m_{\text{tot}} * {}^1\dot{\vec{v}}_1 \\
 {}^1\dot{\vec{v}}_1 &= \frac{{}^1\vec{F}_{\text{tot}}}{m_{\text{tot}}}
 \end{aligned} \tag{3.28}$$

Assim, deverão ser analisadas todas as forças externas atuantes no sistema. Sendo ${}^A\vec{f}$ uma força atuante no sistema de coordenadas $\{A\}$, e levando em consideração o quadrotor, verificam-se as seguintes forças atuantes:

- **Gravidade:** Força atuante de grande influência na dinâmica do quadrotor. Considerando que toda a massa está concentrada no centro da massa do modelo, considera-se então temos que a força ocasionada pela gravidade também atua somente no centro de massa, ou seja, em $\{0\}$.
- **Empuxo:** Essencialmente a força responsável pela sustentação no ar do quadrotor. Verifica-se a atuação desta força predominantemente no sistema de coordenadas dos

motores do quadrotor. É importante ressaltar que esta força pode mudar de magnitude quando o quadrotor está mais próximo a uma base devido ao aumento de pressão sob as pás.

- **Força Normal:** Relevante somente quando o quadrotor se encontra próximo a uma base. Dado o elevado nível de dificuldade para modelar esta força, esta será desconsiderada para este trabalho.
- **Resistência do Ar:** Força que atinge o quadrotor de difícil modelagem, por ser totalmente dependente de fatores externos. Esta força também não será modelada neste projeto devido ao seu alto nível de complexidade.

Com isto, as forças a serem consideradas para a modelagem do quadrotor são a força exercida pela gravidade e o empuxo gerado pelos quatro motores. Assim, tem-se que:

$${}^1\vec{F}_{\text{tot}} = \sum_{j=1}^4 [{}^1\vec{F}_{\text{rotor},j}] + {}^1\vec{F}_g \quad (3.29)$$

$${}^1\vec{F}_{\text{tot}} = \sum_{j=1}^4 [{}^1\vec{F}_{\text{rotor},j}] + \vec{m}_{\text{tot}} {}^1R {}^0\vec{g}$$

Sendo $\vec{g}$ o vetor gravidade e ${}^1\vec{f}_{\text{rotor},j}$ a força de sustentação gerada pelo rotor j . Assim, conclui-se que:

$${}^1\dot{\vec{V}}_1 = \frac{\sum_{j=1}^4 [{}^1\vec{F}_{\text{rotor},j}]}{m_{\text{tot}}} + {}^1R {}^0\vec{g} \quad (3.30)$$

3.3.2.2 Modelagem de Momentos

As equações de Euler são capazes de descrever o momento M atuante em um corpo com velocidade angular ω e aceleração angular $\dot{\omega}$ como:

$$M = {}^cI_{\dot{\omega}} + \omega \times {}^cI_{\omega} \quad (3.31)$$

Sendo I o momento de Inércia de um corpo rígido, definido como:

$$A_I = \begin{bmatrix} I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{xy} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -I_{xz} & -I_{yz} & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

Assim como ocorre com as acelerações lineares, cada componente pode rotacionar com velocidades e acelerações angulares individuais, fazendo com que os componentes sejam afetados individualmente pelo momento atuante em todo o sistema do quadrotor.

Sendo ${}^i\vec{M}_i$ o momento produzido pela inércia do componente i expressa em seu próprio eixo de coordenadas $\{i\}$:

$${}^i\vec{M}_i = {}^{C_i}I_i \dot{{}^i\vec{\omega}_i} + {}^i\vec{\omega}_i \times {}^{C_i}I_i {}^i\vec{\omega}_i \quad (3.33)$$

Esta equação se aplica tanto ao corpo quanto aos rotores. Assim, tem-se que:

$${}^1\vec{M}_1 = {}^{C_1}I_1 \dot{{}^1\vec{\omega}_1} + {}^1\vec{\omega}_1 \times {}^{C_1}I_1 {}^1\vec{\omega}_1 \quad (3.34)$$

$${}^{2,j}\vec{M}_{2,j} = {}^{C_{2,j}}I_{2,j} \dot{{}^{2,j}\vec{\omega}_{2,j}} + {}^{2,j}\vec{\omega}_{2,j} \times {}^{C_{2,j}}I_{2,j} {}^{2,j}\vec{\omega}_{2,j} \quad (3.35)$$

Para efetuar a soma dos momentos gerados, é necessário verificar o momento gerado pela aceleração linear de cada componente. Se uma força $\vec{F}_j$ afeta um corpo rígido em um ponto com distância $\vec{P}_j$ do centro de massa deste corpo, esta força também irá gerar um momento $\vec{\tau}_j$ descrito por:

$$\vec{\tau}_j = \vec{P}_j \times \vec{F}_j \quad (3.36)$$

A somatória dos momentos internos do quadrotor, assim, pode ser calculada como:

$${}^1\vec{M}_{\text{tot}} = ({}^1\vec{M}_1 + {}^1\vec{P}_{C1} \times {}^1\vec{F}_1) + \sum_{j=1}^4 [{}^{1,2,j}R {}^{2,j}\vec{M}_{2,j} + {}^1\vec{P}_{2,j} \times {}^1\vec{F}_{2,j}] \quad (3.37)$$

Analisando a equação acima, nota-se que a matriz de rotação ${}_{2,j}^1R$ depende do ângulo instantâneo do rotor em relação à base do quadrotor. Assumindo que a posição angular dos rotores se altera consideravelmente mais rápido do que posição angular das demais partes do quadrotor, de forma que esta pode ser desprezada, a equação apresentada pode ser reescrita como:

$${}^1\vec{M}_{2,j} = {}_{2,j}^1R {}^{2,j}\vec{M}_{2,j} = {}_{2,j}^1R \left({}^{C_{2,j}}I_{2,j} {}^{2,j}\dot{\vec{\omega}}_{2,j} + {}^{2,j}\vec{\omega}_{2,j} \times {}^{C_{2,j}}I_{2,j} {}^{2,j}\vec{\omega}_{2,j} \right) \quad (3.38)$$

$${}^1\vec{M}_{2,j} = {}_{2,j}^1R {}^{C_{2,j}}I_{2,j} {}^{2,j}\dot{\vec{\omega}}_{2,j} + {}_{2,j}^1R \left({}^{2,j}\vec{\omega}_{2,j} \times {}^{C_{2,j}}I_{2,j} {}^{2,j}\vec{\omega}_{2,j} \right) \quad (3.39)$$

Sendo ${}_{2,j}^1R$ uma matriz de rotação ortonormal, pode-se utilizar a regra:

$$R(\vec{u} \times \vec{v}) = R\vec{u} \times R\vec{v} \quad (3.40)$$

E assim tem-se que:

$${}^1\vec{M}_{2,j} = {}_{2,j}^1R {}^{C_{2,j}}I_{2,j} {}^{2,j}\dot{\vec{\omega}}_{2,j} + \left({}_{2,j}^1R {}^{2,j}\vec{\omega}_{2,j} \right) \times \left({}_{2,j}^1R {}^{C_{2,j}}I_{2,j} {}^{2,j}\vec{\omega}_{2,j} \right) \quad (3.41)$$

Ainda explorando as propriedades das matrizes de rotação, tem-se que:

$$R^T R = I(3 \times 3) \quad (3.42)$$

O que possibilita a manipulação como segue:

$$\begin{aligned} {}^1\vec{M}_{2,j} &= {}_{2,j}^1R {}^{C_{2,j}}I_{2,j} \left({}_{2,j}^1R^T {}_{2,j}^1R \right) {}^{2,j}\dot{\vec{\omega}}_{2,j} + \left({}_{2,j}^1R {}^{2,j}\vec{\omega}_{2,j} \right) \times \left({}_{2,j}^1R {}^{C_{2,j}}I_{2,j} \left({}_{2,j}^1R^T {}_{2,j}^1R \right) {}^{2,j}\vec{\omega}_{2,j} \right) \\ {}^1\vec{M}_{2,j} &= \left({}_{2,j}^1R {}^{C_{2,j}}I_{2,j} {}_{2,j}^1R^T \right) \left({}_{2,j}^1R {}^{2,j}\dot{\vec{\omega}}_{2,j} \right) + \left({}_{2,j}^1R {}^{2,j}\vec{\omega}_{2,j} \right) \times \dots \\ &\quad \left({}_{2,j}^1R {}^{C_{2,j}}I_{2,j} {}_{2,j}^1R^T \right) \left({}_{2,j}^1R {}^{2,j}\vec{\omega}_{2,j} \right) \\ {}^1\vec{M}_{2,j} &= \left({}_{2,j}^1R {}^{C_{2,j}}I_{2,j} {}_{2,j}^1R^T \right) {}^1\dot{\vec{\omega}}_{2,j} + \left({}_{2,j}^1R {}^{2,j}\vec{\omega}_{2,j} \right) \times \left({}_{2,j}^1R {}^{C_{2,j}}I_{2,j} {}_{2,j}^1R^T \right) {}^1\vec{\omega}_{2,j} \end{aligned} \quad (3.43)$$

A expressão ${}_{2,j}^1R {}^{C_{2,j}}I_{2,j} {}_{2,j}^1R^T$ representa uma transformação de ${}^{C_{2,j}}I_{2,j}$, o que equivale a expressar o tensor de inércia dos rotores no sistema de coordenadas $\{1\}$. Em outras palavras, a inércia dos rotores é rotacionada para ficar equivalente ao sistema de coordenadas do

quadrotor. Verifica-se que nesta expressão não é feito o translado paralelo para o centro de massa do quadrotor.

O tensor de inércia rotacionado ainda é dependente da orientação do quadrotor. Conforme dito anteriormente, a dinâmica do quadrotor é relativamente mais lenta do que a dinâmica dos rotores, e também se considerando a baixa inércia dos rotores em relação ao quadrotor, os rotores podem ser aproximados a um objeto que não possui alteração do tensor de inércia devido à rotação. Assim, aproximando os rotores a discos, calcula-se o tensor de inércia como sendo a integral em torno do eixo o qual ele rotaciona. Neste caso, tem-se que:

$${}^1(C_{2,j}I_{2,j}) = \frac{1}{2\pi - 0} \int_0^{2\pi} ({}^1R_{\hat{Z}}(\theta) {}^{C_{2,j}I_{2,j}}{}^1R_{\hat{Z}}(\theta)^T) d\theta$$

$${}^1(C_{2,j}I_{2,j}) = \begin{bmatrix} \frac{I_{xx} + I_{yy}}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{I_{yy} + I_{xx}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (3.44)$$

Sendo os quadrotores dispostos de forma idêntica em pares, e invertidos de forma espelhada, os momentos de inércia I_{xx}, I_{yy}, I_{zz} são iguais, porém os produtos de inércia I_{xy}, I_{xz}, I_{yz} não quando comparados os pares invertidos com os regulares. Devido a isto, a Equação (3.44) mostra que o produto de inércia não pode ser representado com o resultado simplificado de tensor de inércia. Assim, neste caso podem-se trocar as notações, como segue:

$$m_2 = m_{2,j}$$

$${}^1(C_2\tilde{I}_2) = {}^1(C_{2,j}I_{2,j}) \quad (3.45)$$

Estas simplificações levam a simplificação das equações (3.37) e (3.43), como segue:

$${}^1\vec{M}_{2,j} = {}^1(C_{2,j}I_{2,j}) {}^1\dot{\vec{\omega}}_{2,j} + {}^{2,j}\vec{\omega}_{2,j} \times {}^1(C_2\tilde{I}_2) {}^1\vec{\omega}_{2,j} \quad (3.46)$$

$${}^1\vec{M}_{\text{tot}} = ({}^1\vec{M}_1 + {}^1\vec{P}_{C1} \times {}^1\vec{F}_1) + \sum_{j=1}^4 [{}^1\vec{M}_{2,j} + {}^1\vec{P}_{2,j} \times {}^1\vec{F}_{2,j}] \quad (3.47)$$

Verificando-se que os eixos dos rotores e da base são expressos de forma a serem paralelos, a expressão acima pode ser reduzida para:

$${}^1\vec{M}_{2,j} = {}^1\left({}^{C_2,j}I_{2,j}\right) {}^1\dot{\vec{\omega}}_{2,j} + {}^{2,j}\vec{\omega}_{2,j} \times {}^1\left({}^{C_2}\tilde{I}_2\right) {}^1\vec{\omega}_{2,j} \quad (3.48)$$

$${}^1\vec{M}_{tot} = \left({}^1\vec{M}_1 + {}^1\vec{P}_{C1} \times {}^1\vec{F}_1 \right) + \sum_{j=1}^4 \left[{}^1\vec{M}_{2,j} + {}^1\vec{P}_{2,j} \times {}^1\vec{F}_{2,j} \right] \quad (3.49)$$

$$\begin{aligned} {}^1\vec{I}_{tot} = & {}^{C_1}I_1 + m_1 \left({}^1P_{C1}^T {}^1P_{C1} I_{(3 \times 3)} - {}^1P_{C1} {}^1P_{C1}^T \right) + \dots \\ & \sum_{j=1}^4 \left[{}^1\left({}^{C_2}\tilde{I}_2\right) + m_2 \left({}^1P_{2,j}^T {}^1P_{2,j} I_{(3 \times 3)} - {}^1P_{2,j} {}^1P_{2,j}^T \right) \right] \end{aligned} \quad (3.50)$$

$$\begin{aligned} {}^1\vec{M}_{tot} = & {}^1I_{tot} {}^1\dot{\vec{\omega}}_1 + {}^1\vec{\omega}_1 \times \left({}^1I_{tot} {}^1\vec{\omega}_1 \right) + \dots \\ & \sum_{j=1}^4 \left[\left({}^{C_2}\tilde{I}_2 \right) + m_2 \left({}^1\dot{\vec{\Omega}}_{2,j}^T + {}^1\vec{\omega}_1 \times {}^1\vec{\Omega}_{2,j} \right) \right] \dots \\ & \sum_{j=1}^4 \left[\left({}^1\vec{\omega}_1 \times {}^1\vec{\Omega}_{2,j} \right) \times \left({}^1\left({}^{C_2}\tilde{I}_2\right) {}^1\vec{\Omega}_{2,j} \right) + {}^1\vec{\Omega}_{2,j} \times \left({}^1\left({}^{C_2}\tilde{I}_2\right) {}^1\vec{\omega}_1 \right) \right] \end{aligned} \quad (3.51)$$

Os eixos de rotação dos quatro rotores são paralelos ao eixo de rotação da base, o que implica em:

$${}^1\tilde{Z}_{2,j} = {}^1\tilde{Z}_2 = [0 \quad 0 \quad 1]^T \quad (3.52)$$

A partir da propriedade $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{a} \times \vec{b} + \vec{a} \times \vec{c}$ e a propriedade $r\vec{a} \times \vec{b} = \vec{a} \times (r\vec{b})$. Assim, a Equação (3.51) pode ser expressa como:

$$\vec{\Omega}_{\text{tot}} = \sum_{j=1}^4 \vec{\Omega}_j \Rightarrow {}^1\vec{\Omega}_{2,\text{tot}} = \vec{\Omega}_{\text{tot}} {}^1\tilde{\mathbf{Z}}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \vec{\Omega}_{\text{tot}} \end{bmatrix}^T \quad (3.53)$$

$$\dot{\vec{\Omega}}_{\text{tot}} = \sum_{j=1}^4 \dot{\vec{\Omega}}_j \Rightarrow {}^1\dot{\vec{\Omega}}_{2,\text{tot}} = \dot{\vec{\Omega}}_{\text{tot}} {}^1\tilde{\mathbf{Z}}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dot{\vec{\Omega}}_{\text{tot}} \end{bmatrix}^T \quad (3.54)$$

O tensor de inércia ${}^1({}^{c2}\tilde{\mathbf{I}}_2)$ consiste somente em momentos de inércia de massa. Além disso, os momentos de inércia de massa dos eixos x e y são iguais, conforme vistos na Equação (3.44). Assim, simplifica-se a Equação (3.51) como segue:

$$\begin{aligned} {}^1\vec{\mathbf{M}}_{\text{tot}} = & {}^1\mathbf{I}_{\text{tot}} {}^1\dot{\vec{\omega}}_1 + {}^1\vec{\omega}_1 \times ({}^1\mathbf{I}_{\text{tot}} {}^1\vec{\omega}_1) + {}^1({}^{c2}\tilde{\mathbf{I}}_2) {}^1\dot{\vec{\Omega}}_{2,\text{tot}} + \dots \\ & {}^1\vec{\omega}_1 \times ({}^1({}^{c2}\tilde{\mathbf{I}}_2) {}^1\vec{\Omega}_{2,\text{tot}}) \end{aligned} \quad (3.55)$$

Sendo ${}^A\vec{\mathbf{N}}$ um momento externo atuante no sistema, expresso no sistema de coordenadas $\{A\}$, verifica-se os momentos mais importantes a serem considerados como:

- **Força de arraste do rotor:** Este momento, para cada rotor, é considerado como um momento externo atuante. Normalmente, estes momentos são balanceados, sendo que o momento gerado por um par de rotores anula o momento gerado pelo outro par. No entanto, esta característica pode ser alterada. Este momento será fixado de acordo com a orientação do quadrotor;
- **Empuxo do rotor:** Este cria um momento conforme descrito na Equação [3.29];
- **Força normal:** No caso das forças normais atuantes no quadrotor não atuarem todas no Centro de Massa, estas irão gerar um Momento no quadrotor. Conforme já discutido, estas forças serão desconsideradas neste estudo;
- **Resistência do ar:** A atuação da resistência do ar pode atuar como uma espécie de amortecedor para a rotação do sistema. Conforme discutido anteriormente, a atuação da resistência do ar será desconsiderada neste estudo.

Assim, como os únicos momentos atuantes no quadrotor são aqueles proporcionados pelos rotores do modelo, a somatória dos momentos externos se resume em:

$${}^1\vec{M}_{\text{tot}} = \sum_{j=1}^4 [{}^1\eta_{\text{rotor},j} + {}^1P_{2,j} \times {}^1f_{\text{rotor},j}] \quad (3.56)$$

Desta forma, combinando a Equação (3.55) e a Equação (3.56), a aceleração angular pode ser isolada, o que resulta em:

$${}^1\vec{M}_{\text{tot}} = \sum_{j=1}^4 [{}^1\eta_{\text{rotor},j} + {}^1P_{2,j} \times {}^1f_{\text{rotor},j}] \quad (3.56)$$

$$\begin{aligned} {}^1\dot{\vec{\omega}}_1 = {}^1I_{\text{tot}} \left\{ \sum_{j=1}^4 [{}^1\eta_{\text{rotor},j} + {}^1P_{2,j} \times {}^1f_{\text{rotor},j}] - {}^1\vec{\omega}_1 \times {}^1I_{\text{tot}} {}^1\vec{\omega}_1 \dots \right. \\ \left. - {}^1({}^{C_2}\tilde{I}_2) {}^1\vec{\Omega}_{2,\text{tot}} - {}^1\vec{\omega}_1 \times ({}^1({}^{C_2}\tilde{I}_2) {}^1\vec{\Omega}_{2,\text{tot}}) \right\} \end{aligned} \quad (3.57)$$

3.3.3 Combinação da Cinemática e da Dinâmica

Nesta seção, é feita a combinação entre a cinemática e a dinâmica do quadrotor, de forma a verificar o comportamento do sistema de forma integrada.

- Momentos: Resultantes da velocidade angular do quadrotor como fator interno, e de fatores externos resultantes do motor e do momento gerado pelos rotores. A Equação (3.57) apresenta a relação entre estas variáveis.
- Velocidade Angular: É a simples integração matemática da aceleração angular. Como a aceleração angular é expressa no sistema de coordenadas do quadrotor, esta precisa ser convertida para o sistema de coordenadas global antes da integração. Assim:

$$\begin{aligned} \vec{\omega}_1 &= \int_{-\infty}^t \dot{\vec{\omega}}_1(\tau) d\tau \\ &= \int_{-\infty}^t [{}^0R(\tau) {}^1\dot{\vec{\omega}}_1(\tau)] d\tau \end{aligned} \quad (3.58)$$

Neste caso, se for necessário utilizar a velocidade angular para verificar a atitude do quadrotor, este dado já estará expresso no sistema de coordenadas universal. No entanto, a velocidade angular medida no quadrotor, por sensores giroscópios como exemplo, estará efetuando a medição de acordo com o sistema de coordenadas do Quadrotor. Assim, é necessário obter a expressão da velocidade angular de acordo com o sistema de coordenadas do quadrotor, como segue:

$$\begin{aligned}\vec{\omega}_1(t) &= {}^0R(t) \int_{-\infty}^t [{}^0R(\tau) {}^1\dot{\omega}_1(\tau)] d\tau \\ &= {}^0R^T(t) \int_{-\infty}^t [{}^0R(\tau) {}^1\dot{\omega}_1(\tau)] d\tau\end{aligned}\quad (3.59)$$

- Atitude: Efetua o cálculo da orientação do quadrotor, baseando-se para isto em sua velocidade angular relativa ao sistema de coordenadas global. Para o equacionamento deste bloco, utiliza-se a seguinte equação:

$$\dot{R} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{R(t + \Delta t) - R(t)}{\Delta t} \quad (3.60)$$

Como o termo $\dot{R}$ depende somente de t , simplifica-se a equação para:

$$R(t) = \int_{-\infty}^t \dot{R}(\tau) d\tau \quad (3.61)$$

Esta análise se aplica igualmente aos elementos individuais de $R(t)$ e $\dot{R}(t)$. Também é definido que:

$$\dot{R}R^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & -\Omega_z & \Omega_y \\ -\Omega_z & 0 & -\Omega_x \\ \Omega_y & -\Omega_x & 0 \end{bmatrix} = S(\vec{\Omega}) \quad (3.62)$$

$$\dot{R} = S(\vec{\Omega})R$$

Com base nestas equações, a atitude do quadrotor pode ser escrita como:

$${}^0R(t) = \int_{-\infty}^t S\left({}^0\vec{\omega}_1(\tau)\right) {}^0R(\tau) d\tau \quad (3.63)$$

- Força: Somatória das forças externas atuantes no quadrotor e cálculo do centro de massa, baseado na Equação (3.30).

