

## **Utilizando o Arduino como atividade aberta de investigação e experimentação matemática para o ensino de conceitos de matrizes**

Fábio Anderson de Assumpção Silva

Dissertação apresentada ao Curso de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Ensino de Ciências e Matemática, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática, orientada pela Profa. Dra. Mariana Pelissari Monteiro Aguiar Baroni.

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

S586u Silva, Fábio Anderson de Assumpção  
Utilizando o Arduino como atividade aberta de investigação e  
experimentação matemática para o ensino de conceitos de matrizes  
/ Fábio Anderson de Assumpção Silva.  
São Paulo: [s.n.], 2017.  
161 f.  
Orientador: Prof. Dr. Mariana Pelissari Monteiro Aguiar Baroni  
Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) -  
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo,  
IFSP, 2017.  
1. Ensino de Matemática 2. Investigação Matemática 3.  
Matrizes I. Instituto Federal de Educação, Ciência e  
Tecnologia de São Paulo II Título

CDU 370

FÁBIO ANDERSON DE ASSUMPÇÃO SILVA

**UTILIZANDO O ARDUINO COMO ATIVIDADE ABERTA DE INVESTIGAÇÃO  
E EXPERIMENTAÇÃO MATEMÁTICA PARA O ENSINO DE CONCEITOS DE  
MATRIZES**

Dissertação apresentada e aprovada em 25 de Abril de 2017 como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

A banca examinadora foi composta pelos seguintes membros:

Prof. Dr. Mariana Pelissari Monteiro Aguiar Baroni  
IFSP – Câmpus São Paulo  
Orientadora e Presidente da Banca

Prof. Dr. Astrogildo de Carvalho Junqueira  
IFSP – Câmpus São Paulo  
Membro da Banca

Prof. Dr. Marco Aurélio Granero dos Santos  
IFSP – Câmpus São Paulo  
Membro da Banca

Prof. Dr. Laurita dos Santos  
UNIVAP  
Membro da Banca



*“Quando estás certo, ninguém se lembra; quando estás errado, ninguém esquece”.*

*Provérbio irlandês*



*Aos Meus Pais, Irmã, Esposa e Filhos.*



## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço primeiramente a Deus, que permitiu o meu ingresso no mestrado e com certeza mestre melhor não há.

À Profa. Dra. Mariana P. M. A. Baroni pelas orientações, revisões e paciência na elaboração deste trabalho de pesquisa.

Ao corpo docente desta instituição, pelo carinho, atenção e dedicação na minha formação acadêmica.

À toda minha família, pois vocês fazem parte de todas as minhas conquistas, sejam elas pessoais ou profissionais.



## RESUMO

Há tempos o ensino de Matemática vem sendo investigado e estas investigações demonstram que o mesmo deve ser feito de modo criativo, envolvendo o uso de Novas Tecnologias de Informação e Comunicação (NTIC), como também a investigação e experimentação matemática como processo de aprendizagem, tornando o estudante protagonista do processo. Esta pesquisa apresenta as possibilidades e limites na utilização do Arduino como ferramenta de ensino de matrizes. Para aplicar esta pesquisa, coletar e analisar os dados, utilizamos a metodologia de pesquisa qualitativa, tendo como método a pesquisa bibliográfica, pesquisa-ação, entrevista semiestruturada e a análise de conteúdo. A pesquisa foi aplicada em uma turma do 2º ano do curso Técnico Integrado ao Ensino Médio de Eletrônica do campus São Paulo do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo (IFSP - Campus São Paulo) no ano letivo de 2016. Com os resultados obtidos na finalização deste trabalho, observamos que houve a aprendizagem dos conceitos iniciais de matrizes, bem como das operações de adição e subtração, deixando uma nova proposta para a aplicação da multiplicação de uma matriz por um escalar e a multiplicação de matrizes. Acreditamos que este trabalho contribui para a produção teórica e práticas pedagógicas relacionadas ao tema, como também a produção de um roteiro de ensino de matrizes utilizando o Arduino. Disponibilizamos os códigos-fonte de cada uma das aplicações e os deixamos no modelo *open-source* para que qualquer pesquisador ou professor que queira utilizá-lo tenha total liberdade para realizar quaisquer modificações ou implementações que achar necessária e assim, manter esta pesquisa viva, compartilhada e dentro da inteligência coletiva.