A força do rotor é recebida externamente do bloco Forças do Rotor, que já fora descrito anteriormente. A gravidade é calculada internamente no bloco de forças, sendo a atitude do quadrotor um dado de entrada a este bloco, representada em 0_1R . A aceleração linear é expressa no sistema de coordenadas do quadrotor $\{1\}$, que coincide com a medição que é feita no caso de acelerômetros serem montados no Centro de Massa do quadrotor. Esta medida não pode ser integrada de forma direta, devendo ser primeiramente expressa no sistema de coordenadas universal. Assim:

$${}^1\dot{\vec{V}}_1 = \frac{\sum_{j=1}^4 [{}^1\vec{f}_{\text{rotor},j}]}{m_{\text{tot}}} + {}^0_1R {}^0\vec{g} \quad (3.64)$$

$${}^0\dot{\vec{V}}_1 = \frac{\sum_{j=1}^4 [{}^1\vec{f}_{\text{rotor},j}]}{m_{\text{tot}}} + {}^0\vec{g} \quad (3.65)$$

Esta é a saída do bloco de Forças, e a sua integração fornece a velocidade linear. Portanto:

$${}^0\vec{V}_1(t) = \int_{-\infty}^t {}^0\dot{\vec{V}}_1(\tau) d\tau \quad (3.66)$$

- Posição: Utilizada para derivação do posicionamento do quadrotor em relação ao Sistema de coordenadas global, baseando-se na Atitude e velocidade linear. Devido à velocidade linear ser expressa no sistema de coordenadas no quadrotor, o seu posicionamento pode ser expresso como:

$${}^0\vec{P}_1(t) = \int_{-\infty}^t {}^0\vec{V}_1(\tau) d\tau \quad (3.67)$$

É assim definida toda a dinâmica do quadrotor. Para a proposta inicial deste trabalho, que consiste no controle da estabilidade do quadrotor a maior parte destas equações não são aplicadas até o final desta dissertação, no entanto para o controle completo do quadrotor, em que consiste além da estabilidade o posicionamento de acordo com um referencial fixo, estas equações são necessárias.

4 MATERIAIS E MÉTODOS

Um quadrotor apresenta grande instabilidade, e assim os controladores convencionais lineares mostram dificuldades na estabilização deste tipo de modelo. Para o controle deste projeto é proposta a utilização da técnica *fuzzy* de controle, por ser naturalmente uma técnica de controle não linear, além de apresentar custo computacional muitas vezes otimizados em relação a demais técnicas de controle.

Antes de apresentar o controle feito para este projeto, serão mencionados os componentes presentes no sistema, para obter assim uma maior compreensão das técnicas utilizadas.

4.1 Sistema

A estrutura básica dos componentes que constituem um quadrotor é conhecida e na maioria das vezes padronizada, sendo que por algumas vezes se adicionam alguns tipos de sensores para diferentes tarefas, no entanto o sistema básico não se modifica. A seguir é apresentado cada componente e uma explicação sobre a utilização deste no sistema e sua interação com os demais componentes.

4.1.1 Conjunto Propulsor

Como explicado anteriormente este é o atuador final do sistema, sendo responsável por gerar empuxo e manter o quadrotor em voo. Os propulsores podem ser alterados conforme a necessidade, no entanto é importante ressaltar que no caso do controlador que é utilizado não apresentar características de memória e adaptação, uma eventual alteração desse elemento resultará em grande alteração em sua estabilidade devido à diferença de características dos motores como tempo de resposta e empuxo gerado.

Os parâmetros verificados no motor são:

- Tensão de entrada (volts): diferença de potencial a ser aplicado na entrada do motor;
- Relação tensão – empuxo (rpm/volts): relação entre a tensão aplicada no motor e a rotação gerada. Normalmente este parâmetro é apresentado como uma sequência de números seguidos pelas letras Kv, sendo que esta sequência numérica é o equivalente em rpm para cada 1 volt aplicado.

Para a montagem do modelo, estima-se inicialmente uma massa total de 1,2Kg do conjunto. Assim, verificando os motores disponíveis, é selecionado um modelo com capacidade de empuxo em seu catálogo de até 650g, com entrada de 11.1volts e 930Kv, conforme verificado na Figura 13.



Figura 13 – Motor utilizado no quadrotor

Fonte: www.amazon.com

Para a hélice, além dos parâmetros de material são levados em consideração também a questão de curvatura e diâmetro. Para o modelo desenvolvido é utilizado uma hélice modelo ST1038 conforme Figura 14 – Hélice modelo ST1038.



Figura 14 – Hélice modelo ST1038

Fonte: www.amazon.com

4.1.2 Bateria

É a responsável pela alimentação dos componentes eletrônicos do sistema. Normalmente são utilizadas baterias de LiPo (Lítio-Polímero) para aplicações que exijam boa relação carga/peso e alta taxa de descarga.

Os parâmetros verificados na bateria são:

- Tensão de saída (volts): diferença de potencial na saída da bateria, que se altera de acordo com a quantidade de células que compõe o *pack* de baterias, onde cada *pack* possui tensão característica de 3,4 volts. Normalmente este parâmetro é variável ao longo do tempo devido à descarga de cada *pack*, o que acarreta em uma alteração no empuxo do motor. Na aquisição da bateria o número de células do conjunto é comumente descrito como um número seguido da letra S;
- Taxa de descarga (C): capacidade de descarga de corrente. Normalmente esta taxa é apresentada em dois números, sendo que o primeiro é a taxa de descarga contínua e o segundo é a taxa de descarga por um breve período de tempo, normalmente 10 segundos;
- Carga (Ah): capacidade de carga armazenada na célula. Este parâmetro está diretamente ligado à determinação do tempo de voo do quadrotor.

Conforme os ensaios apresentados, a corrente máxima de consumo do sistema é de 11,83A por conjunto propulsor. O motor selecionado é alimentado com tensão equivalente a 2S – 3S. Como são quatro motores, a bateria é dimensionada como um modelo de 2.2Ah – 3S – 60/120C, pois é levado em consideração que uma única bateria irá alimentar os quatro motores e também o circuito da placa controladora.

4.1.3 ESC

Este componente é o responsável em transformar a tensão de saída da bateria em uma sequência capaz de fazer o motor rotacionar de acordo com velocidade variável. Normalmente é utilizada modulação PWM, em que um controlador envia ao ESC a modulação de acordo com a rotação desejada, e este faz a conversão da tensão de entrada em sequências variada para polarizar o motor de modo a fazer este rotacionar. Um exemplo de ESC é apresentado na Figura 15.



Figura 15 – Modelo de um ESC

Fonte: www.aliexpress.com

Para o quadrotor desenvolvido, é utilizado um ESC EMAX 25A Quattro, que é um módulo que dispõe de 4 ESC ligados a uma única entrada de tensão.

4.1.4 Circuito de Transmissão e Recepção

É comum no desenvolvimento de um VANT o desejo de controlar remotamente o modelo, seja através de uma unidade fixa através de imagens, no caso um *Notebook* ou algo semelhante, como também por meio de rádio controladores.

Para este trabalho, é utilizado um Rádio Controlador (RC) de 6 canais com modulação na faixa de frequência de 2.4GHz.

4.1.5 Sensoriamento

Existem alguns sensores fundamentais para o controle de um quadrotor, como acelerômetros e giroscópios de ao menos dois eixos cada, mas também existem alguns outros sensores que podem ser utilizados caso se deseje trabalhar de forma mais autônoma, como sonares, IR (*infra red*), GPS (*global positioning system*), entre outros.

Para a proposta deste trabalho, que se fundamenta no controle de estabilidade, é utilizado a IMU MPU6050 (Figura 16), um circuito desenvolvido pela InvenSense que possui acelerômetro e giroscópio tri axiais, filtro embutido e protocolo de comunicação I²C (*Inter Integrated Circuit*).

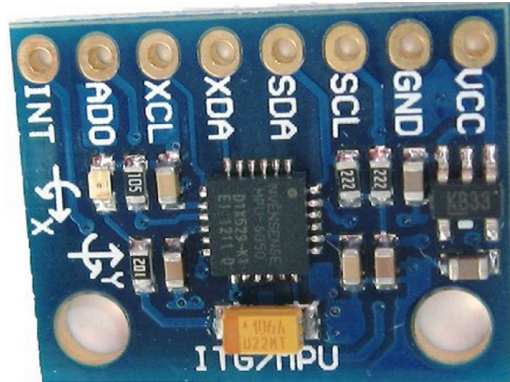


Figura 16 – MPU6050

Fonte: playground.arduino.cc

4.1.6 Placa Controladora

Para o controle de um quadrotor, é necessário um circuito capaz de efetuar a interpretação dos sinais gerados pelos sensores e transformar estes sinais em atuação nos motores de forma coordenada. Diversos parâmetros devem ser verificados quanto à utilização desta placa controladora, como a capacidade de processamento, a compatibilidade das interfaces com os sensores e circuitos presentes no aeromodelo, entre outras características.

Toda a simulação apresentada neste trabalho é feita com base no programa computacional LabVIEW®, e é oportuna a utilização uma placa controladora disponibilizada pelo mesmo fabricante do programa, de modo a compatibilizar as aplicações de simulação e controle. Com este pensamento, é aplicada ao trabalho a placa controladora NI myRIO 1900®, com diversas interfaces de IO digitais, canais de E/S analógicos, e processamento em tempo real utilizando ARM® Cortex™ A9 dual core, além da arquitetura FPGA Zynq da Xilinx. A Figura 17 apresenta o NI myRIO.



Figura 17 – NI myRIO®

Fonte: www.ni.com

4.1.7 Integração

A partir dos componentes descritos, é efetuada a integração destes para o correto funcionamento do sistema. A Figura 18 apresenta a integração destes componentes.

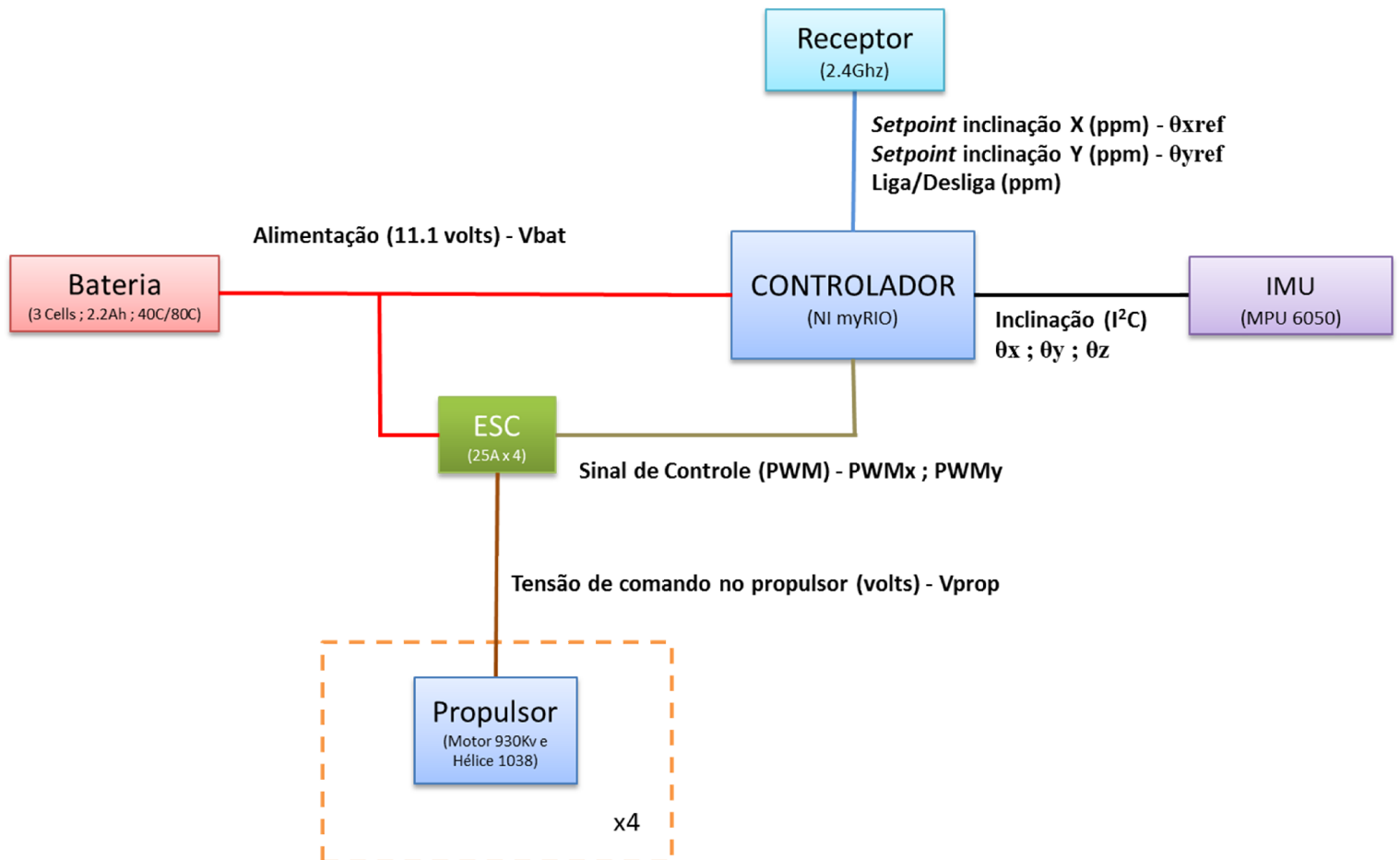


Figura 18 – Integração dos componentes do sistema

4.2 Sistema de Controle

Conforme citado, o controle do sistema será feito utilizando como base o programa LabVIEW® no ambiente de programação em tempo real, de modo a ser implementado no controlador NI myRIO. O diagrama geral do controle é apresentado no Apêndice 2.

O programa é separado em três etapas:

- Inicialização: Tem por objetivo definir as condições iniciais do programa, como inicialização de variáveis e frequência utilizada no ESC, além de abrir o canal de comunicação I²C;
- Ciclo principal: É o ciclo onde são efetuadas as rotinas principais do programa, como calibração do estado inicial dos sensores, leitura e tratamento dos sinais de rádio, execução de filtros e execução do controlador *Fuzzy*.
- Finalização: Onde são fechados os canais de comunicação abertos, retornada a condição dos motores ao estado inicial e armazenado o relatório de erros.

A programação em LabVIEW® é processada de forma paralela caso não seja imposta nenhuma sequência fixa no programa. Desta forma, no ciclo principal do programa são efetuados dois ciclos paralelos com prioridades distintas, sendo um para tratamento do sistema de Rádio que deverá ter seu período de execução inferior a 200µs, e outro para execução do sistema de controle e filtro de sinais, com período de execução de 5000µs.

4.2.1 Tratamento dos sinais de Rádio

O quadrotor possui capacidade de controle remoto, sendo que para isto é utilizado um Rádio de 2.4Ghz / 6 canais, que utiliza modulação PWM para recepção de sinais. É desejado a princípio apenas controlar a altura do quadrotor, sendo que sua estabilidade é controlada automaticamente pelo controlador, com isto são utilizados três canais do rádio, um para ligar e desligar o quadrotor, um para o controle de altura e um terceiro para o controle de rotação em torno do eixo Z. A modulação PWM é feita a uma frequência de 56Hz, conforme representado na Figura 19:

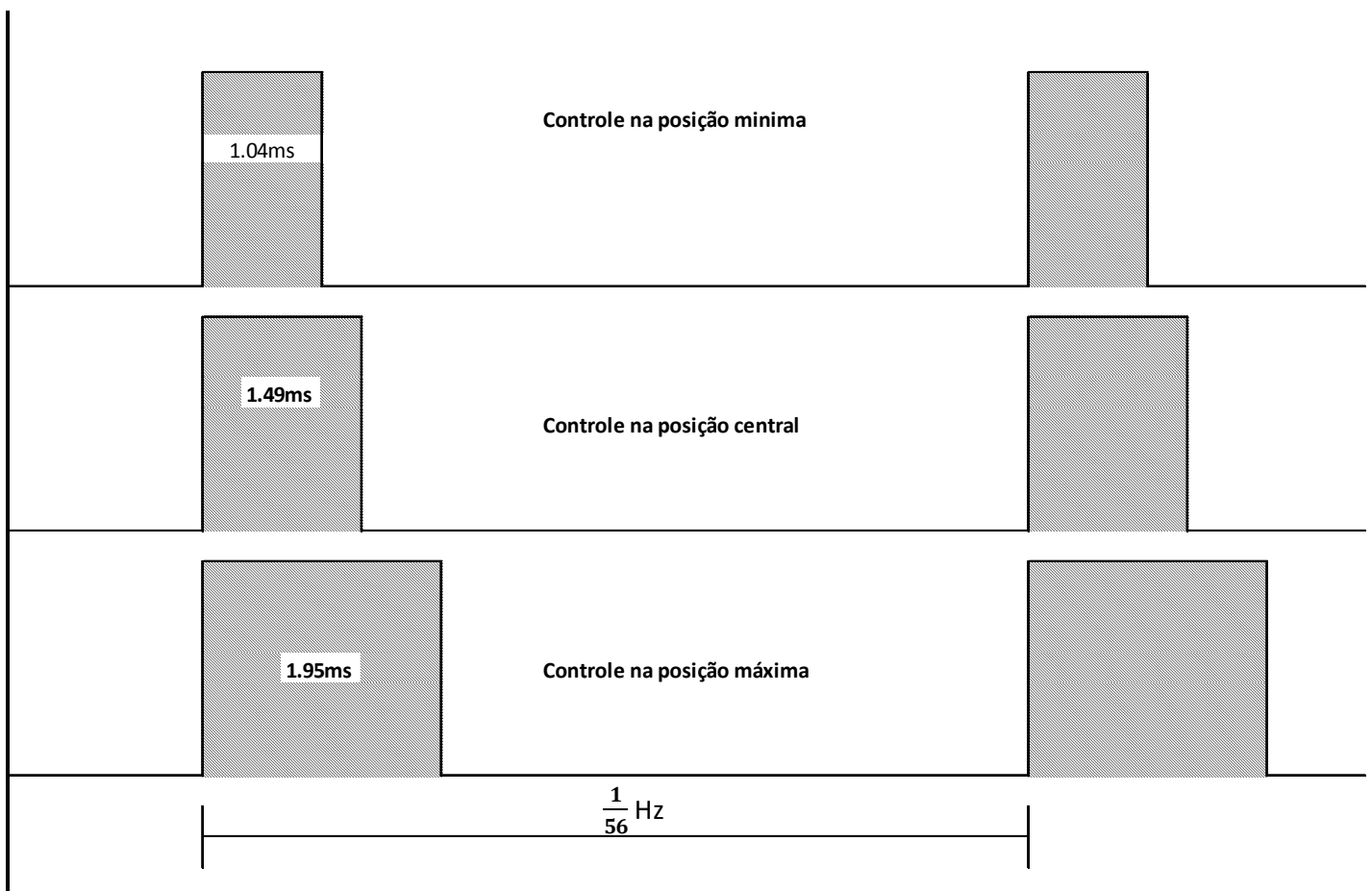


Figura 19 – Verificação da modulação do sinal do receptor do rádio

A decodificação de um sinal PWM pode ser feita por um contador no programa, que deve rodar em alta prioridade para verificar pequenas variações na largura de pulso do sinal recebido. No caso do rádio utilizado, a frequência do contador para uma precisão de 1% do *duty cycle*, sendo a frequência 56Hz, deve ser de:

$$f = 2 \frac{56}{1} = 11200 \text{ Hz} \quad (4.1)$$

Assim, a frequência no processamento para a identificação do sinal PWM recebido deverá ser maior do que 11200Hz. Em termos de processamento, é possível o desenvolvimento deste decodificador no sistema de controle, no entanto para aperfeiçoar o processamento esta questão é tratada de uma forma diferente. Ligando a entrada do receptor a uma entrada analógica/digital da placa controladora, é possível a medição do nível de tensão de cada canal em um determinado período. Efetuando uma média em um determinado período do nível deste sinal, é possível verificar o *duty cycle* ajustado no canal. Como o objetivo da decodificação é a verificação do *duty cycle* e não da frequência, é possível trabalhar desta forma, e após testes práticos é feito o ciclo de tratamento desta tarefa em LabVIEW® conforme apresentado na Figura 20.

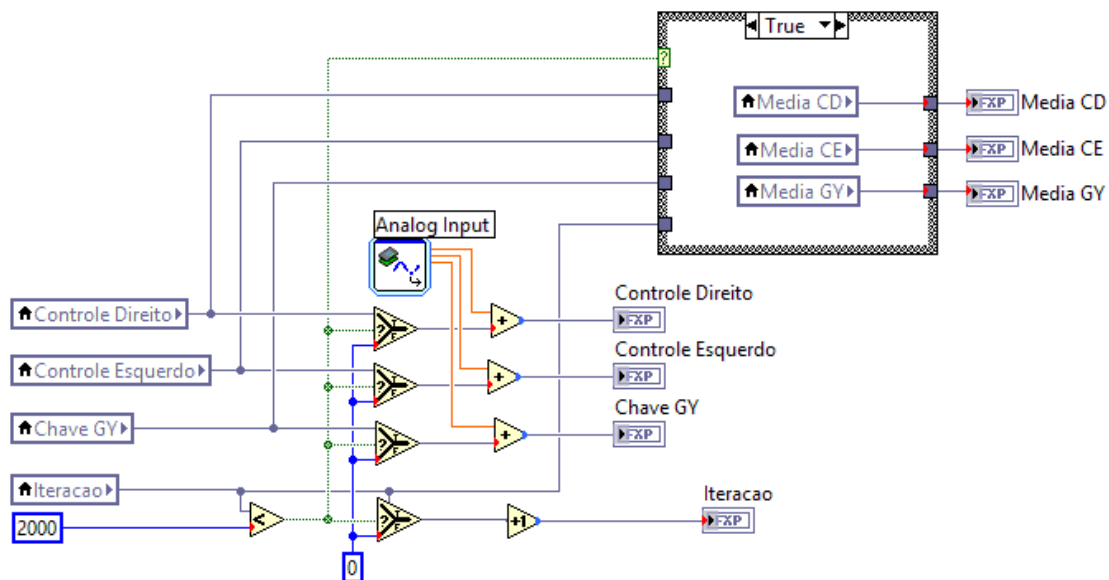


Figura 20 – Trecho de programação para tratamento dos sinais de rádio

O ciclo roda em um período de 150µs, e são feitas 2000 amostras para obtenção do parâmetro de cada canal a fim de evitar erros de medição. Com isto, o atraso obtido durante os comandos de rádio é de no máximo 300ms.

4.2.2 Aquisição dos sinais da IMU

Para o controle de estabilidade do quadrotor, o processamento deve ser capaz de identificar a atual inclinação que se encontra o sistema, conforme visto na simulação apresentada. Para isto, considera-se a utilização de um acelerômetro de forma que, quando o modelo atua em baixa aceleração, é possível considerar atuante nos eixos somente a ação da aceleração da gravidade, e assim com uma conversão simples define-se a inclinação que o quadrotor se encontra. Na prática, o sistema não se comporta desta forma.

Antes de apresentar o tratamento do sinal obtido pela IMU a seguir, uma explicação sobre a aquisição dos sinais do sensor. O modelo utilizado, MPU6050, trabalha com um acelerômetro e um giroscópio tri axial, com resolução de 16bits, além de um sensor de temperatura, que não foi utilizado neste projeto, e faz a transmissão destes dados através do protocolo I²C, a uma taxa de 400kbps com pacotes de 8-bits. Não é objetivo deste trabalho a explicação do protocolo I²C propriamente, e sendo assim mais informações sobre o protocolo utilizado podem ser encontradas no documento de especificação do componente, assim como uma referência mais genérica pode ser verificada em www.nxp.com, na especificação do componente UM10204.

Estabelecido este protocolo de comunicação, é preciso tratar o sinal recebido. Através da especificação da IMU, é verificado que o giroscópio e o acelerômetro trabalham com um conversor A/D de 16bits. É possível a seleção para trabalhar na faixa de $\pm 2g$ a $\pm 16g$ para o acelerômetro e $\pm 250^\circ/s$ a $\pm 2000^\circ/s$ para o giroscópio para todos os eixos. Para o trabalho, são estimadas acelerações gravitacionais que não ultrapassam 1.2g e taxa de velocidade angular menor do que $\pm 250^\circ/s$, que acarreta na utilização do acelerômetro para medição de acelerações de até $\pm 2g$ e para o giroscópio é utilizada a faixa de até $\pm 250^\circ/s$. Sendo assim, o tratamento para cada caso apresenta uma resolução conforme segue:

$$\text{dadosGiro} = \frac{500 \frac{\text{graus}}{\text{s}}}{2^{16}} = 0,0076293945 \frac{\frac{\text{graus}}{\text{s}}}{\text{bit}} \quad (4.2)$$

$$\text{dadosAcelerometro} = \frac{4 \text{ g}}{2^{16}} = 0,00006103515625 \frac{\text{g}}{\text{bit}} \quad (4.3)$$

Durante testes estáticos com a definição da inclinação dos eixos utilizando somente um acelerômetro, verifica-se uma boa linearidade deste para ângulos até 40° , o que atende ao

projeto uma vez que a estabilidade deverá ser trabalhada até o máximo de 30°. Um ensaio feito sobre esta questão é apresentado na Figura 21.

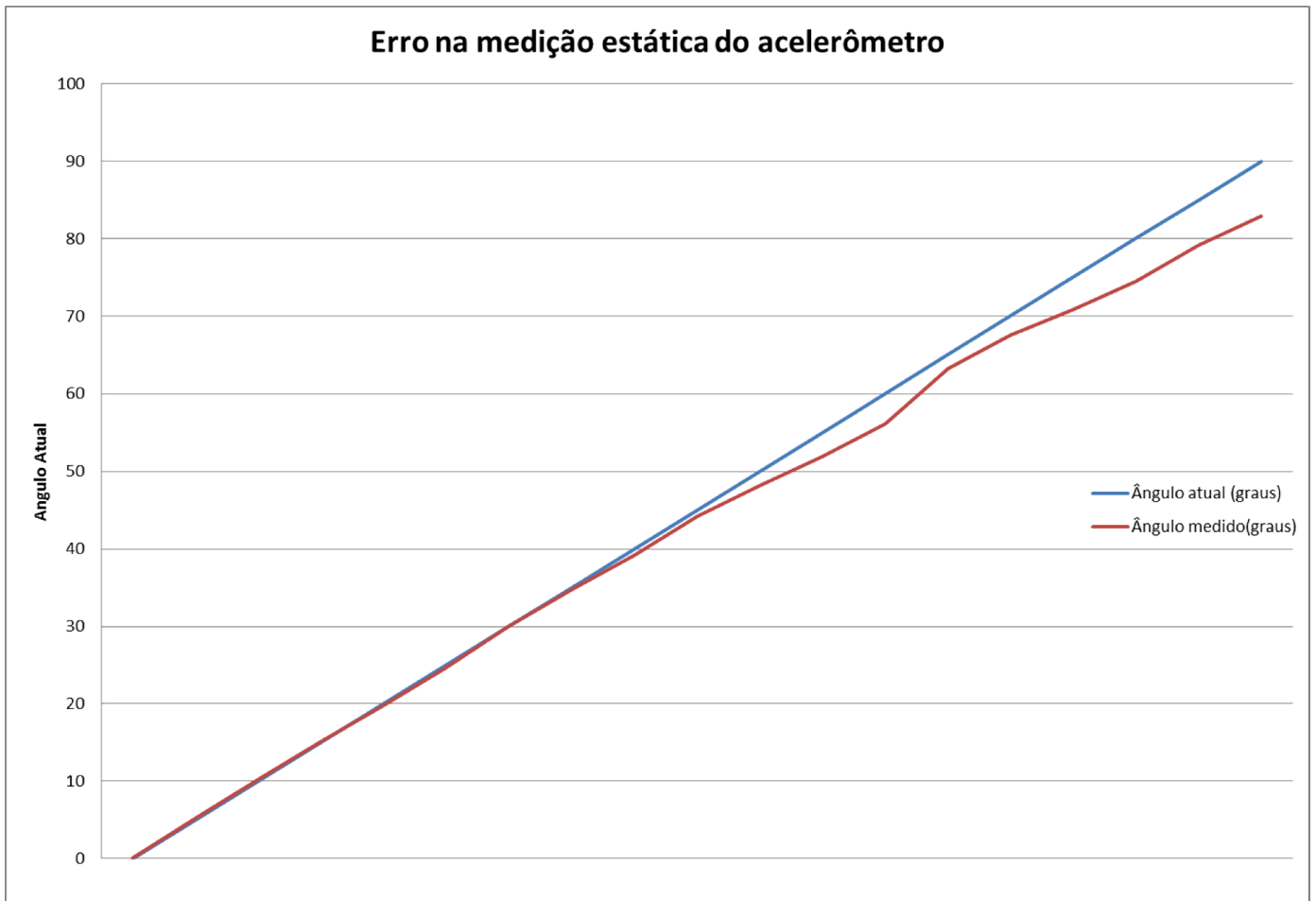


Figura 21 – Erro na medição da inclinação através do acelerômetro

No entanto, verifica-se ainda outro problema para a utilização deste tipo de medição no quadrotor. Quando o sistema é posto em funcionamento, a vibração ocasionada pelos motores sob a placa de medição é captada pelo acelerômetro, o que faz com que a medição seja submetida a altas taxas de ruídos, conforme visto na Figura 22.

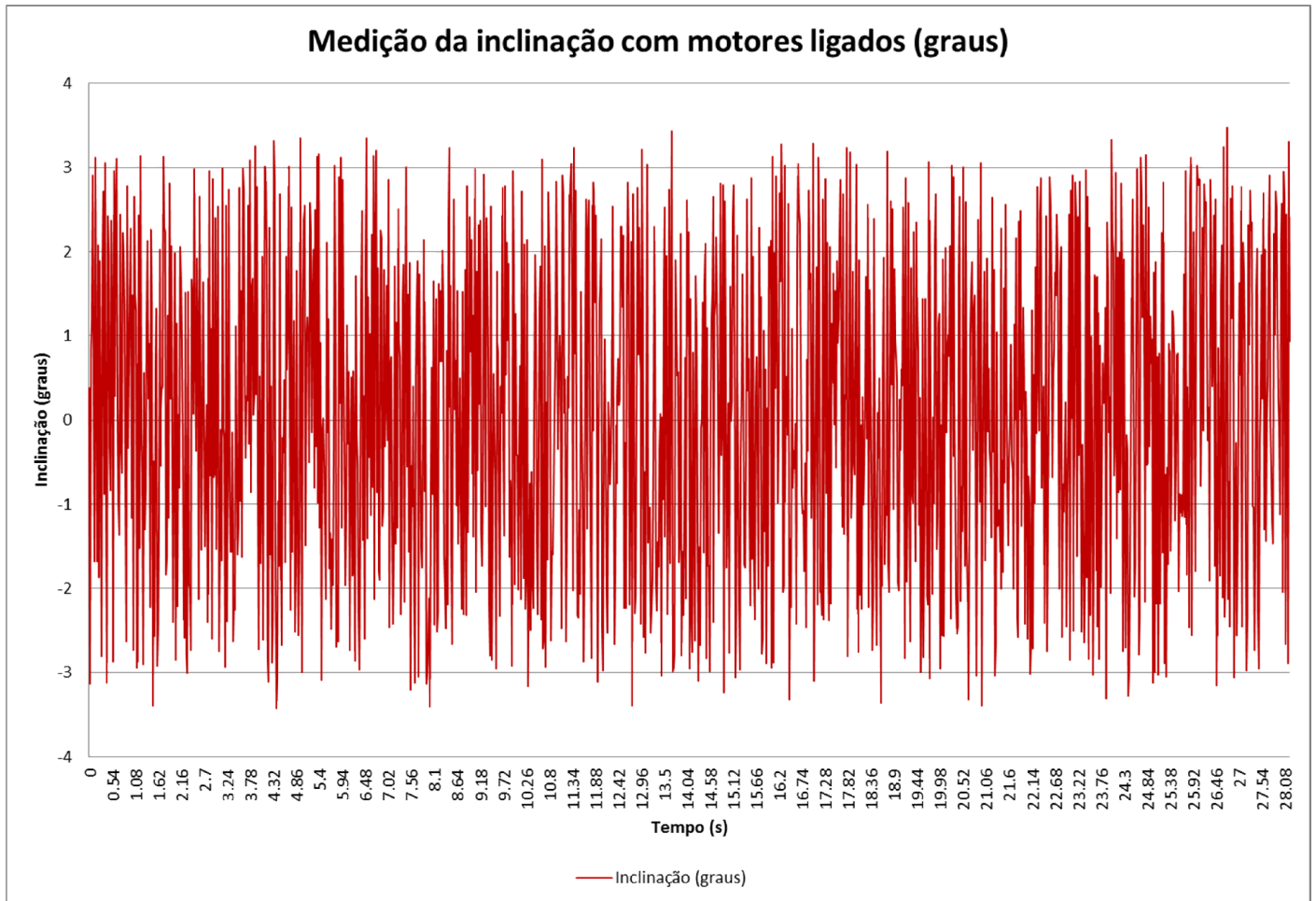


Figura 22 – Medição do ângulo do quadrotor no repouso com motores ligados

É evidenciado assim que a utilização somente do acelerômetro para medição da inclinação do quadrotor não será adequada, visto que o ruído afeta diretamente o sistema de controle, e assim uma técnica de filtro é necessária. É válido ressaltar que o sensor já conta com um filtro passa-baixa de fábrica, que pode ser configurado para algumas frequências de corte, e neste caso está configurada para frequência de corte de 10Hz.

4.2.3 Tratamento dos sinais da IMU

Existem algumas técnicas de filtro de sinais para este tipo de situação, no entanto verificando a solução apontada pelos artigos de quadrotor estudados, a maioria destes utiliza a fusão entre acelerômetro e giroscópio utilizando filtro de Kalman, e por isso o projeto do filtro segue neste sentido. É possível desenvolver uma dissertação completa detalhando todas as características de um projeto de filtro de Kalman, no entanto para não desviar o foco deste trabalho é feita uma breve apresentação de filtro de Kalman de acordo com pesquisas encontradas em Sayed (2008), e em seguida é apresentada a solução encontrada.

O filtro de Kalman é conhecido por ser um filtro estatístico, onde se ponderam algumas características dos sensores utilizados e procura-se prever o resultado que deve ser obtido, comparando o resultado efetivamente obtido com o estimado e assim atribuindo pesos, que são transformados em ganhos para assim definir o valor a ser utilizado, que pode ser parcialmente o valor medido e parcialmente o valor estimado. Em seguida é apresentada a solução encontrada.

O estado do sistema em um determinado momento k é definido por:

$$Mx_k = MF_{x_{k-1}} + MB_{u_k} + w_k \quad (4.4)$$

Onde:

Mx_k é a matriz de estados dada por:

$$Mx_k = \begin{bmatrix} \theta_{\text{Kalman}} \\ \dot{\theta}_{\text{Kalman}_b} \end{bmatrix}_k \quad (4.5)$$

Sendo que θ_{Kalman} é a inclinação de saída e $\dot{\theta}_{\text{Kalman}_b}$ é a velocidade angular ajustada.

MF é a matriz de transição do modelo, a ser aplicada ao estado anterior, dada por:

$$MF = \begin{bmatrix} 1 & -\Delta t \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

$\dot{\theta}_k$ é a entrada velocidade angular do quadrotor no momento k , que para o projeto em questão é a entrada do giroscópio no momento k , atual.

MB é a matriz do modelo da entrada de controle, definida como:

$$MB = \begin{bmatrix} \Delta t \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

w_k é o ruído do processo. Para o correto funcionamento desta técnica, este ruído deve possuir uma distribuição gaussiana e ter sua média igual à zero. O ruído em verificado neste projeto, como a maioria dos ruídos, é desta natureza. Assim, a variável w_k é definida como:

$$w_k \sim N(0, MQ_k) \quad (4.8)$$

Onde MQ_k é a matriz de covariância do ruído do processo, e para este caso a matriz de covariância do estado estimado do acelerômetro e do ajuste. Para este caso é considerado a estimativa do ajuste e do acelerômetro independentes, assim sendo a matriz final é definida por:

$$MQ_k = \begin{bmatrix} Q_\theta & -\Delta t \\ 0 & Q_{\theta_b} \end{bmatrix} \Delta t \quad (4.9)$$

É verificada a consistência desta equação uma vez que a matriz de covariância Q_k depende do tempo atual k , e assim a variação do acelerômetro Q_θ e do ajuste Q_{θ_b} serão multiplicados pelo tempo, e assim sendo quanto maior o intervalo de tempo de processamento para esta função, maior será o valor do ruído do processo.

O valor efetivamente medido pelo sensor é definido como:

$$z_k = MH_{x_{k-1}} + v_k \quad (4.10)$$

Onde a matriz MH , identificada como matriz de observação e é utilizada para mapear o verdadeiro estado no espaço observado. Como o verdadeiro estado da variável não pode ser observado e a medição obtida é apenas a medição do acelerômetro, a matriz MH é dada por:

$$MH = [1 \quad 0] \quad (4.11)$$

O ruído da medição v_k deve ter distribuição Gaussiana com média zero e com covariância R , assim:

$$v_k \sim N(0, R) \quad (4.12)$$

Porém, como R não é uma matriz, o ruído de medição é idêntico à variação da medição quando a covariância da mesma variável é igual à sua variação. Assim é possível definir R como:

$$R = E[v_k \quad v_k^T] = \text{var}(v_k) \quad (4.13)$$

Assumindo que o ruído medido é independente do instante de medição k , tem-se que:

$$\text{var}(v_k) = \text{var}(v) \quad (4.14)$$

Observa-se que no caso de medição do ruído ser muito grande, o filtro tende a responder mais lentamente devido a este estar considerando menos novas medições, bem como no caso de este ruído ser muito baixo, o valor medido pode apresentar aumentar excessivamente o seu valor a partir do momento em que é dado maior crédito as medições feitas pelo acelerômetro. Existem algumas maneiras de obter o valor dos parâmetros de Q_θ , $Q_{\dot{\theta}_b}$ e $\text{var}(v)$, no entanto serão utilizados valores verificados por outras implementações desta estratégia de fusão de sensores para analisar os resultados obtidos.

A partir destas definições, são feitas equações para efetivamente estimar o verdadeiro estado do sistema no tempo atual k . A equação (4.15) tem por objetivo a tentativa de prever o estado atual do sistema e a matriz de covariância de erro:

$$x = MF_{x_{k-1}} + MB\dot{\theta}_k \quad (4.15)$$

Em seguida, estima-se a matriz de covariância do erro P , baseada no estado anterior desta mesma matriz, da seguinte forma:

$$MP = MFP_{k-1}MF^T + MQ_k \quad (4.16)$$

Esta matriz é utilizada para estimar o quanto se confia no atual valor estimado do estado. Quando menor este valor, maior a confiança na estimativa feita. A matriz de covariância do erro P para o caso em questão é definida como:

$$MP = \begin{bmatrix} P_{00} & P_{01} \\ P_{10} & P_{11} \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

Em seguida, deve ser verificada a diferença entre a medição z_k e a estimativa. Esta verificação é também conhecida como inovação.

$$y_k = z_k - MH_x \quad (4.18)$$

A matriz de observação H_x é utilizada para mapear o estado atual da variável no espaço de observação. Assim, a inovação y_k não é uma matriz.

$$y_k = [y]_k \quad (4.19)$$

O próximo passo é o cálculo da covariância de inovação, da seguinte forma:

$$MS_k = MH MP MH^T + MR \quad (4.20)$$

O objetivo do cálculo da covariância de inovação é a tentativa de prever o quanto se deve confiar na nova medição, com base na matriz de covariância do erro MP e da matriz de covariância da medição MR. O modelo de observação H é utilizado para mapear a matriz P no espaço observado. Para o caso em questão, S não é uma matriz.

Prosseguindo, é calculado o ganho de Kalman K, utilizado para indicar o quanto se pode confiar na inovação S.

$$K_k = MP MH^T MS_k^{-1} \quad (4.21)$$

Observa-se que, no caso de não se confiar muito na inovação, MS será um valor alto, e se confiarmos na estimativa feita, a matriz de covariância do erro P será um valor pequeno, e assim o ganho de Kalman K será também pequeno. O oposto também é válido.