**Palavras-chaves:** Ensino de Matemática, Investigação Matemática, Matrizes, Arduino.



# USING ARDUINO AS AN OPEN ACTIVITY OF MATHEMATICAL INVESTIGATION FOR TEACHING CONCEPTS OF MATRICES

## ABSTRACT

For a long time, mathematics teaching has been investigated and these investigations demonstrate that it must be done in a creative way, involving the use of New Information and Communication Technologies (NICT), as well as mathematical investigation and experimentation as a learning process, making the student protagonist of the process. This research presents the possibilities and limits in the use of Arduino as a teaching tool of matrices concepts. To apply this research, collect and analyze the data, we use the methodology of qualitative research, having as a method the bibliographic research, action research, semi-structured interview and content analysis. The research was applied in a class of the 2nd year of the Technical Course for Electronic Integrated to High School at São Paulo campus of the Federal Institute of Education, Science and Technology of São Paulo (IFSP - São Paulo Campus) in the academic year of 2016. With the results obtained in the finalization of this work, we observed the students learned of the initial concepts of matrices, as well as addition and subtraction operations, and we leave a new proposal for the multiplication of a matrix by a scalar and the multiplication of matrices. We believe this work contributes to the theoretical production and pedagogical practices related to the theme, as well as the production of a matrix teaching script using Arduino. We provide the source code for each of the applications and leave them in the open-source model so that any researcher or teacher that wants to use it has complete freedom to make any modifications or implementations that it deems necessary and thus keep this research alive, shared and within collective intelligence.

**Keywords:** Mathematics Teaching, Mathematics Investigation, Matrices, Arduino.



## LISTA DE FIGURAS

	<u>Pag.</u>
Figura 3.1 – Arduino Uno. ....	51
Figura 3.2 – Arduino Mega. ....	51
Figura 3.3 – Arduino Nano. ....	51
Figura 3.4 – Portas de Acesso ao Arduino UNO. ....	52
Figura 3.5 – Tela de Início. ....	53
Figura 3.6 – Conexão do Arduino com o computador através do cabo USB. ....	54
Figura 3.7 – Led conectado ao Arduino no pino 12. ....	55
Figura 3.8 – Servo motor conectado ao Arduino. ....	56
Figura 3.9 – Matriz de leds 3x3 com Arduino. ....	58
Figura 3.10 – Braço Robótico Arduino. ....	59
Figura 3.11 – Braço Robótico Arduino: um exemplo de movimentação. ....	60
Figura 4.1 – Exemplo de utilização do gerador do gráfico em nuvem. ....	73
Figura A.1 – Arduino Uno. ....	95
Figura A.2 – Portas de Acesso ao Arduino UNO. ....	96
Figura A.3 – Conexão do Arduino com o computador através do cabo USB. ....	97
Figura A.4 – Tela de Início do Arduino. ....	98
Figura A.5 – Localização de botão de carregamento de programa na tela de início do Arduino. ....	99
Figura A.6 – Led conectado ao Arduino no pino 13. ....	101
Fonte: Extraído de Arduino Products (2016). ....	101
Figura A.7 – Servo motor conectado ao Arduino. ....	101
Fonte: Extraído de Arduino Products (2016). ....	101
Figura A.8 – Esquema para ligar os led's da matriz 3x3 com Arduino. ....	102
Figura A.9 – Braço Robótico Arduino. ....	107
Figura A.10 – Braço Robótico Arduino: um exemplo de movimentação. ....	108
Figura B.1 – Gráfico em nuvem da questão 1. ....	142
Figura B.2 – Gráfico em nuvem da questão 3. ....	144
Figura B.3 – Gráfico em nuvem da questão 4. ....	145
Figura B.4 – Gráfico em nuvem da questão 5. ....	146
Figura B.5 – Gráfico em nuvem da questão 6a. ....	146
Figura B.6 – Gráfico em nuvem da questão 6b. ....	147