Analisando o parâmetro MH^T é possível verificar que este ponto é utilizado para mapear o estado da matriz de covariância de erro P no espaço observado. Para casos em que o valor inicial do estado é desconhecido, ajusta-se a matriz de covariância do erro P para:

$$MP = \begin{bmatrix} G & 0 \\ 0 & G \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

Sendo G um valor muito grande.

Para o caso de fusão de sensores acelerômetro e giroscópio, a matriz MK é dada por:

$$MK = \begin{bmatrix} K_0 \\ K_1 \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

Desta forma, é possível verificar a estimativa do estado atual como:

$$x_k = x + K_k y_k \quad (4.24)$$

Sendo x_k o valor efetivamente utilizado da variável filtrada. Após isto, resta apenas à atualização da matriz de covariância do erro, como segue:

$$MP_k = (MI + K_k H)P \quad (4.25)$$

Onde MI é uma matriz identidade 2×2 .

O trecho do programa onde é desenvolvido o filtro de Kalman está apresentado na Figura 23.

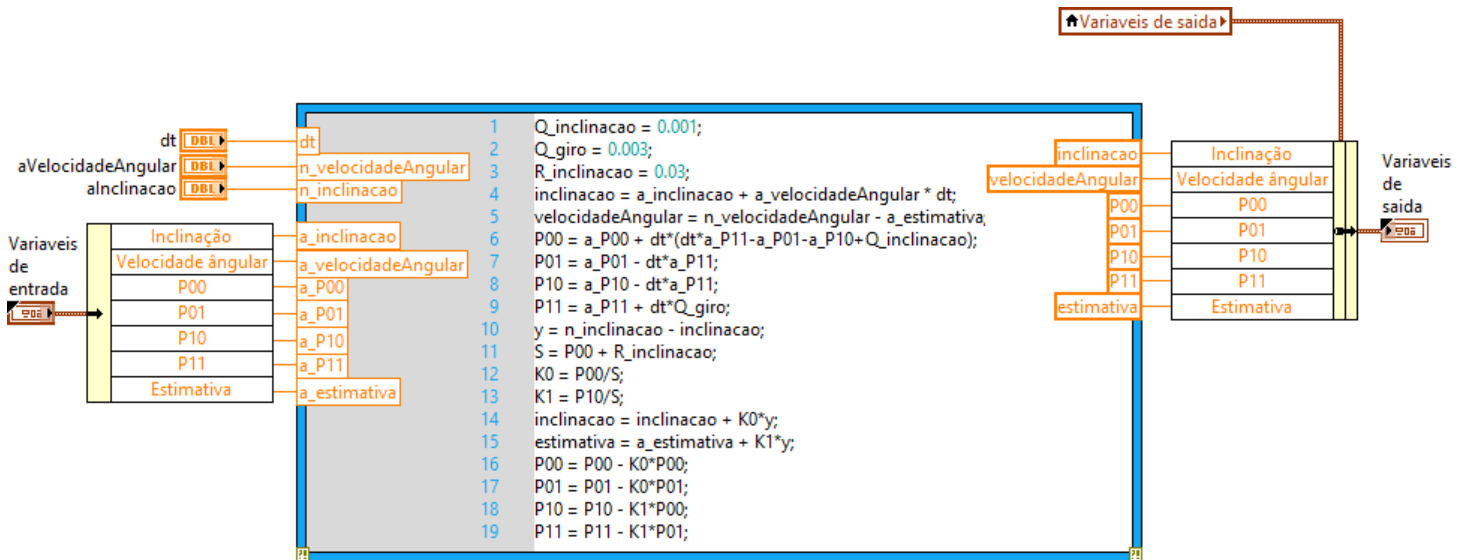


Figura 23 – Implementação do filtro de Kalman no programa LabVIEW®

Com o programa escrito, deseja-se verificar o correto funcionamento do filtro. O sistema de teste é o mesmo apresentado anteriormente, ligado os motores do quadrotor e verificando o valor do acelerômetro. A Figura 24 mostra o resultado do teste.

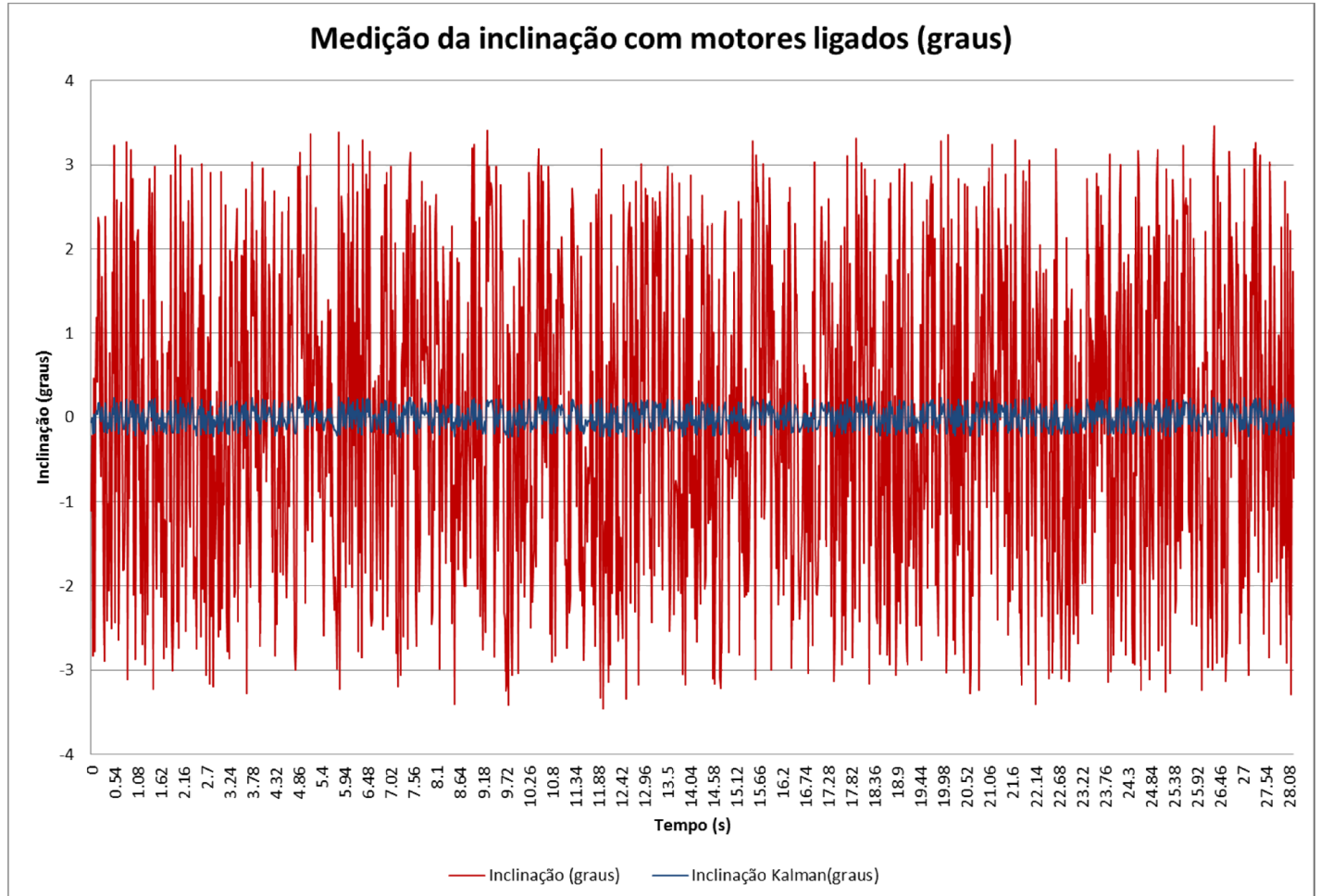


Figura 24 – Teste do filtro de Kalman com os motores ligados

É possível assim o controle do quadrotor através do ângulo obtido com o filtro de Kalman.

4.3 Controlador *Fuzzy*

O controle através de lógica *fuzzy* oferece grande vantagem comparada a outros sistemas que dependem em grande parte de um modelo matemático muito próximo ao comportamento dinâmico do sistema a ser controlado, em especial quando o sistema de controle apresenta não linearidades que devem ser levadas em conta para a estabilização do sistema.

O desenvolvimento de controladores *fuzzy* geralmente pode ser feito de forma intuitiva, com base no bom conhecimento do sistema a ser controlado. Este conhecimento

normalmente é obtido de forma independente ao modelo matemático, levando em conta somente a observação do sistema e identificando suas variáveis. Este tipo de desenvolvimento se compara a, por exemplo, o desenvolvimento do ser humano ao aprender a caminhar, quando uma criança desenvolve intuitivamente a habilidade de se manter em pé através da tentativa e erro, aprendendo com suas falhas, sem a necessidade da compreensão do sistema dinâmico do corpo humano. Assim, o controle por lógica *fuzzy* se assemelha a este tipo de desenvolvimento intuitivo de controle, de forma independente a modelos matemáticos complexos.

4.3.1 Algoritmo de controle

O quadrotor é um sistema que se mantém em voo através de quatro atuadores, sendo estes propulsores que controlam os seus seis graus de liberdade. O sistema de controle a ser desenvolvido neste trabalho tem por objetivo o controle da estabilidade do quadrotor, assim controlando a sua inclinação de forma a manter os ângulos X e Y o mais próximo de zero possível.

Conforme verificado na estrutura do sistema, o controle será feito através de um sinal PWM que é enviado ao ESC que controla o nível e o chaveamento de tensão de entrada do motor. Assim, o sinal de controle da saída do controlador é o índice de modulação do sinal PWM a ser entregue ao ESC, e será nomeado como PWM_j , sendo “j” o numero do motor a ser controlado. Assim, se obtém a seguinte equação de controle:

$$T_m = K_m * PWM_j \quad (4.26)$$

Sendo K_m a variável de ganho do motor. Assim, o controle de cada sinal PWM é descrito por:

$$\begin{bmatrix} PWM_x \\ PWM_y \end{bmatrix} = G * \begin{bmatrix} T \\ \tau_x \\ \tau_y \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

E a função G é descrita por:

$$G = \begin{bmatrix} K_m & K_m \\ 0 & -l * K_m \\ -l * K_m & 0 \end{bmatrix}^{-1} \quad (4.28)$$

Através das equações (4.27) e (4.28) é possível ter um entendimento de como será feito o controle da estabilidade do quadrotor, descrevendo de forma indireta a contribuição de cada motor para o empuxo total gerado pelo quadrotor. Dois controladores *fuzzy* são

designados para o controle da inclinação em torno dos eixos X e Y, descritos como FUZ_x e FUZ_y , e um controlador complementar denominado FUZ_z também é desenvolvido de forma a controlar a rotação em torno do eixo Z. As entradas destes controladores são respectivamente a inclinação em torno do eixo a ser controlado e a velocidade angular em torno deste mesmo eixo. Assim, sendo PWM_x o sinal de controle para o eixo X e PWM_y o sinal de controle para o eixo Y:

$$PWM_x = FUZ_x(\dot{\theta}_x ; \theta_x)_{-1} - FUZ_z(\dot{\theta}_z ; \theta_z)_{-1}$$

$$PWM_y = FUZ_y(\dot{\theta}_y ; \theta_y)_{-1} + FUZ_z(\dot{\theta}_z ; \theta_z)_{-1} \quad (4.29)$$

Sendo que o índice “-1” denomina que as variáveis foram medidas em uma etapa anterior no controlador. Assim, a malha de controle do sistema é apresentada na Figura 25.

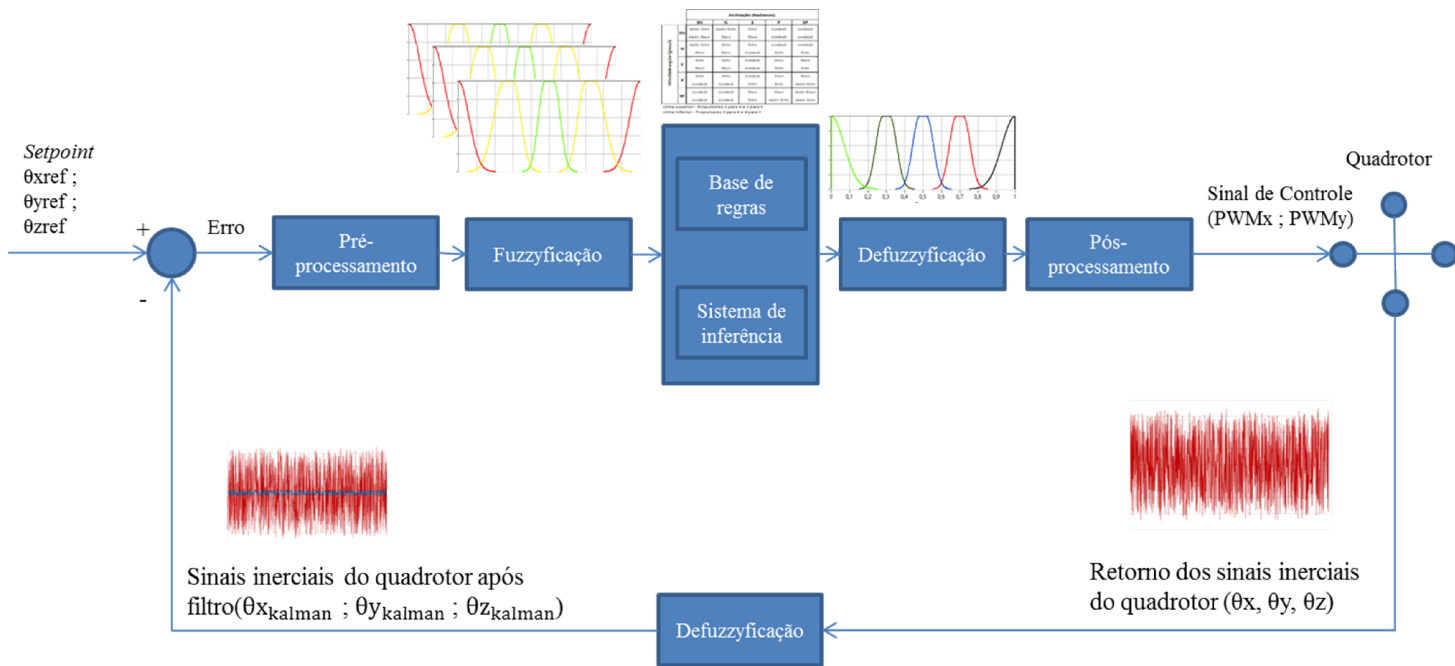


Figura 25- Malha de controle do sistema

O esquema de controle da inclinação dos ângulos X e Y conforme proposto é apresentado na Figura 26.

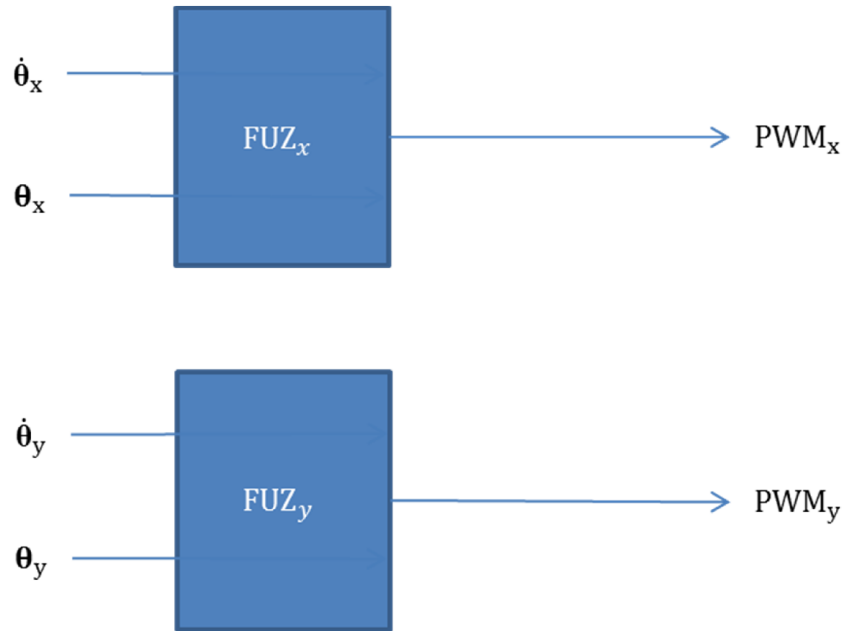


Figura 26 – Esquema de controle de inclinação

O sistema de fuzzyficação, após alguns ajustes é definido empiricamente, conforme as figuras a seguir:

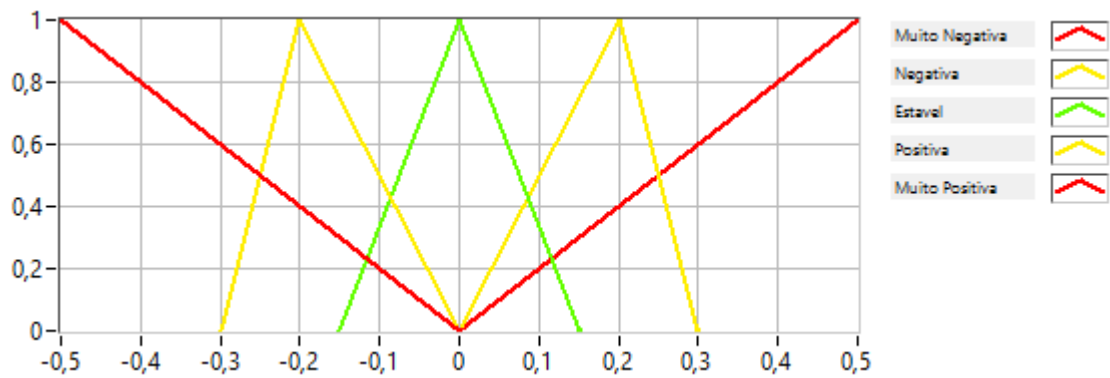


Figura 27 – Inclinação do ângulo de controle (radianos)

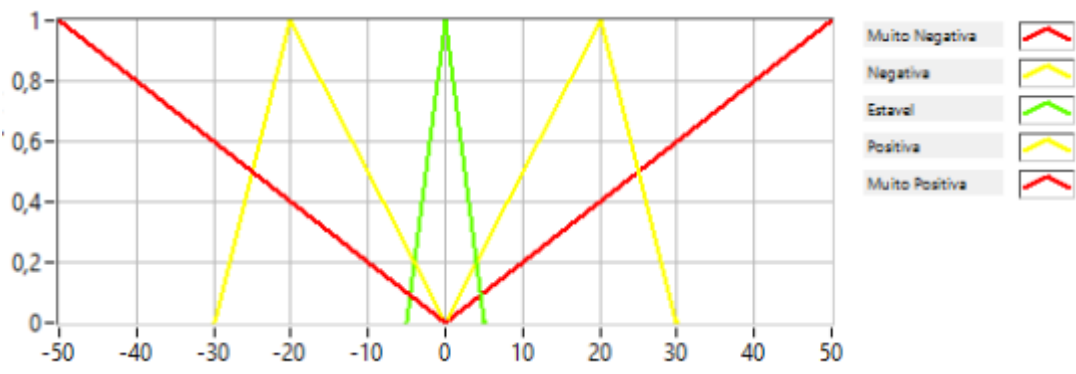


Figura 28 – Velocidade da inclinação do ângulo de controle $\left(\frac{\text{graus}}{s}\right)$

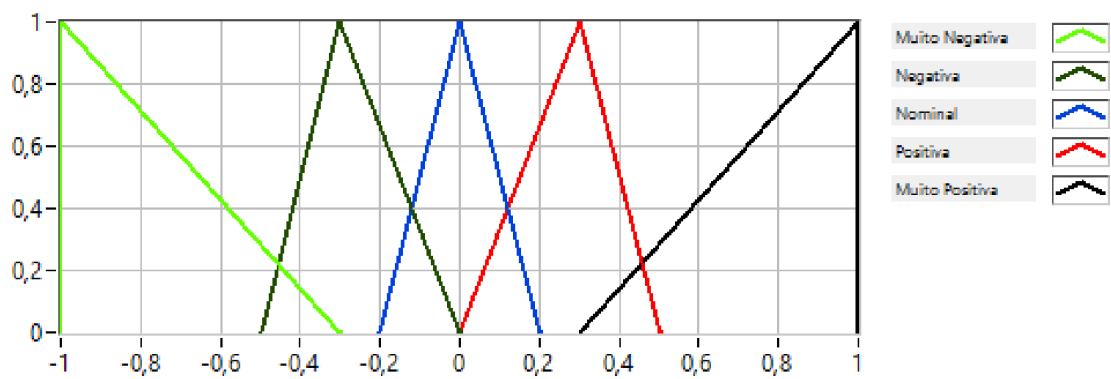


Figura 29 – Sinal de saída do controlador (índice de modulação PWM)

Sendo os níveis dos sistemas de entrada e saída os apresentados nas tabelas abaixo.

Função de pertinência	Modelo	Pontos
Muito Negativa	Triangular	-1 ; -0,5 ; 0
Negativa	Triangular	-0,3 ; -0,2 ; 0
Estável	Triangular	-0,15 ; 0 ; 0,15
Positiva	Triangular	0 ; 0,2 ; 0,3
Muito Positiva	Triangular	0 ; 0,5 ; 1

Tabela 2 – Fuzzyficação da entrada inclinação angular (radianos)

Função de pertinência	Modelo	Pontos
Muito Negativa	Triangular	-100 ; -50 ; 0
Negativa	Triangular	-30 ; -20 ; 0
Estável	Triangular	-5 ; 0 ; 5
Positiva	Triangular	0 ; 20 ; 30
Muito Positiva	Triangular	0 ; 50 ; 100

Tabela 3 – Fuzzyficação da entrada velocidade angular (graus/s)

Função de pertinência	Modelo	Pontos
Muito Negativa	Triangular	-1 ; -1 ; -0,3
Negativa	Triangular	-0,5 ; -0,3 ; 0
Nominal	Triangular	-0,2 ; 0 ; 0,2
Positiva	Triangular	0 ; 0,3 ; 0,5
Muito Positiva	Triangular	0,3 ; 1 ; 1

Tabela 4 – Variável de saída do sistema (índice de modulação)

As variáveis de saída é o índice de modulação dos dois propulsores que controlam o eixo de interesse, assim o sistema de regras é apresentado na Tabela 5.

		Inclinação				
		MN	N	E	P	MP
Velocidade Angular	MN	Muito Positivo	Muito Positivo	Positivo	Positivo	Nominal
	N	Muito Positivo	Positivo	Positivo	Nominal	Negativo
	E	Positivo	Positivo	Nominal	Negativo	Negativo
	A	Positivo	Nominal	Negativo	Negativo	Muito Negativo
	MP	Nominal	Negativo	Negativo	Muito Negativo	Muito Negativo

Tabela 5 – Regras do controlador *fuzzy*

A partir da descrição do controlador *fuzzy* apresentada, a superfície de controle resultante é apresentada na Figura 30.

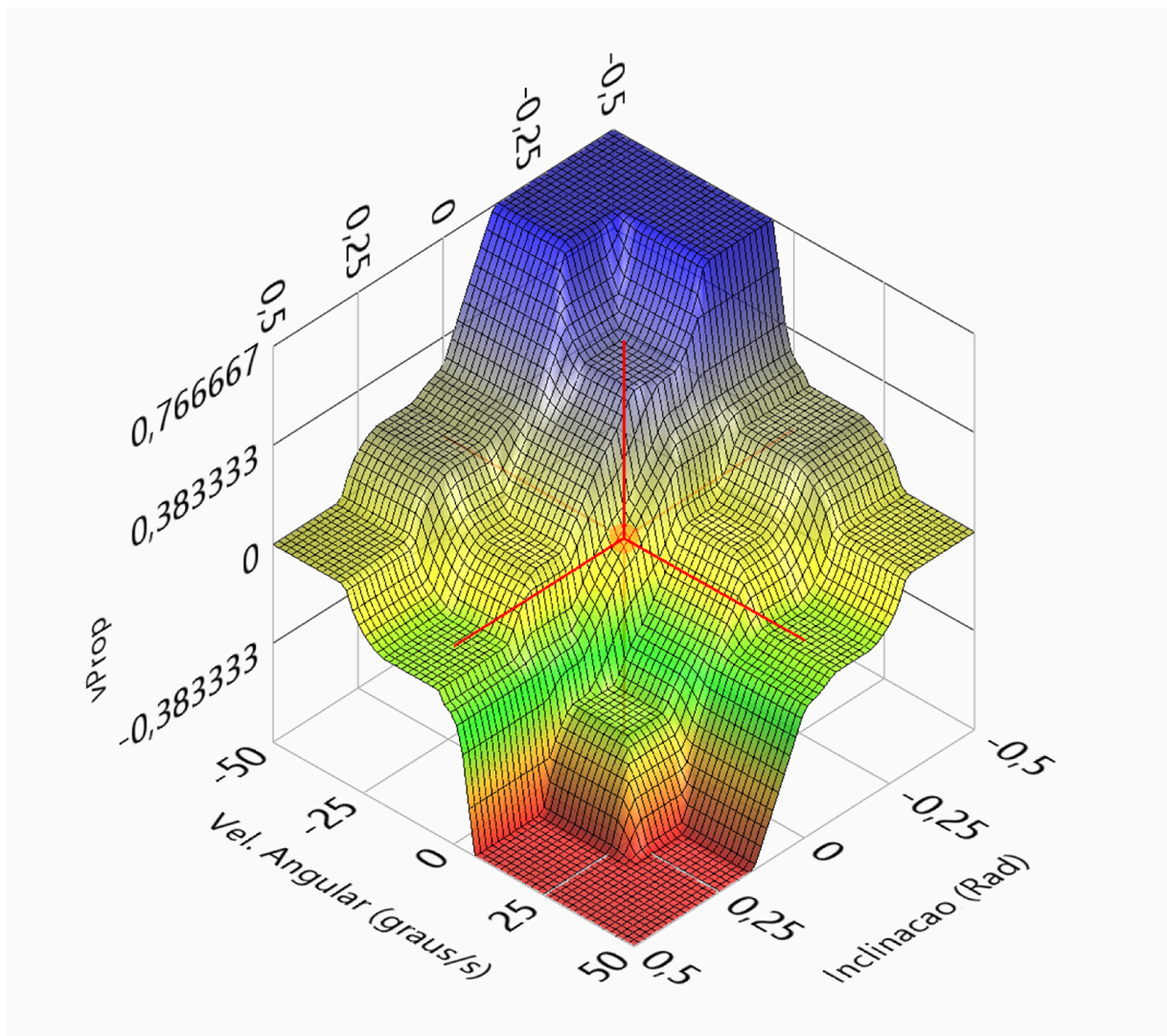


Figura 30 – Superfície de controle

De forma a tornar o sistema modular, o controlador é inserido no sistema em conjunto com um bloco de pré-processamento e pós-processamento, que remove da função do controle alguns parâmetros do sistema como *offset* para manter o quadrotor estável no ar e o ajuste e distribuição de entradas.

O sistema de pré-processamento efetua os cálculos de erro, que é a diferença entre o sinal verificado pelo sensor e o sinal de referência, e o cálculo da primeira derivada do erro, sendo este também lido pelo sensor através do giroscópio, e insere estas medições no controlador. O sistema de pós-processamento utiliza o sinal de saída do controlador e ajusta este ao ESC como segue:

$$\begin{aligned}
 PWM_1 &= \text{Saturação} (PWM_x + \text{offset}) \\
 PWM_2 &= \text{Saturação} (PWM_y + \text{offset}) \\
 PWM_3 &= \text{Saturação} (-PWM_x + \text{offset}) \\
 PWM_4 &= \text{Saturação} (-PWM_y + \text{offset})
 \end{aligned} \tag{4.29}$$

Sendo *offset* o ajuste do controle para balancear o peso do quadrotor e U_z o sinal de saída do controlador *fuzzy* do eixo Z para o motor {A}. Estes sinais somados ao sinal de controle são verificados em uma função Saturação de modo a ajustar o sinal ao nível máximo do sinal de controle a ser enviado ao ESC.

5 RESULTADOS

5.1 Simulações do sistema

A modelagem matemática apresentada e o controlador desenvolvido tem seu comportamento dinâmico simulado em um programa de simulação computacional. Para isto, é utilizado neste trabalho o programa disponibilizado pela National Instruments chamado LabVIEW®.

O painel principal desenvolvida é apresentado na Figura 31, onde é possível o ajuste dos parâmetros de simulação como período de decolagem e pouso, e distúrbios a serem impostos ao sistema.

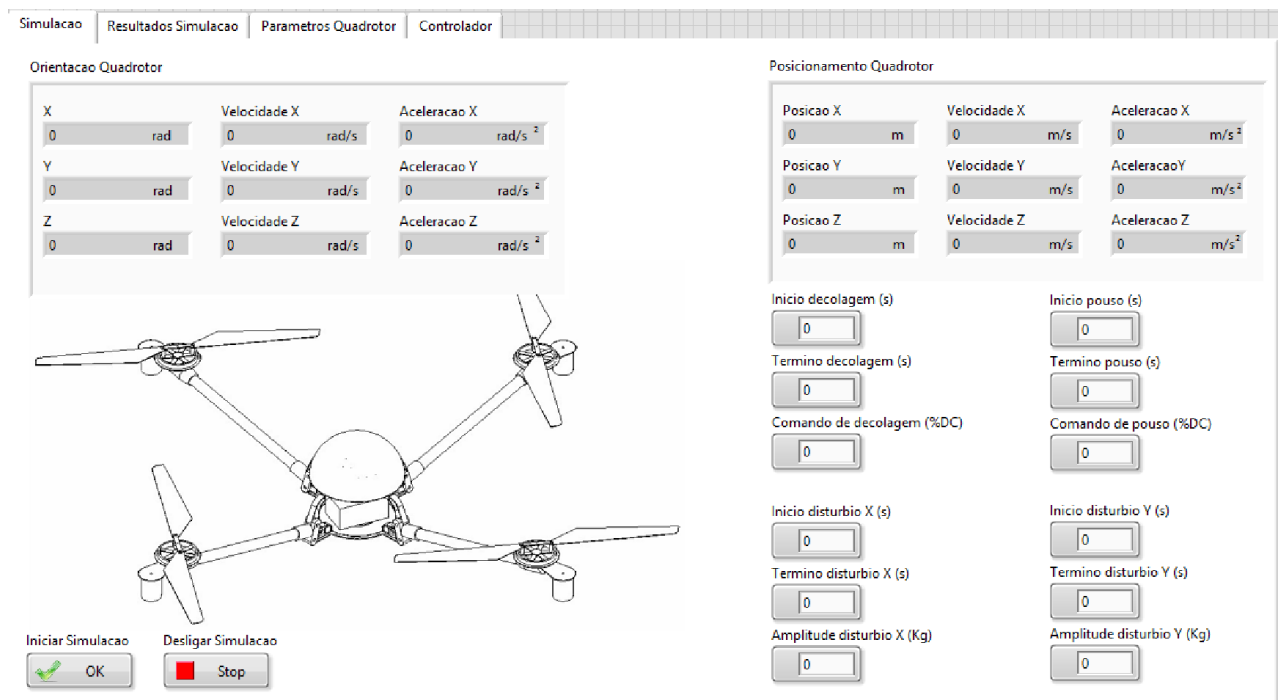


Figura 31 – Painel Principal do programa de Teste desenvolvido

Com o ambiente de simulação definido, são feitas as simulações com o intuito de verificar a estabilização do sistema. Para o teste com o quadrotor submetido a distúrbios, é simulado um distúrbio no eixo X equivalente a 0,30Kg entre o instante 1s e 1,5s, e no eixo Y equivalente a 0,20Kg entre os instantes 3s e 4s. Os resultados desta simulação são apresentados na Figura 32.

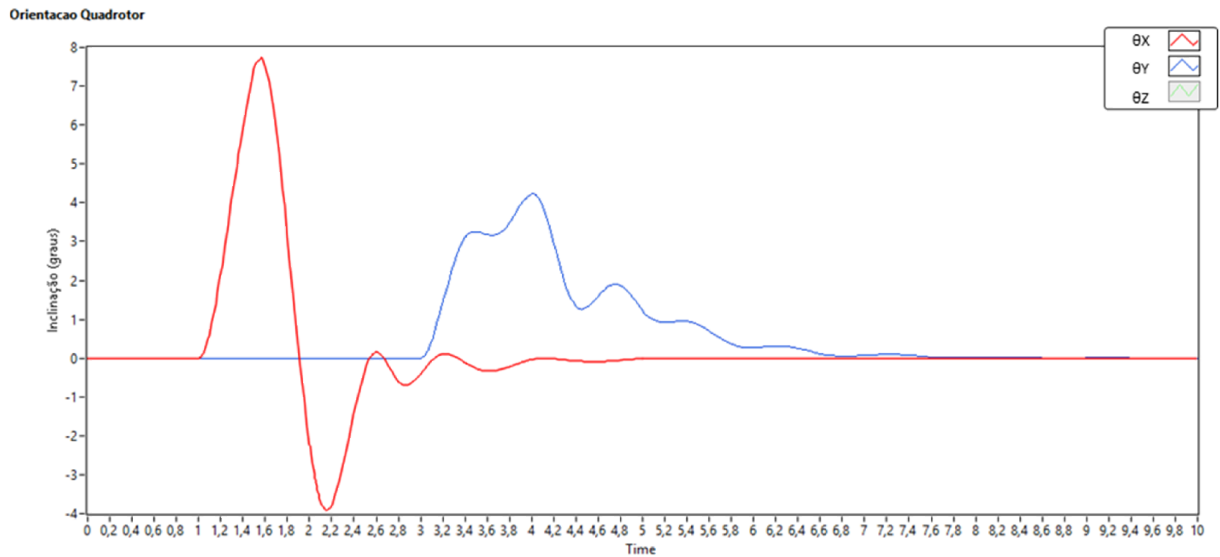


Figura 32 – Simulação do quadrotor quando submetido a distúrbios em um único eixo (experiência 1).

Verifica-se que o sistema se desequilibra até um pico máximo de aproximadamente $7,5^\circ$, se mantendo estável. O objetivo desta dissertação é somente o controle da estabilidade da inclinação em torno dos ângulos X e Y do quadrotor, assim o parâmetro de posicionamento do quadrotor não será levado em conta nesta simulação. O sinal de controle atuante no quadrotor é apresentado na Figura 33.

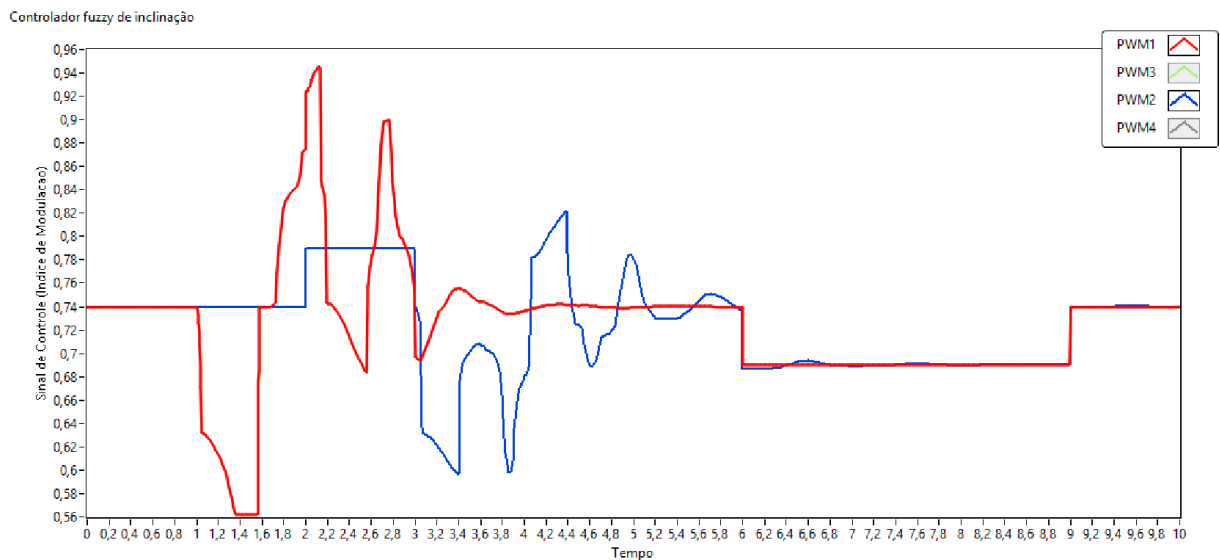


Figura 33 – Sinal de controle durante teste com distúrbios (experiência 1).

É verificado que o controlador não satura durante o teste, sendo que o máximo sinal de controle enviado é de aproximadamente 0,95. Este é um importante parâmetro verificado na simulação, pois certifica que os componentes selecionados podem ser utilizados para o controle do quadrotor. A curva de decolagem e pouso do quadrotor é apresentada na Figura 34.

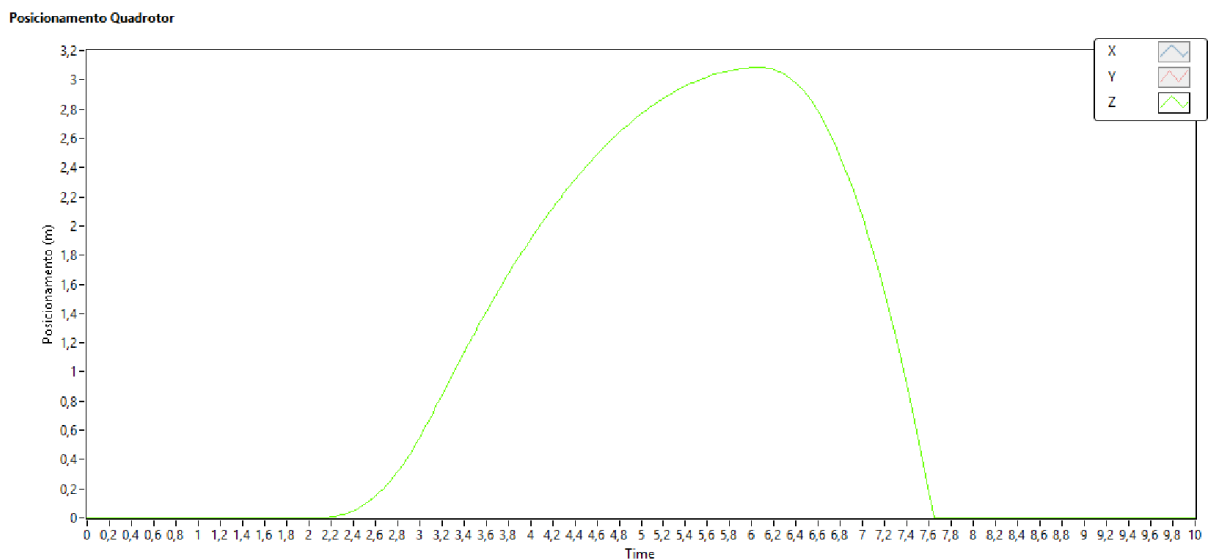


Figura 34 – Curva de decolagem e pouso do quadrotor (experiência 1).

Para a verificação da capacidade do quadrotor, é efetuado um ensaio aumentando a amplitude do distúrbio para 0,4Kg em ambos os eixos no sentido positivo. do eixo X e o outro no sentido positivo do eixo Y. O resultado desta simulação é apresentado na Figura 35.

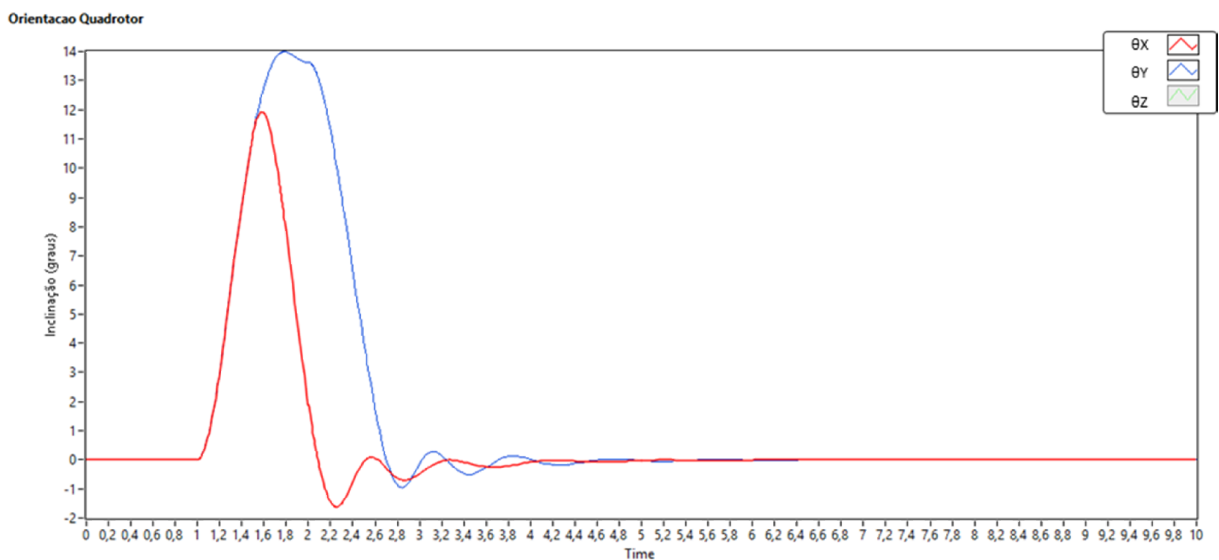


Figura 35 – Simulação do quadrotor quando submetido a distúrbios em um único eixo (experiência 2).