## LISTA DE QUADROS

	<u>Pag.</u>
Quadro 2.1 – Roteiro Didático para análise de conteúdo.....	47
Quadro 3.1 – Especificações Técnicas do Arduino Uno. ....	52
Quadro 4.1 – Resultado da entrevista semiestruturada e da análise de conteúdo. ..	74
Quadro A.1 – Especificações Técnicas.....	96
Quadro A.1 – Horas por dia para cada atividade. ....	138
Quadro A.2 – Programa de Exercícios.....	139



## SUMÁRIO

	<b><u>Pag.</u></b>
1 INTRODUÇÃO .....	21
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	27
2.1. Investigação Matemática.....	28
2.2. Experimentação Matemática .....	29
2.3. O uso das NTICs na educação .....	32
2.4. A formação do professor de ensino técnico e a utilização de novas tecnologias .....	37
2.5. A pesquisa-ação.....	42
3 PROPOSTA PARA O ENSINO DE MATRIZES UTILIZANDO O ARDUINO.....	49
3.1. O Arduino .....	50
3.2. Código fonte de experimentos com o Arduino.....	54
3.3. Conceitos de matrizes utilizando um painel de <i>led's</i> e um braço robótico .....	57
3.3.1. Conceitos Iniciais Matrizes .....	57
3.3.2. Operações com Matrizes.....	59
4 APLICAÇÃO DA NOSSA PROPOSTA DE ENSINO.....	65
4.1. Relato de experiência.....	66
4.2. Coleta e Organização dos Dados.....	69
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	79
REFERÊNCIAS .....	83
APÊNDICE A – TCLE E AUTORIZAÇÃO DE REALIZAÇÃO DA PESQUISA.....	89
APÊNDICE B – PRODUTO FINAL.....	91
A.1. PRÉ-AULA .....	94
A.1.1. Conhecendo o Arduino .....	94
A.1.2. Código fonte de experimentos com o Arduino .....	99
A.2. APLICAÇÃO DAS ATIVIDADES.....	102
A.2.1. Conceitos iniciais de matrizes utilizando um painel de <i>led's</i> .....	102
A.2.2. Conceitos de operações com Matrizes utilizando a movimentação de um braço mecânico.....	107
A.2.2.1. Adição de matrizes.....	107
A.2.2.2. Subtração de matrizes .....	113
A.2.2.2. Multiplicação de escalar por matriz .....	116
A.3. SUGESTÃO DE AVALIAÇÃO.....	124
ANEXO A – CONCEITOS DE MATRIZES .....	126
ANEXO B – TRANSCRIÇÃO DA ENTREVISTA SEMIESTRUTURADA.....	142
ANEXO C – CÓDIGO FONTE ARDUINO .....	149



## 1 INTRODUÇÃO

A Matemática é uma ciência importantíssima na compreensão da natureza. Diversos modelos matemáticos são utilizados para simular a dinâmica de fenômenos naturais, sociais, entre outros. Podemos citar, por exemplo, o trabalho de Baroni, Gueron e De Wit (2012) que utiliza um modelo matemático de equações diferenciais para simular a dinâmica do processo de *fingering* de um sistema que pode ser utilizado na extração de petróleo da camada pré-sal.

Além da compreensão da natureza, segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997, pag. 19),

A Matemática é componente importante na construção da cidadania, na medida em que a sociedade utiliza, cada vez mais, de conhecimentos científicos e recursos tecnológicos, dos quais os cidadãos devem se apropriar.

Assim, verificamos que para ensinar Matemática hoje não basta utilizar lousa e giz, mas também utilizar todos os recursos disponíveis. Ademais, o PCN (BRASIL, 1997) também aborda o fato de que o professor não deve utilizar apenas de um meio para atingir seus objetivos,

[...] mas sim que ele construa diversas possibilidades e métodos de ensino para a formação das capacidades cognitivas do estudante e que o estimule a criar, comparar, discutir, rever, perguntar e ampliar ideias[...] (BRASIL, 1997, pag. 31).

E ainda complementa,

É consensual a ideia que não existe um caminho que possa ser identificado como único e melhor para o ensino de qualquer disciplina, em particular, da Matemática. No entanto, conhecer diversas possibilidades de trabalho em sala de aula é fundamental para que o professor construa sua prática (BRASIL, 1997, pag. 32).