Verifica-se que o sistema se desequilibra até um pico máximo de aproximadamente 14° , se mantendo estável. A diferença da amplitude ocorre devido ao distúrbio presente no eixo Y ser imposto por maior tempo. O sinal de controle atuante no quadrotor é apresentado na Figura 36.

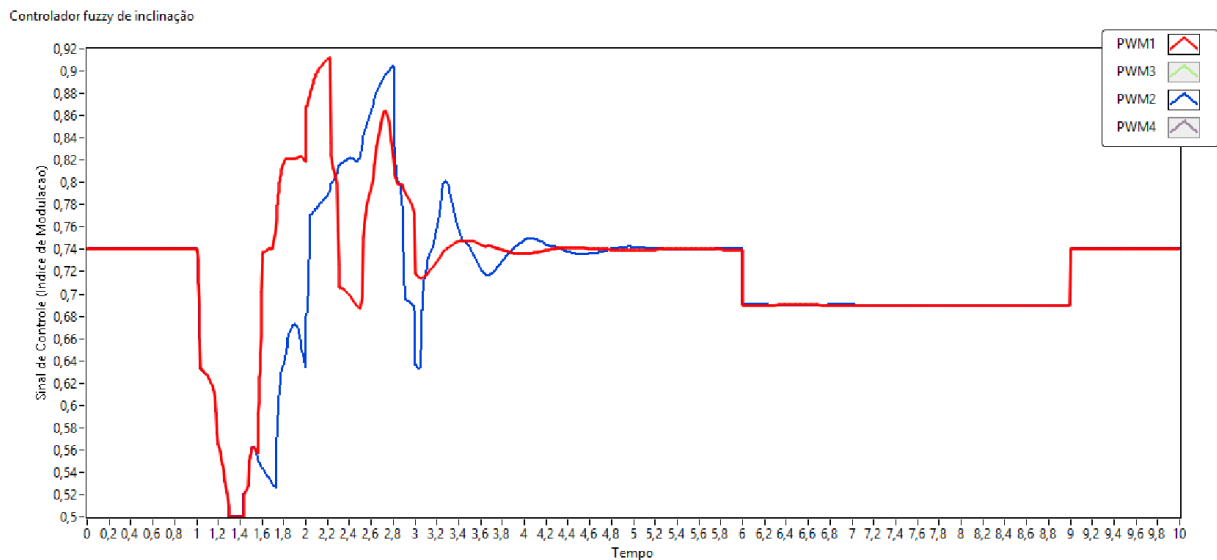


Figura 36 – Sinal de controle durante teste com distúrbios (experiência 2).

Para este caso é verificado uma saturação do controlador no sinal PWM1 em 0,5, o que é um caso não desejado. Ainda que seja observada a boa resposta do controlador, o estado de saturação do controlador é uma situação problemática por neste momento o comportamento do sistema não ser previsível. Com isto, se parametriza para este caso um distúrbio máximo de 0,3Kg conforme verificado na experiência 1.

Com o objetivo de verificar a resposta do sistema quando imposto a distúrbio constante, é efetuada a experiência 3, impondo um distúrbio de 0,1Kg para o eixo X entre 1 e 6 segundos, e -0,3Kg para o eixo Y entre 1 e 2 segundos. Os resultados desta simulação são apresentados na Figura 37.

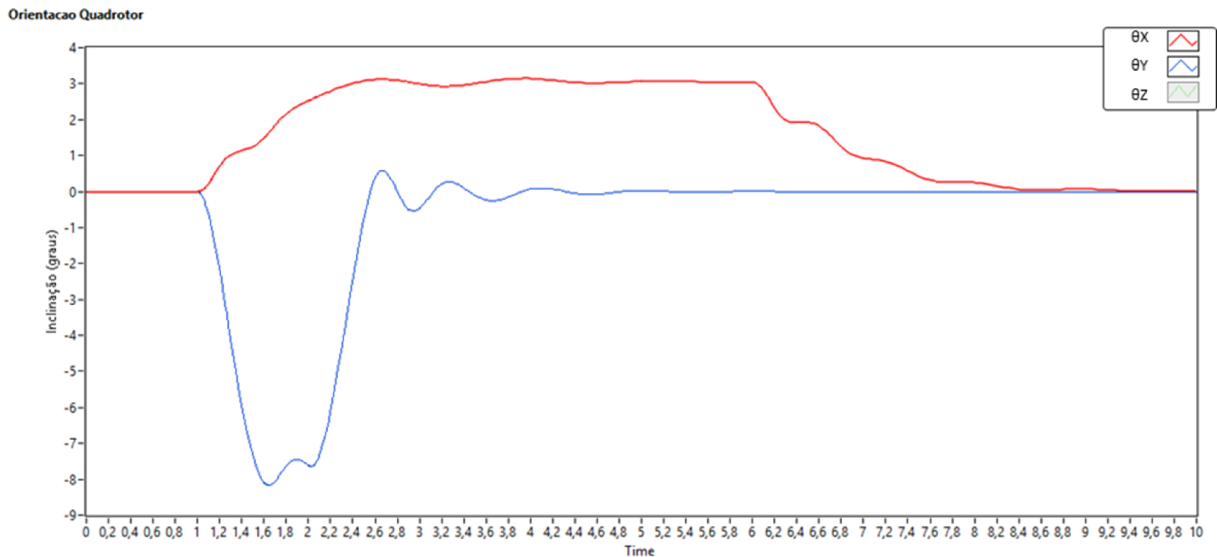


Figura 37 – Simulação do quadrotor quando submetido a distúrbios em um único eixo (experiência 3).

Para este caso, é verificado um erro constante na inclinação do eixo X. Esta resposta é esperada uma vez que o controlador não possui características adaptativas. A resposta do controlador é apresentada na Figura 38.

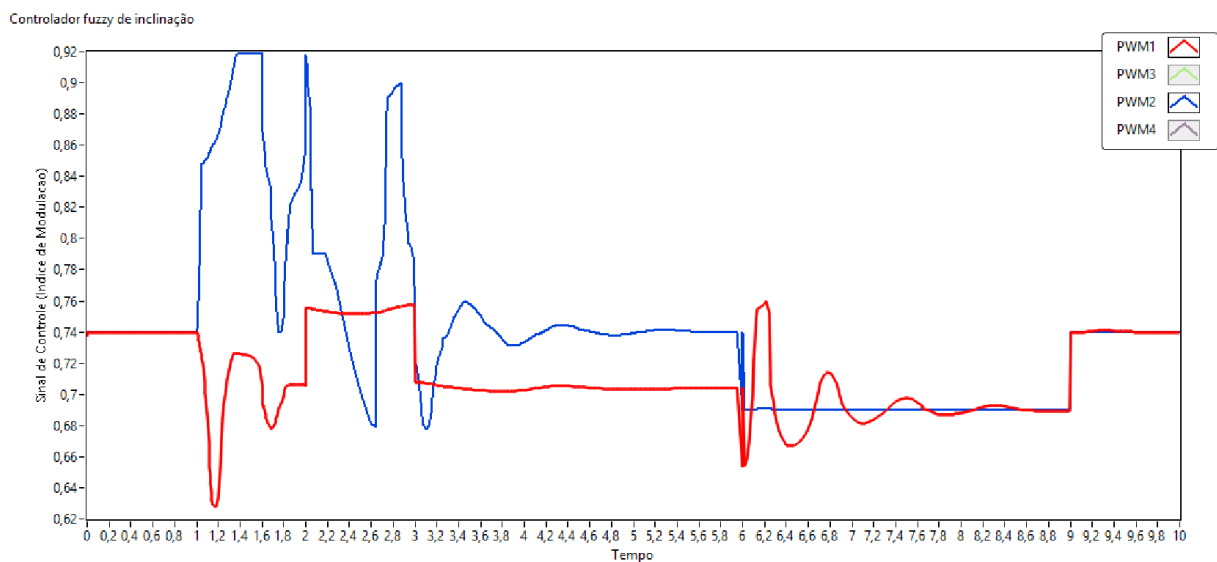


Figura 38 – Sinal de controle durante teste com distúrbios (experiência 2).

É verificado através da resposta do controlador que o sistema não satura.

5.1 Teste prático

Para os ensaios práticos, é construído o quadrotor apresentado na Figura 39. O modelo completo têm as características registradas na Tabela 6.



Figura 39 – Quadrotor construído para testes

Tabela 6 – Características do quadrotor construído

Componente	Massa (kg)	Quantidade	Total (kg)
NI myRIO	0.193	1	0.193
Frame	0.480	1	0.480
Bateria	0.300	1	0.163
ESC	0.130	1	0.130
Propulsor	0.70	4	0.280
Total			1246

Conforme a proposta de estabilidade da inclinação do modelo, o ensaio efetuado consiste na decolagem e pouso do quadrotor, conforme simulações apresentadas. A Figura 40 e Figura 41 apresentam o resultado de dois ensaios sob o mesmo parâmetro de tempo de decolagem e pouso.

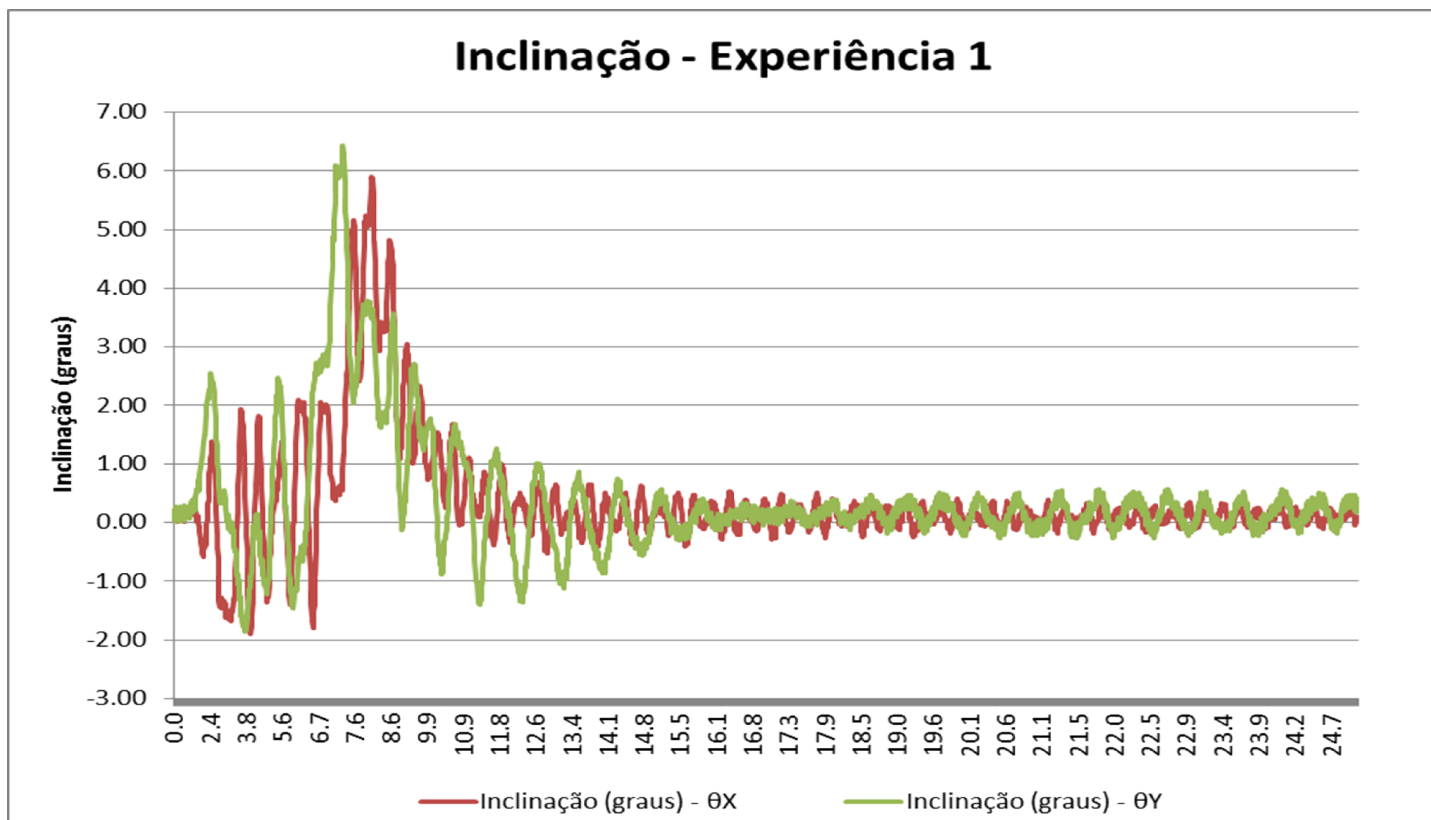


Figura 40 – Ensaio experimental do quadrotor (experiência 1)

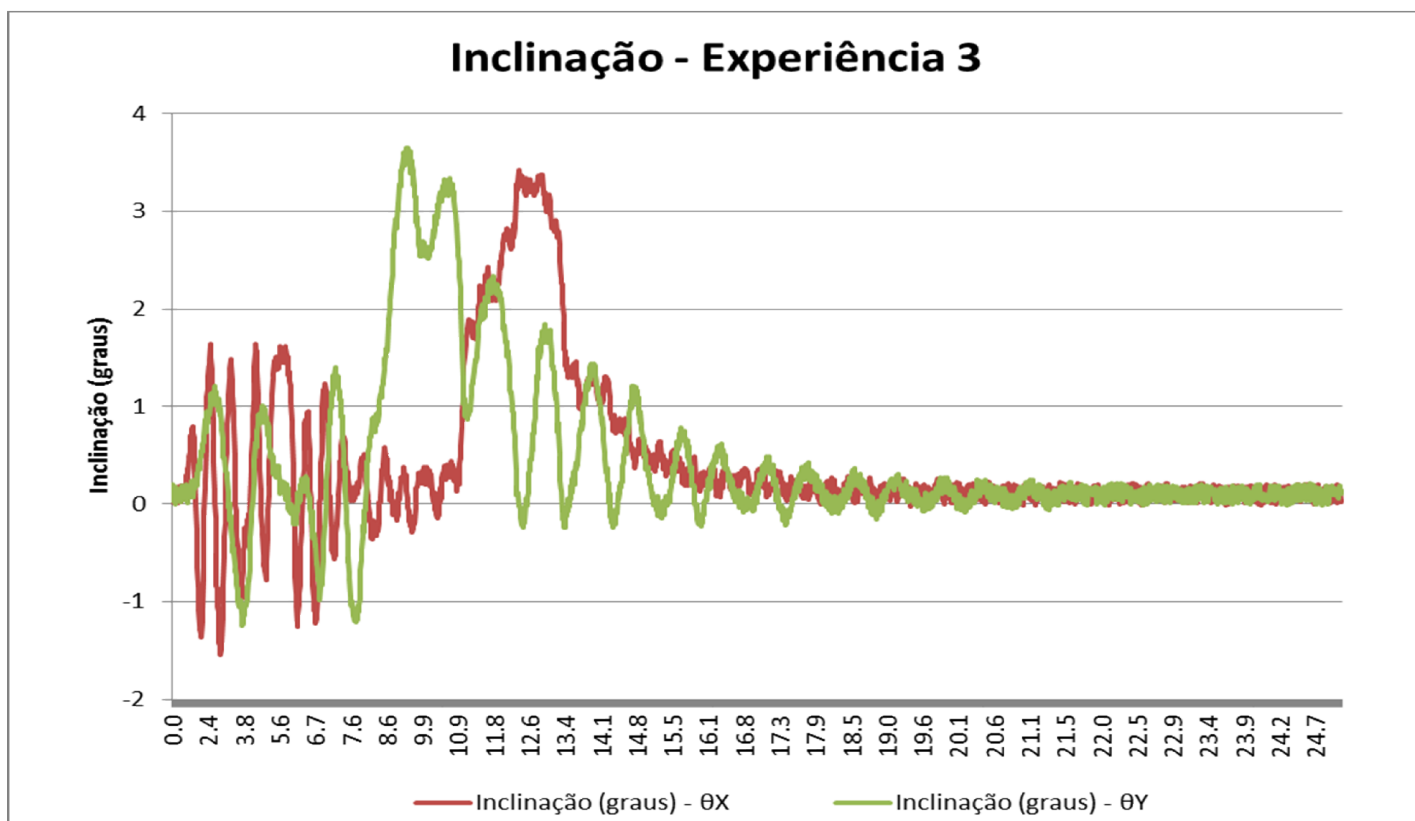


Figura 41 – Ensaio experimental do quadrotor (experiência 2)

É possível verificar que o quadrotor se mantém relativamente estável durante o processo de decolagem e pouso. No modelo da simulação existem algumas imperfeições uma vez que são assumidas diversas condições para simplificar alguns cálculos, o desbalanceamento da montagem mecânica do modelo explica a diferença dos resultados mesmo sob o mesmo parâmetro. A Figura 42e a Figura 43 apresentam o sinal de controle verificado para ambas as situações.

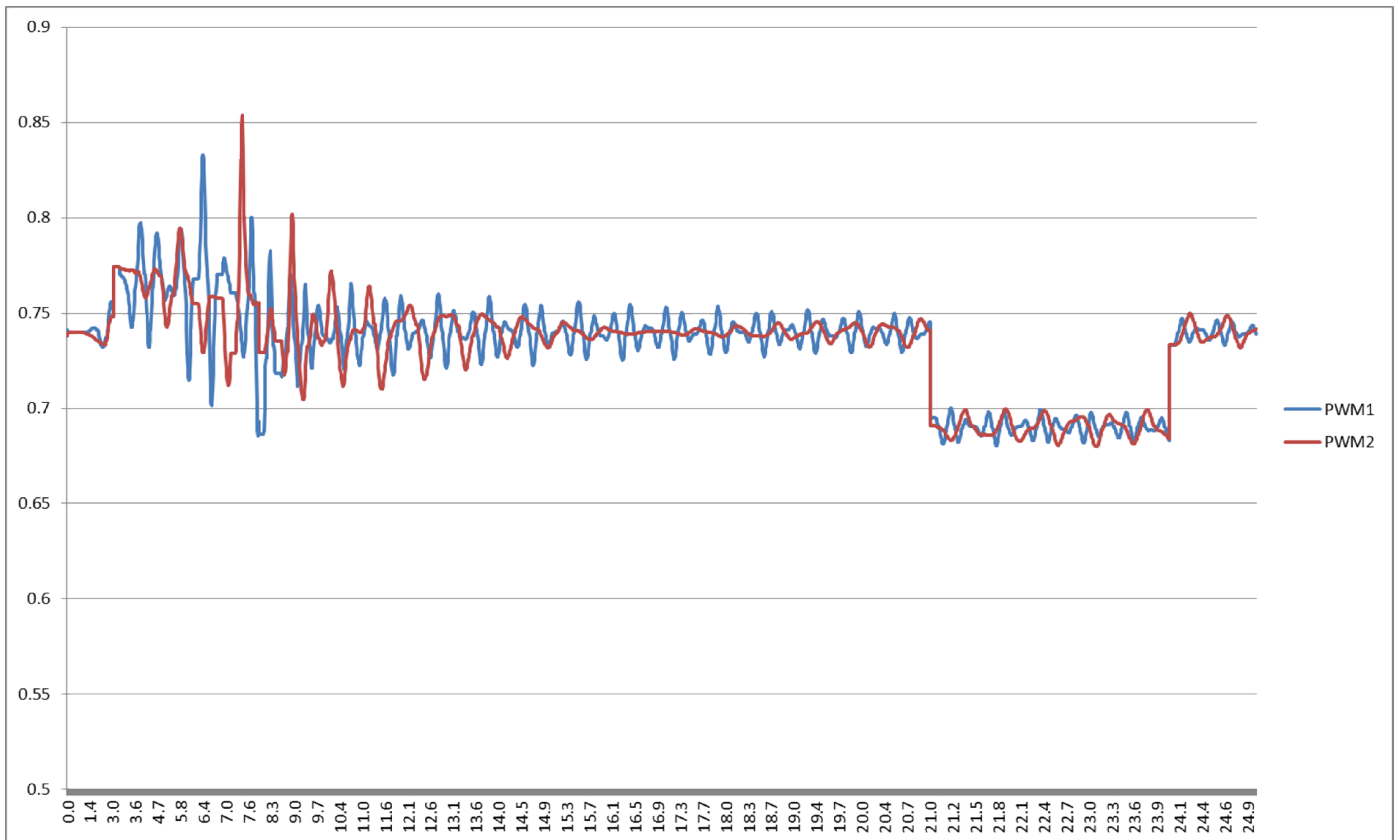


Figura 42 – Sinal de controle enviado ao quadrotor (experiência 1)

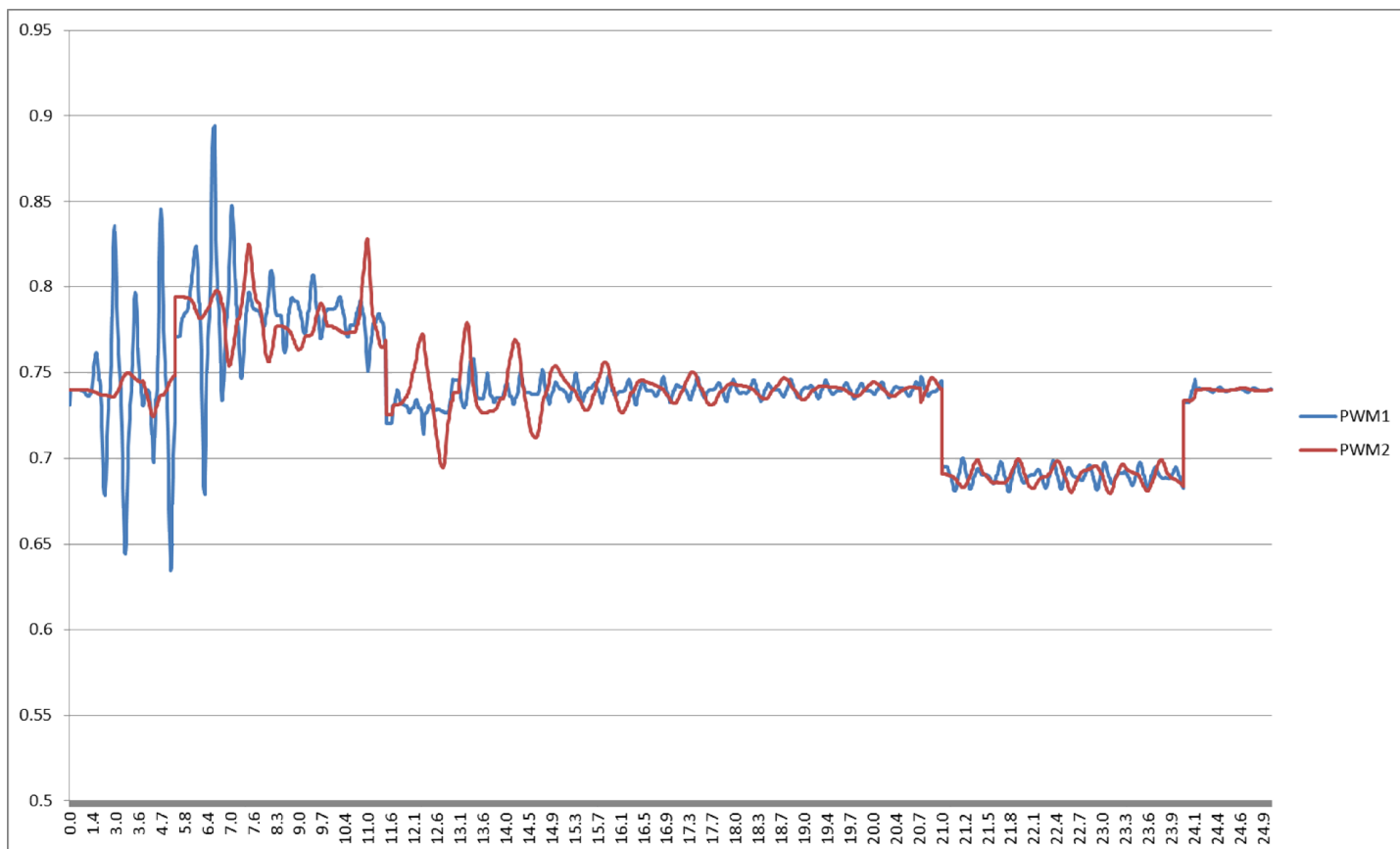


Figura 43 – Sinal de controle enviado ao quadrotor (experiência 2)

Verifica-se que o sinal de controle não satura em nenhum dos casos, o que mostra que a margem utilizada para controlar o quadrotor é adequada. Para este experimento não foi levantado a curva de decolagem e pouso do quadrotor.

6 CONCLUSÃO

O resultado das simulações apresentadas mostra o desempenho do controlador *fuzzy* na tarefa de controle do quadrotor. Apesar de apresentar uma oscilação em torno do ponto de estabilidade que é uma característica do ajuste do controlador, não há riscos na perda de estabilidade quando impostos distúrbios de até 0,25Kg ao sistema, conforme simulações efetuadas. Para aplicações práticas do controle em torno do eixo Z é necessária a utilização de um magnetômetro para medição da rotação. Este componente é sensível ao campo magnético produzido pelos motores (Kivrak, 2006), assim alguns estudos e ensaios são necessários para a utilização deste componente para esta função. O filtro de Kalman desenvolvido para correção dos sinais do acelerômetro quando o modelo está em voo apresenta resultados que possibilitam o controle do modelo, diminuindo significativamente o ruído do sistema e possibilitando a utilização dos sinais do sensor para controle de estabilidade do sistema. Na integração entre os componentes para a aplicação prática, ainda que sobrecarregando o controlador com o processamento de curvas gaussianas no controle *fuzzy*, com a matemática do filtro de Kalman, a comunicação I²C com o sensor inercial e o tratamento dos sinais de rádio, a frequência de processamento se mantém estável em torno de 200Hz, comprovando que o controlador utilizado é capaz de trabalhar todas estas informações em paralelo sem afetar o bom desempenho do controle. Os ensaios práticos mostram que o comportamento do quadrotor se assemelha aos apresentados na simulação com pequenos desvios, o que valida o ambiente de simulação, porém propõe o desafio de diminuir estas diferenças, explicadas por prováveis imperfeições construtivas.

6.1 Trabalhos futuros

Existe uma ampla possibilidade de atuação ainda não explorada de quadrotores, sendo que a popularização cada vez mais evidente deste tipo de robô apresenta ainda alguns entraves como complicados ajustes mesmo quando fabricados em larga escala. Para estudos futuros, é visto como oportunidade o desenvolvimento de um controlador adaptativo que não demande a necessidade de ajuste para aplicações repetitivas, como monitorar ambientes estáticos, transporte de materiais e reconhecimento de ambientes, sendo que para isto como continuidade deste trabalho é proposta a utilização das equações de orientação espacial apresentadas para o controle de trajetória do quadrotor.

7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Quadrotores

Hamel *et al.*, 2002. HAMEL, T.; MAHONY, R.; LOZANO, R.; OSTROWSKI, J. Dynamic modeling and configuration stabilization of an X4-flyer. Proceedings of the International Federation of Automatic Control Symposium, IFAC 2002, Barcelona, Espanha, 2002.

Altug *et al.*, 2002. ALTUG, Erdinç; OSTROWSKI, James P.; MAHONY, Robert. Control of a quadrotor Helicopter Using Visual Feedback. Proceedings of the 2002 IEEE International Conference on Robotics and Automation, Washington DC, EUA, 2002.

Pounds *et al.*, 2002. POUNDS, P.; MAHONY, R.; HYNES, P.; ROBERTS, J. Design of a Four-Rotor Aerial Robot. Proc. 2002 Australian Conference on Robotics and Automation, Auckland, Nova Zelândia, 2002.

Bouabdallah *et al.*, 2004. BOUABDALLAH, Samir; MURIERI, Pierpaolo; SIEGWART, Roland. Design and control of an indoor micro quadrotor. Proc. (IEEE) International Conference on Robotics and Automation (ICRA'04), New Orleans, EUA, 2004.

Bouabdallah *et al.*, 2004b. BOUABDALLAH, Samir; NORTH, André; SIEGWART, Roland. PID vs. LQ control techniques applied to an indoor micro quadrotor. Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (pp. 2451–2456). Sendai, Japão, 2004.

Andersen *et al.*, 2006. ANDERSEN, Mikael Berg; BINDERUP, Ole; GISLASON, Sigurgeir; HAUKROGH, Jesper; KJAERGAARD, Morten; SORENSEN, Martin. Draganflyer Xpro Modelling and Control. Alborg University – Department of Control Engineering February 1–May 31, Aalborg, Dinamarca, 2006.

Bouabdallah e Siegwart, 2007. BOUABDALLAH, Samir; SIEGWART. Full control of a quadrotor. IEEE/RSJ international conference on intelligent robots and systems (pp. 153–158). October 29–November 1, San Diego, CA, EUA, 2007.

- Macnab *et.al.*, 2007. MACNAB, C.J.B.; NICOLS, C.; RAMIREZ-SERRANO, A. Robust adaptative control of a quadrotor helicopter. *Mechatronics* 21 (pp. 927–938), 2007
- Arisoy *et al.*, 2009. ARISOY, Aydemir. DIKMEN, I. Can. TEMELTAS, Hakan. Attitude Control of a quadrotor. *Mechatronics* 21 (pp. 927–938), International Conference on Recent Advances in Space Technologies - RAST , 2009
- Raza e Gueaieb, 2010. RAZA Syed Ali e GUEAIEB, Wail. Intelligent Flight Control of an Autonomous Quadrotor, Motion Control, Federico Casolo (Ed.), ISBN: 978-953-7619-55-8, InTech, Disponível em: <http://www.intechopen.com/books/motion-control/intelligent-flight-control-of-an-autonomous-quadrotor>
- Altug e Tarhan, 2011. ALTUG, Erdinç; TARHAN, Metin. EKF based attitude estimation and stabilization of a quadrotor UAV using vanishing points in catadioptric images. *J Intell Robot Syst* 62 (pp. 587–607), 2011
- Purwin e D’Andrea, 2011. PURWIN, Oliver; D’ANDREA, Raffaello. Performing and extending aggressive maneuvers using iterative learning control. *Robotic and Autonomous Systems* 59(pp. 1–11), 2011
- Coza *et al.*, 2011. COZA, C.; MACNAB, C.J.B.; NICOL, C.; RAMIREZ-SERRANO, A. Adaptative *fuzzy* control for a quadrotor helicopter robust to wind buffeting. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems* 22 (pp. 267–283), 2011
- Matko *et al.*, 2012. MATKO, Drago; BOSNAK, Matevz; BLAZIC, Saso. Quadcopter control using an on-board video system with off-board processing. *Robotics and Autonomous Systems* 60 (pp. 657–667), 2012
- Alexis *et al.*, 2012. ALEXIS, Kosta, NIKOLAKOPOULOS, G.; TZES, A. Model Predictive quadrotor control: attitude, altitude and position experimental studies. *IET Control Theory Appl.* 2012, Vol.6, ISS.12, pp. 1-16, 2012

Fuzzy

- Zadeh, 1965. ZADEH, Lotfali Askar. *Fuzzy Sets*. Information and Control, 8, 338-353. 1965
- Goguen, 1967. GOGUEN, Joseph Amadee. *L-Fuzzy Sets*. Journal of Mathematical Analysis and Applications 18, 145-174. 1967
- Zadeh, 1968. ZADEH, Lotfali Askar. Probability Measures of *Fuzzy* Events. Journal of Mathematical Analysis and Applications 23, 421-427. 1968
- Chang, 1968. CHANG, C.L. *Fuzzy Topological Spaces*. Journal of Mathematical Analysis and Applications 24, 182-190. 1968
- Marinos, 1969. MARINOS, Peter N. *Fuzzy Logic and its Applications to Switching Systems*. IEEE Transactions on Computers, Vol. C18, N°4. Abril 1969
- Bellman e Zadeh, 1970. BELLMAN, R.E; ZADEH, Lotfali Askar. Decision-Making in a *Fuzzy* Environment. Management Science, Vol. 17, N°4. Dezembro 1970.
- Chang e Zadeh, 1972. CHANG, C.L.; ZADEH, Lotfali Askar. On *Fuzzy* Mapping and Control. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Vol. SMC-2, N°1. Janeiro 1972
- Mamdani, 1974. MAMDANI, E.H. Application of *Fuzzy* algorithms for control of simple dynamic plant. Proc. IEEE, Vol. 121, N°12. Dezembro 1974
- King e Mamdani, 1977. KING, P.J.; MAMDANI, E.H. The application of *Fuzzy* Control Systems to Industrial Processes. Automatica, Vol.13, pp.235-242. Pergamon Press. 1977
- Takagi e Sugeno, 1985. TAKAGI, Tomohiro; SUGENO, Michio. *Fuzzy Identification of systems and its Applications to Modelling and Control*. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Vol. SMC-15, N°1. Janeiro/Fevereiro 1985
- Srivastava *et al.*, 2010. SRIVASTAVA, Gaurav; PANDA, Sudhindra N; MONDAL, Pratap e LIU, Junguo. Forecasting of rainfall using ocean-atmospheric indices with a *fuzzy* neural technique. Journal of Hydrology 395, pp.190-198. 2010.
- Gomes e Jamshidi, 2011. GOMES, Jose F.; JAMSHIDI, Mo. *Fuzzy Adaptive Control for a UAV*. J. Intell Robot Syst 62, pp. 271-293. 2010
- Rabhi *et al.*, 2011. RABHI, A.; CHADLI, M. e PEGARD, C. Robust *Fuzzy* Control for Stabilization of a quadrotor. The 15th International Conference on Advanced Robotics. Estonia 2011

Olivares-Mendez *et al.*, 2012. OLIVARES-MENDEZ, Miguel; CAMPOY, Pascual; MELLADO-BATALLER, Ignacio e MEJIAS, Luis. See-and-avoid Quadcopter using *Fuzzy* Control Optimized by Cross-Entropy. WCCI 2012 IEEE World Congress on Computational Intelligence, pp.10-15. Australia, 2012.

APÊNDICE 1 – RELATÓRIOS DE ENSAIOS

A1.1-Propulsor

O teste do motor é realizado para definir o tempo de resposta e a relação entre o índice de modulação e o empuxo gerado pelo conjunto a partir de um sinal de controle, que serão inseridos na simulação como um atraso e uma tabela de busca por referência. Também será verificada pelos ensaios a corrente de consumo do propulsor, que é importante para o dimensionamento da bateria.

Para os ensaios, é montado o circuito representado na Figura 44.

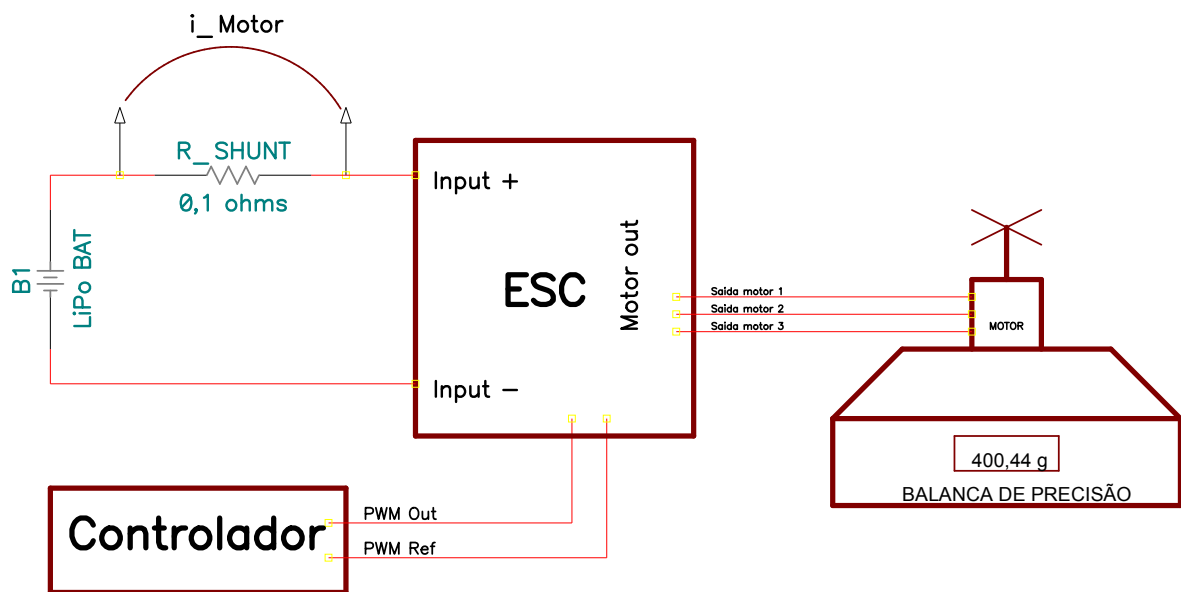


Figura 44 – Circuito de teste do motor

Para os testes, será considerado B1 estável. A partir do esquema apresentado, é possível a medição do empuxo, o tempo de resposta e também a corrente de consumo de cada propulsor.

Inicialmente, é feita uma variação do sinal de saída do controlador, um sinal PWM de 500Hz, com variação de largura de pulso entre 50%, que é o zero do motor para este ESC, e 100%, que é o máximo do motor. Fixando o motor a uma estrutura de modo a este não se mover e repousando o mesmo na balança de precisão, é possível verificar o empuxo gerado pelo propulsor, e da mesma forma é monitorada a tensão sobre o resistor R_{SHUNT} , medindo de forma indireta a corrente de consumo da bateria para cada nível de propulsão. O resultado do ensaio para determinação da curva de empuxo gerado pelo propulsor é apresentado na Figura 45.

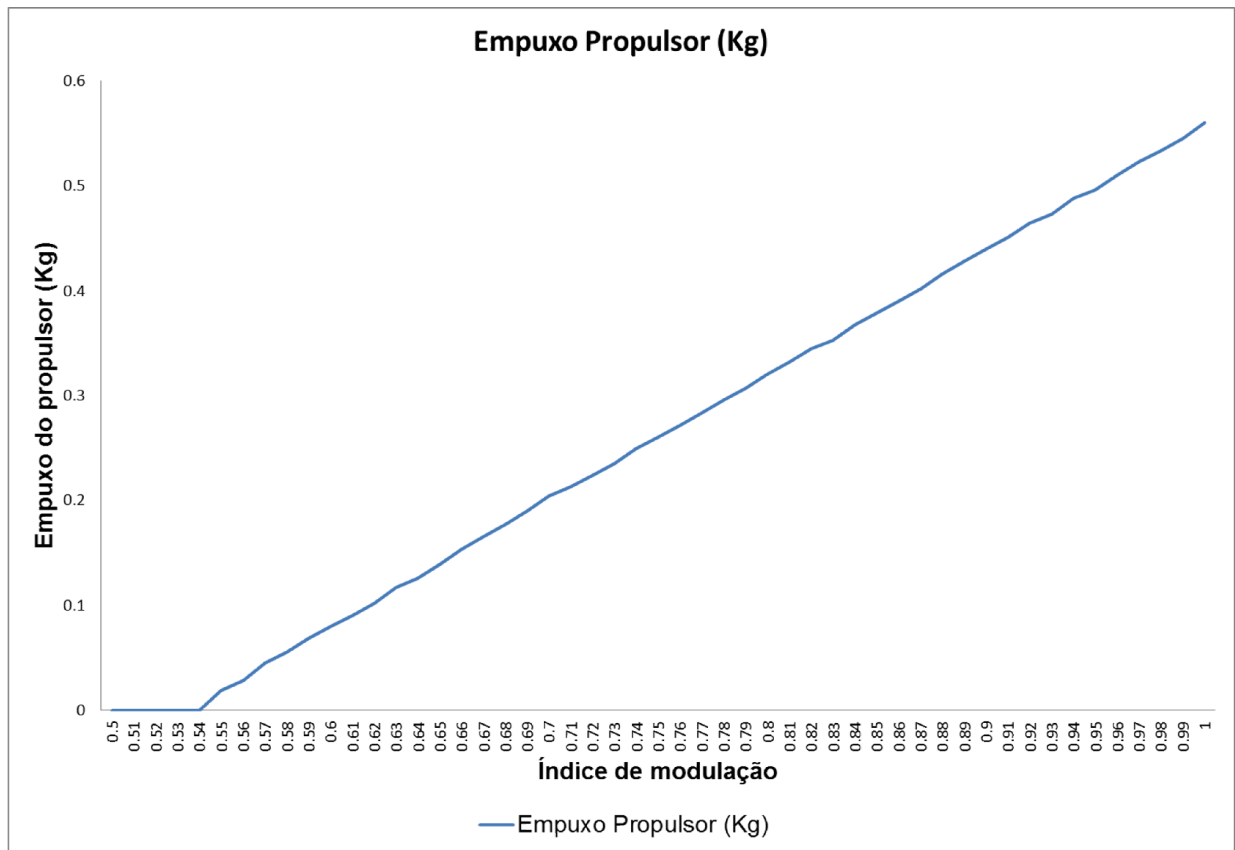


Figura 45 – Relação entre índice de modulação e propulsão dos motores

Verifica-se uma linearidade na relação entre o índice de modulação do sinal de entrada do ESC e a propulsão gerada pelo conjunto. Através deste gráfico é verificado também que o empuxo máximo gerado por cada motor é de 0,56g. Com isto, é possível determinar o nível do índice de modulação a ser utilizado para estabilização do sistema, entre outros pontos relevantes para o projeto.

Através do mesmo teste apresentado, é medido de forma indireta o consumo de corrente do motor em relação ao índice de modulação, através da tensão sobre o resistor R_SHUNT. Este ensaio tem seu resultado apresentado na Figura 46.