Seguindo esses parâmetros, o professor deve utilizar de todos os métodos e ferramentas disponíveis para a formação completa do estudante, estimulando-o a criar, comparar, discutir e ampliar ideias. Segundo vários autores, tais como Fiorentini (2006), Lorenzato (2010), Ponte (2006), Oliveira (2003), Brocardo (2003), Braumann (2002) e Brousseau (1996, *apud* Batanero, 2001), a investigação e experimentação matemática são métodos que fazem com que o estudante saia do papel de figurante, caracterizado no “ensino bancário”, tão criticado por Freire (1996), e assuma um papel de protagonista do aprendizado.

A investigação e experimentação matemática “conduzem” o estudante a agir como um pesquisador, propiciando a ele a oportunidade de construir seu

conhecimento através da exploração das informações fornecidas na situação problema. Esta característica fornece a oportunidade de coletar dados, realizar pesquisas e expor os resultados alcançados por ele.

Ponte (2000), Cunha (2000) e Oliveira (2000) apontam em suas conclusões que a experiência desenvolvida por eles, utilizando a investigação matemática, propiciou aos estudantes:

- oportunidades de explorar conceitos matemáticos importantes em níveis diferentes;
- com graus de profundidades diferentes, desenvolveu capacidades de ordem superior e processos matemáticos pouco contemplados; e
- possibilitou diferentes graus de consecução a estudantes com capacidades diferentes, permitindo-lhes trabalhar no seu ritmo próprio.

Seguindo este raciocínio, Andery (1996, pag. 208) menciona que

À experiência (observação e experimentação) caberia, portanto, o papel de confirmar as possíveis “suposições” deduzidas dos princípios gerais. Além disso, é também aos sentidos que cabe o conhecimento da existência das coisas, assim como o papel de “desempate”, ou seja, dentre todos os efeitos possíveis de se deduzir das leis gerais da natureza, é a experiência que auxilia na verificação de quais os que efetivamente se realizam.

Logo, podemos dizer que a experimentação pode validar às investigações e confirmar o modelo e as suposições feitas.

Essas reflexões indicam que a investigação e a experimentação podem ser recursos metodológicos que auxiliam no processo de ensino e aprendizagem.

Com relação à investigação matemática, segundo Ponte (2003), o ponto de partida é uma situação aberta, cabendo ao estudante um papel fundamental na sua concretização. Sendo assim, uma investigação requer que o estudante trabalhe na própria formulação das questões a estudar, e, segundo Ponte (2003), essa dinâmica favorece o envolvimento do estudante na aprendizagem, consolidando seus conhecimentos e promovendo novos.

Andery (1996) afirma que a experimentação é que valida as hipóteses da investigação e D’Ambrósio (1996) complementa a importância da experimentação ao dizer que a retirada da experimentação matemática resultou no mau rendimento escolar dos estudantes.

Para auxiliar este processo de investigação e experimentação matemática, dispomos atualmente de novos recursos tecnológicos, tais como celulares, tablets, computadores, internet, entre outros. Estes permitem a troca e compartilhamento de

documentos, fotos, imagens, arquivos, promovendo o conhecimento em rede. Lévy (1999, pag. 101) chama este compartilhamento de informações e recursos tecnológicos de ferramentas de aprendizagem cooperativas, uma vez que

[...] estes dispositivos permitem a discussão coletiva, a divisão de conhecimentos, as trocas de saberes entre indivíduos, o acesso a tutores on-line aptos a guiar as pessoas em sua aprendizagem e o acesso à base de dados, hiperdocumentos e simulações.

Atualmente, tais recursos tecnológicos receberam uma nova nomenclatura, sendo agora conhecidos como Novas Tecnologias da Informação e Comunicação (NTIC) e que a sua utilização é essencial no processo de aprendizagem, não podendo estar à margem do processo. A NTIC, segundo Valente (1999, pag. 03):

[...] permitiu também a divulgação de novas modalidades de uso dos computadores na educação, como ferramenta no auxílio de resolução de problemas, na produção de textos, manipulação de banco de dados e controle de processos em tempo real [...].

Mercado (1999, pag. 131) também afirma que as NTIC ajudam o professor na sua atividade de transmitir conhecimento de forma cada vez mais criativa, dinâmica, auxiliando novas descobertas, investigações e levando em conta o diálogo na construção do conhecimento.

Partindo destes conceitos descritos anteriormente, escolhemos o conteúdo de Matrizes para este trabalho, uma vez que, conforme menciona Sanches (2002, pag. 6)

[...] o ensino–aprendizagem de matrizes é um ensino voltado para a transmissão de regras descontextualizadas da realidade e da própria Matemática, em total descompasso com os avanços tecnológicos [...]

Assim, podemos dizer que o ensino descontextualizado sobre matrizes pode ser desmotivador para o estudante. Entretanto, tais conceitos têm grande importância nas mais diversas áreas de conhecimento, como descreve Costa e Lopes (2015, pag. 2):

Os estudos de matrizes se justificam por contribuir com os avanços científicos e tecnológicos, destacando-se nos campos mais variados como: na engenharia, na informática, na administração, na economia, dentre outros segmentos que possam envolver organização de dados em tabelas. O ensino de matrizes traz consigo as ideias de estrutura, além de constituir uma ferramenta que auxilia na resolução dos sistemas lineares. Sendo muito útil no ensino de Matemática de nível básico como um importante instrumento, tanto no uso em seu cotidiano quanto na Álgebra Linear estudada na Matemática do ensino superior.

Essa reflexão pode ser considerada uma motivação para este trabalho, uma vez que buscamos utilizar um recurso tecnológico que possibilitasse o estudante aprender os conceitos de matrizes de forma interativa e possivelmente prazerosa, bem diferente do ensino tradicional.

Filho (2013, pag. 9) critica o ensino tradicional de matrizes, quando não lhe dá o real significado de sua importância:

Quando se estuda matrizes no ensino médio, dá-se um enfoque em preparar o estudante para entender o cálculo dos respectivos determinantes. Entendendo bem os determinantes o estudante passa a ter condições de resolver sistemas lineares com maior facilidade, embora nem sempre fique claro que está se usando uma forma matricial no sistema linear. Essa passagem, de certa forma rápida, pelo estudo das matrizes faz com que não percebamos quanto é importante à aplicação de matrizes em nosso dia a dia.

Dessa maneira, o ensino de matrizes deve ser de certa forma, mais contextualizado e que leve o estudante a ver a sua utilização como uma ferramenta que o auxilie na resolução de atividades práticas em seu cotidiano.

Assim, estruturamos um trabalho de pesquisa que visa analisar as possibilidades de ensinar matrizes através de uma atividade aberta, em que o estudante tenha a oportunidade de realizar investigações e experimentações matemáticas, propiciando ao estudante a oportunidade de realizar, observar, analisar e avaliar os fatos ocorridos durante o processo e assim, construir seu aprendizado utilizando o Arduino como recurso tecnológico.

Uma justificativa para a utilização do Arduino neste trabalho foi motivada pelo trabalho de Cury e Hirschmann (2014), que apresenta o Arduino como uma ferramenta construtivista na educação matemática e como esta foi um facilitador no aprendizado, ao estimular o trabalho em grupos, desenvolver a criatividade, a autoestima, o raciocínio lógico e o gosto pela pesquisa<sup>1</sup>.

Sobre o ensino de matrizes utilizando o Arduino, Ganselli (2014) utilizou-o juntamente com o método matricial para sua pesquisa na área de sistemas embarcados. Neste trabalho, o autor faz uso de adição, multiplicação de matrizes, como também de matrizes inversas dentro da plataforma Arduino, demonstrando que o Arduino é uma ferramenta eficiente para se trabalhar com matrizes.

Assim, nosso objetivo geral de pesquisa é analisar as reais possibilidades e limites do uso do Arduino no ensino dos conceitos iniciais e operações de matrizes, para o ensino médio, em especial para o ensino Técnico Integrado ao Ensino Médio de Eletrônica, que foi a turma escolhida para a aplicação do roteiro didático elaborado nesta pesquisa.

Para atingir este objetivo geral, temos os seguintes objetivos específicos:

---

<sup>1</sup> Para Cury e Hirschmann (2014), o estudante realiza uma pesquisa ao buscar conhecimentos em livros, internet, e quaisquer outros meios de informação, para solucionar uma situação-problema, assim melhorando seu desempenho escolar.