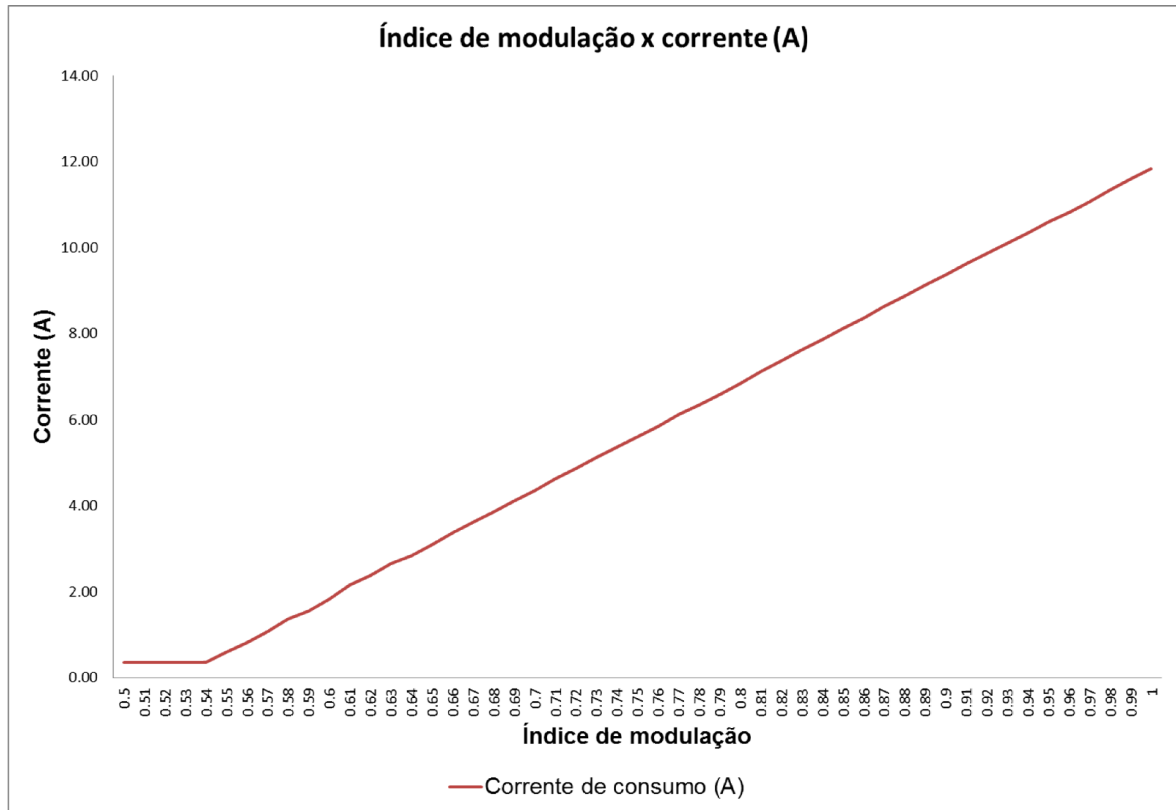


Figura 46 – Relação entre o índice de modulação e o consumo de corrente

Verifica-se que no caso mais extremo, quando o índice de modulação atinge 100%, que a corrente de consumo é de 11,83A. Este é um importante parâmetro para a definição do ESC e da bateria a ser utilizada.

O motor, como todo sistema físico real, apresenta um atraso em sua resposta. Este parâmetro é de fundamental importância na modelagem pela rápida resposta desejada do controle. Para este teste, o motor é mantido a uma rotação fixa. Estabilizada esta rotação, é enviado ao ESC um novo sinal de controle. O atraso da resposta será verificado através da corrente consumida pelo motor, monitorada sobre o resistor R_SHUNT. O resultado deste ensaio é apresentado na Figura 47.

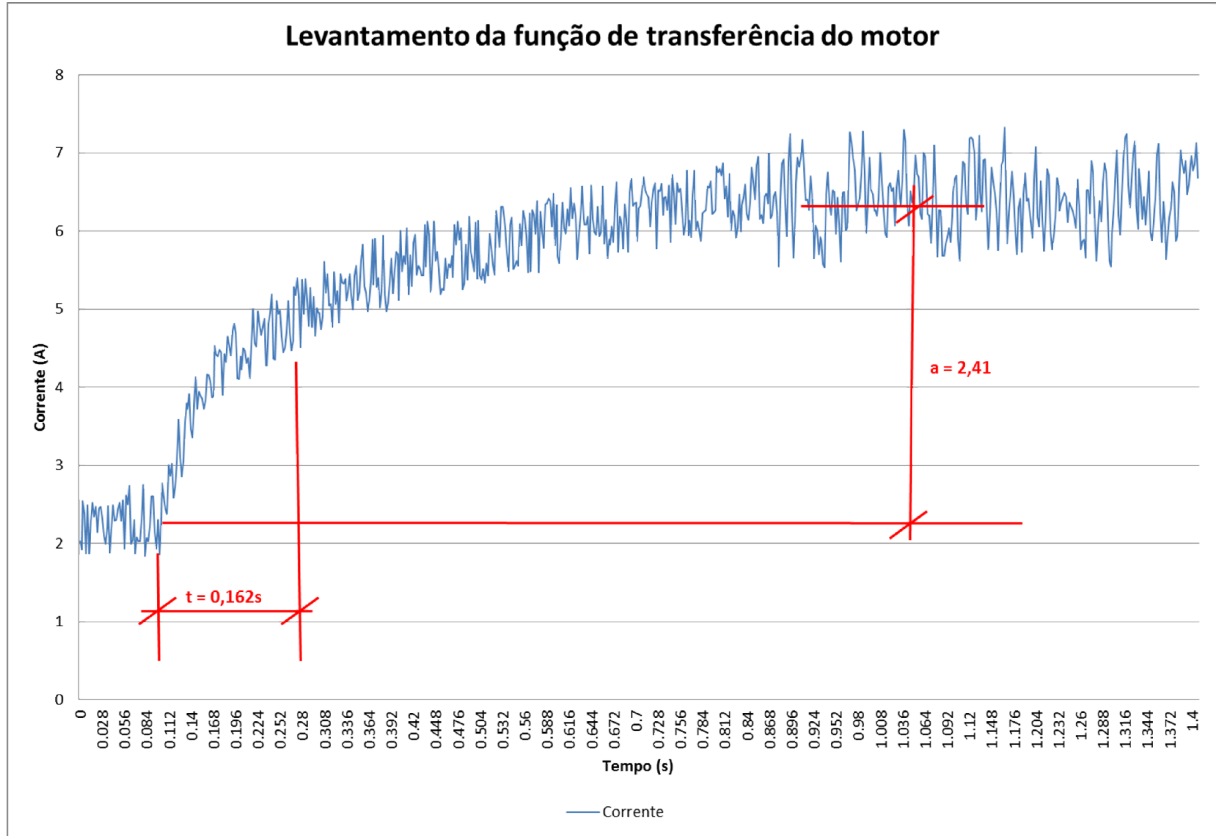


Figura 47 – Resposta do motor a um degrau unitário

O resultado deste ensaio mostra que a resposta do motor pode ser aproximada a um sistema de primeira ordem. Assim, é possível verificar a função de transferência do sistema utilizando uma estratégia de identificação para este tipo de sistema.

Para deduzir a função de transferência, é verificado o tempo que o sistema leva a atingir 63,2% do seu valor final. Do gráfico, verifica-se este valor como sendo 0,162s e também o ganho do sistema como 2,41. Assim, obtém-se a função de transferência G_{motor} do sistema como:

$$G_{\text{motor}} = \frac{2,41}{0.162s + 1} \quad (\text{A1})$$

APÊNDICE 2 – ESTRUTURA DE PROGRAMAÇÃO DESENVOLVIDA EM LABVIEW

A2.1 – Simulação - Diagrama principal

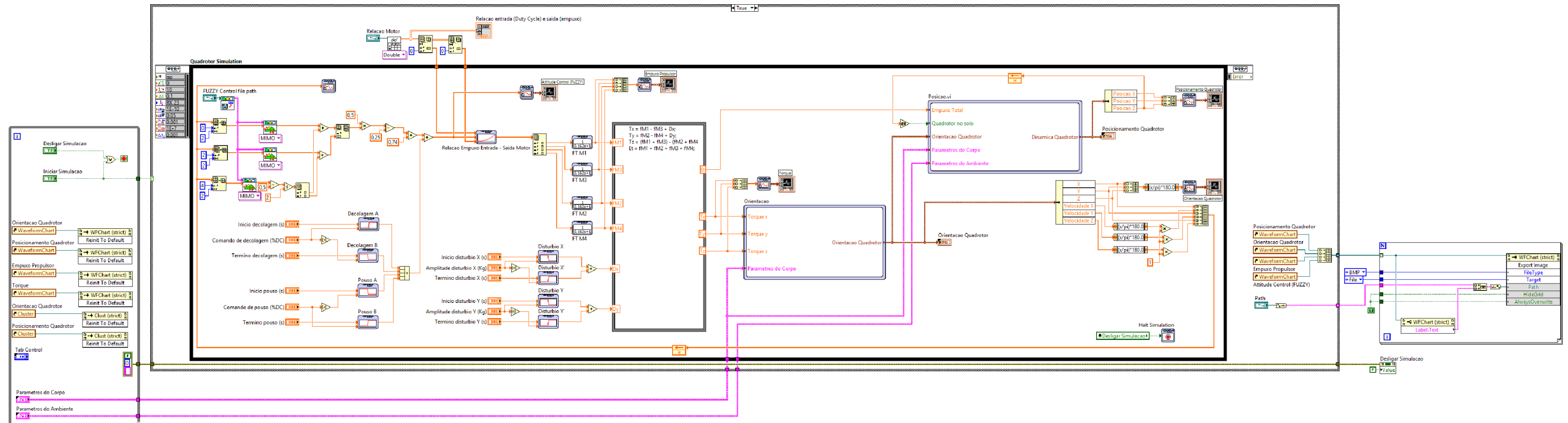


Figura 48 – Parte Principal do programa de ensaios em LabVIEW®

A2.2 – Simulação - Bloco de Posição

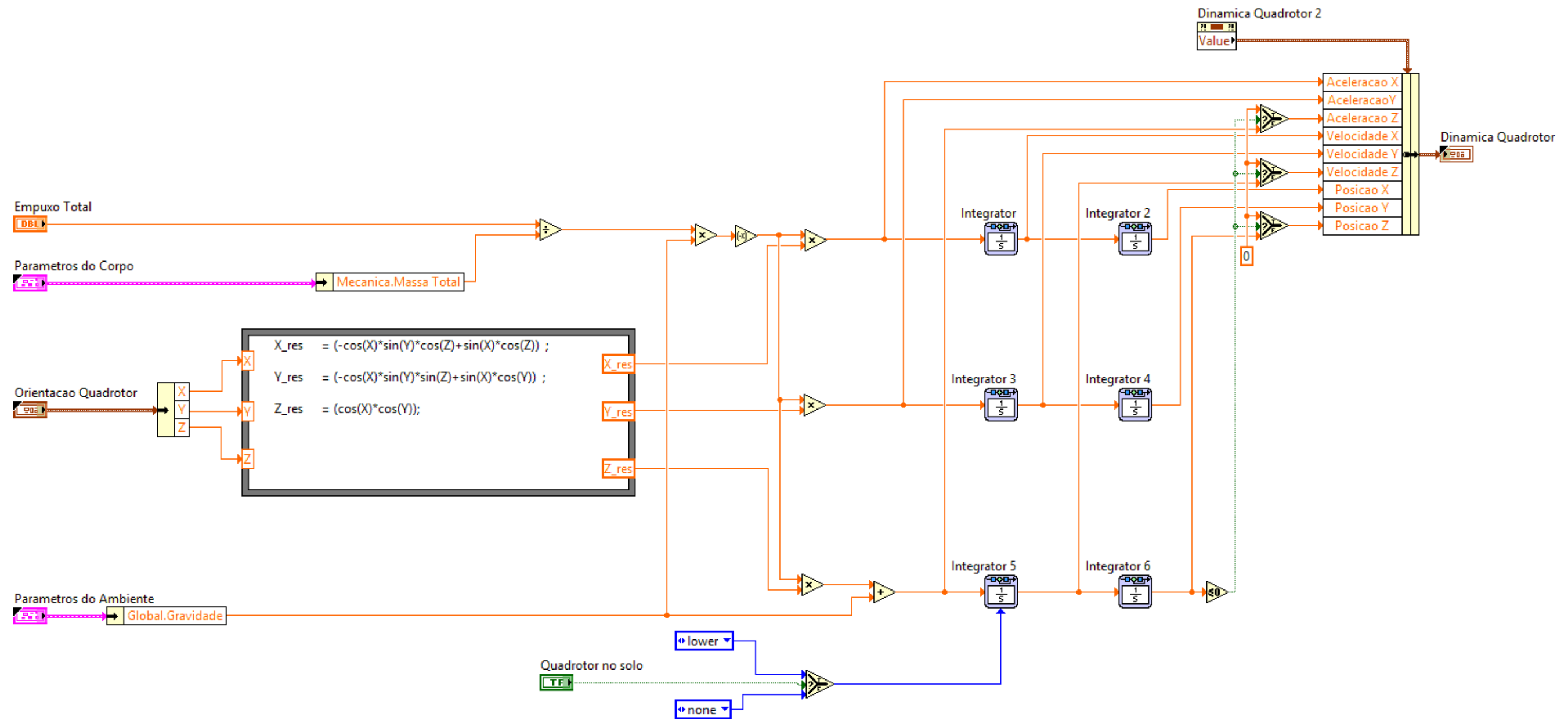


Figura 49 - LabVIEW® Bloco da cinemática

A2.3 – Simulação - Bloco de Orientação

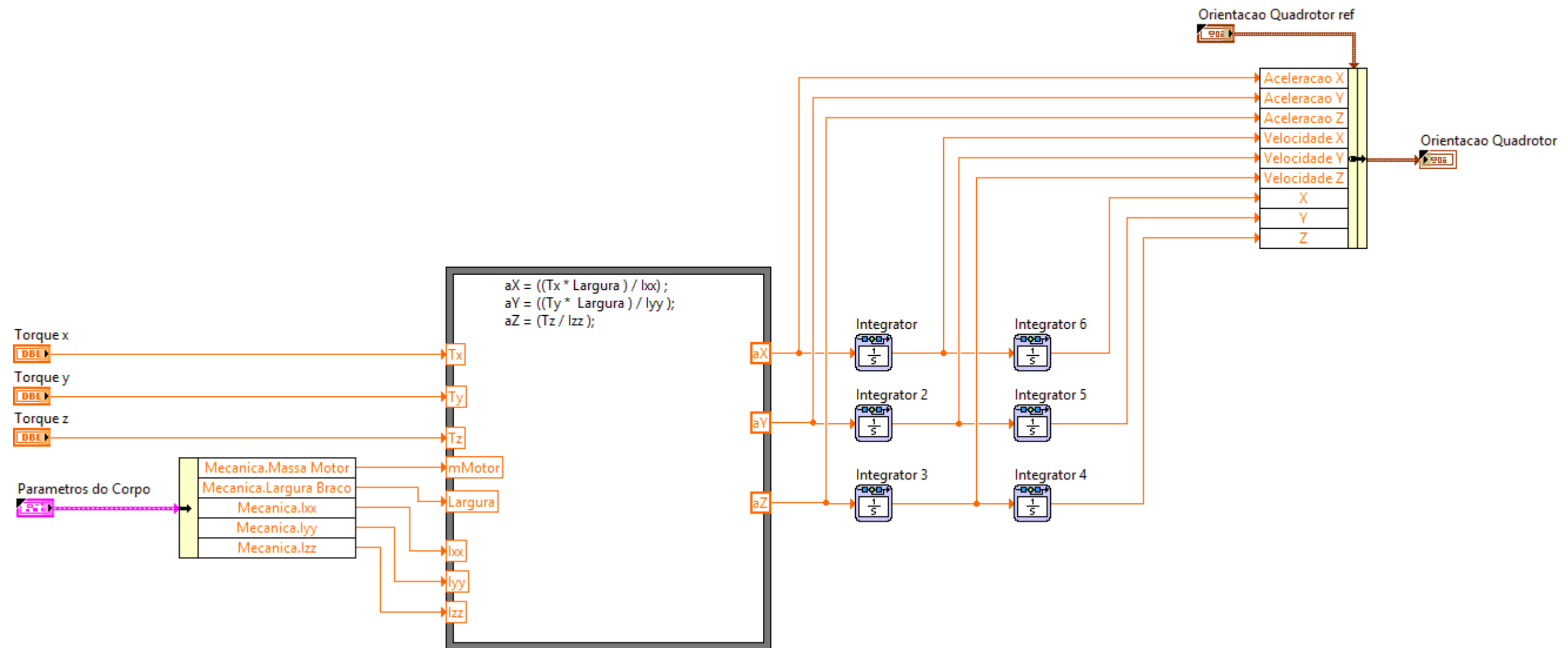


Figura 50 - LabVIEW® Bloco da dinâmica

A2.4 – Sistema de Controle – Diagrama Principal

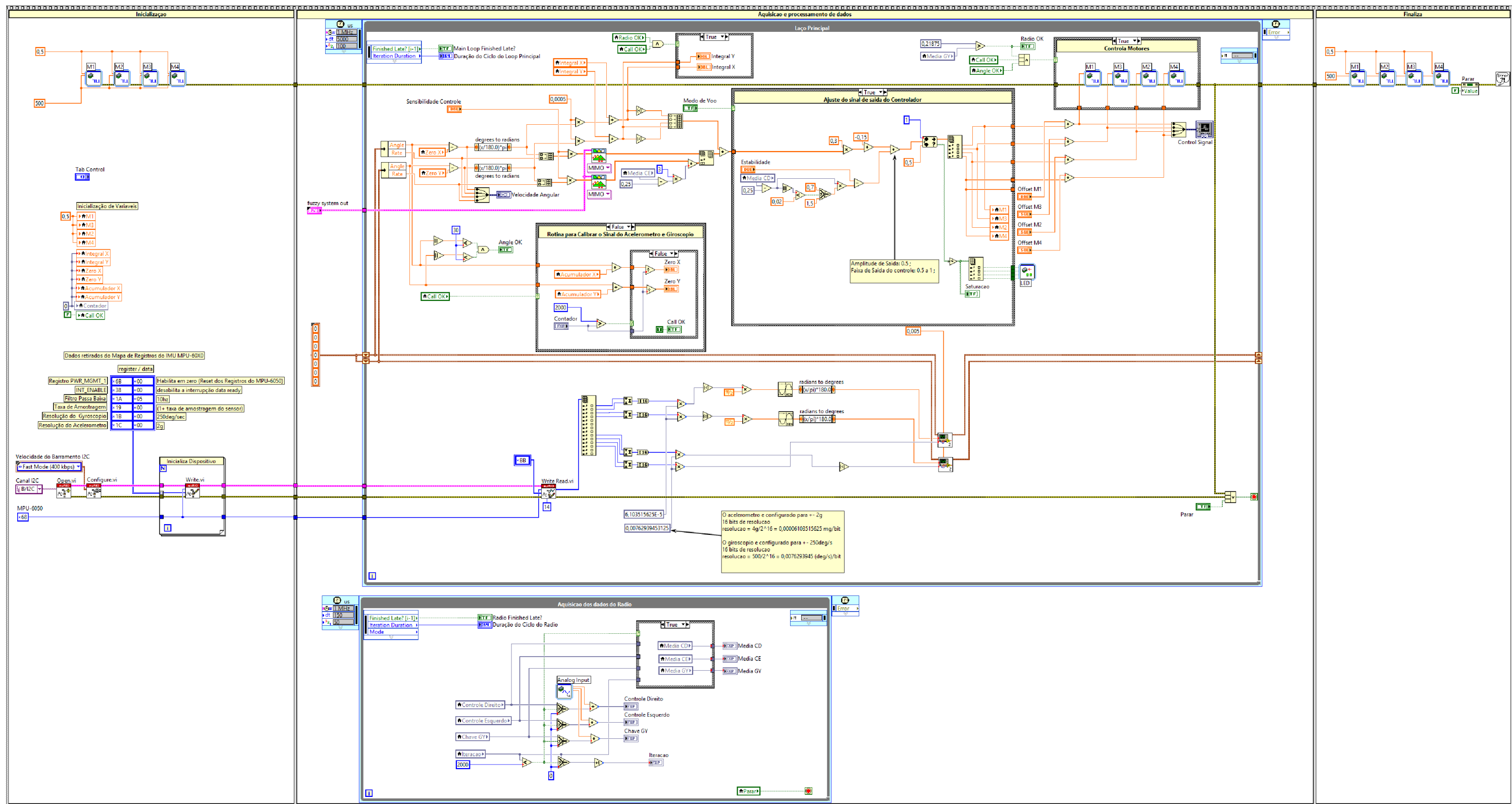


Figura 51 - LabVIEW® Sistema de Controle *Real Time*