- Compreender os conceitos de investigação e experimentação matemática;
  - Estudar e verificar como esses conceitos podem ser utilizados em sala de aula;
  - Compreender a importância das NTIC no processo de ensino e aprendizagem;
  - Estudar os conceitos relativos ao tema Matrizes e como abordá-los utilizando NTIC;
  - Desenvolver um roteiro didático que viabilize a utilização do Arduino no ensino de matrizes;
  - Analisar o uso deste recurso tecnológico como ferramenta motivadora e contextualizadora do conteúdo de matrizes; e
  - Contribuir para produção teórica e práticas pedagógicas relacionadas ao tema.
- De modo a apresentar os conceitos e metodologias utilizadas para atingir os

objetivos propostos, este trabalho está dividido como segue:

- a. No capítulo 2, descreveremos os referenciais teóricos dos métodos utilizados nesta pesquisa, bem como descrevemos brevemente a formação do professor atuante no ensino técnico,
- b. No capítulo 3, descrevemos a nova proposta para o ensino de matrizes utilizando dispositivos eletrônicos, contemplando o Arduino,
- c. No capítulo 4, apresentamos o relato da experiência, bem como os dados coletados e analisados,
- d. No capítulo 5, apresentamos nossas considerações finais,
- e. O apêndice apresenta o produto final desta dissertação: um roteiro para o ensino de conceitos de matrizes utilizando o Arduino; e
- f. Os anexos apresentam o roteiro da entrevista semiestruturada, o código-fonte do Arduino e os conceitos de matrizes utilizados para o desenvolvimento desta pesquisa e seu produto.



## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste trabalho apresentamos uma pesquisa qualitativa, sendo os conceitos aqueles dispostos por Ludke e André (1986). Uma pesquisa qualitativa busca uma interação entre o pesquisador e o ambiente pesquisado, enfatizando mais os processos utilizados na pesquisa do que dados quantitativos.

Dentro desta visão da pesquisa qualitativa, Alves (1991) diz que não há necessidade de se preocupar com representatividade numérica, generalizações estatísticas e relações lineares de causa e efeito, mas sim com a necessidade do pesquisador estar em contato direto com o campo pesquisado e captar os significados dos comportamentos observados.

Dentro da abordagem qualitativa, escolhemos o método da pesquisa bibliográfica e da pesquisa-ação. A pesquisa bibliográfica foi utilizada na busca por referências teóricas, e a pesquisa-ação foi utilizada quando da aplicação do produto deste estudo.

A pesquisa bibliográfica, segundo Lakatos e Marconi (1991) é o levantamento e seleção de toda a documentação sobre o assunto a ser pesquisado. Essa pesquisa bibliográfica pode iniciar-se por meio de recursos impressos ou digitais (revistas, jornais, livros, registros fotográficos, teses e dissertações, entre outros) com o intuito de colocar o pesquisador em contato com o que já foi realizado e escrito sobre o mesmo.

Os autores também afirmam que a pesquisa bibliográfica auxilia a fundamentação teórica e auxilia o pesquisador a delimitar e a relevar a importância da pesquisa realizada, sendo assim, o passo inicial para a formalização conceitual do assunto a ser pesquisado. A pesquisa bibliográfica também auxilia o pesquisador a organizar os dados e informações necessárias à realização de sua pesquisa.

A pesquisa-ação é uma estratégia de condução de pesquisa qualitativa, com base empírica, realizada para a resolução ou esclarecimento de um problema coletivo. Neste método, os pesquisadores e participantes desempenham um papel ativo, executando de fato uma ação, de modo cooperativo e participativo perante a situação em que estão envolvidos (THIOLLENT, 1986).

Assim, neste capítulo abordaremos os principais referenciais teóricos utilizados na investigação e experimentação matemática, no uso das NTICs na educação, e na pesquisa-ação e análise dos dados coletados.

A seguir, veremos alguns conceitos de Ensino de Matemática que veem ao encontro do nosso objetivo e auxiliam o nosso plano de ação no ensino de matrizes para os estudantes: a investigação matemática e a experimentação matemática. Ambas são utilizadas neste trabalho como abordagem de ensino durante a aplicação da pesquisa com a turma participante.

## 2.1. Investigação Matemática

O ensino de Matemática vem passando por diversas mudanças em suas estruturas e metodologias, devido às pesquisas em Educação que revelam que os métodos tradicionais já não surtem os efeitos desejados pela sociedade contemporânea. Freire (1996, pag. 13) já criticava este “ensino bancário”, onde o professor deposita conhecimentos no estudante, sem dar a ele a oportunidade de criar e intervir no seu próprio aprendizado, o que torna o método mecanizado e sem valor construtivo, pois o estudante se torna um repetidor do conhecimento.

Os PCNs (BRASIL, 1997, pag. 37) fazem referência a novas atitudes e cita a investigação quando apresentam como um dos objetivos para o ensino:

Identificar os conhecimentos matemáticos como meios para compreender e transformar o mundo à sua volta e perceber o caráter de jogo intelectual, característico da matemática, como aspecto que estimula o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade para resolver problemas.

Para aplicar os conceitos de investigação matemática é necessário apresentar aos estudantes um conjunto de atividades que envolvam os conceitos matemáticos, de modo que tenham oportunidade de experimentar, discutir, formular, conjecturar, generalizar, provar, comunicar suas ideias e tomar decisões. Portanto, organizar o currículo de matemática de forma a fazer uso de atividades investigativas permite a liberdade de criação, a oportunidade de questionar e de utilizar diferentes representações, buscando diferentes métodos de resolução para as atividades propostas.

Braumann (2002, pag. 5), mostra a importância de se ensinar matemática através da investigação matemática, adequando-a a cada nível de ensino, quando diz que:

Aprender Matemática não é simplesmente compreender a Matemática já feita, mas ser capaz de fazer investigação de natureza matemática (ao nível adequado a cada grau de ensino). Só assim se pode verdadeiramente perceber o que é a Matemática e a sua utilidade na compreensão do mundo e na intervenção sobre o mundo. Só assim se pode realmente dominar os conhecimentos adquiridos. Só assim se pode ser inundado pela paixão

“detectivesca” indispensável à verdadeira fruição da Matemática. Aprender Matemática sem forte intervenção da sua faceta investigativa é como tentar aprender a andar de bicicleta vendo os outros andar e recebendo informação sobre como o conseguem. Isso não chega. Para verdadeiramente aprender é preciso montar a bicicleta e andar, fazendo erros e aprendendo com eles.

Vemos que a investigação matemática propicia aos estudantes um aprendizado completo, com fundamentações sólidas e consistentes, tornando-os aptos a aplicarem os conhecimentos aprendidos em aula em qualquer situação, seja no âmbito escolar, social ou profissional.

Segundo Brousseau (1996, *apud* BATANERO, 2001, pag. 124-125):

O trabalho intelectual do estudante deve ser em certos momentos comparável ao dos próprios matemáticos. O estudante deve ter a oportunidade de investigar sobre problemas ao seu alcance, formular, provar, construir modelos, linguagens, conceitos, teorias, intercambiar suas ideias com os outros, reconhecer as que são adequadas com a cultura matemática e adotar as ideias que sejam úteis. Pelo contrário, o trabalho do professor é de certa maneira inverso ao trabalho do matemático profissional. Em lugar de “inventar” métodos matemáticos adequados para resolver problemas, deve “inventar” problemas interessantes que conduzem a um certo conhecimento matemático.

Partindo desta citação, vemos que o professor deve propiciar aos estudantes a oportunidade de desenvolverem um trabalho investigativo. Para isso, este deve criar situações interessantes que conduzam os estudantes ao processo investigativo que possibilite o desenvolvimento de seu próprio conhecimento matemático.

A próxima seção apresenta a Experimentação Matemática e como ela contribui para o aprendizado do estudante.

## **2.2. Experimentação Matemática**

Segundo Piaget (1973, pag. 108), a criança aprende através da experimentação ativa e isto se torna muito importante para ela, pois isso a ajuda a buscar esquemas adequados para a solução de problemas. Sendo assim, a experimentação é uma abordagem que se caracteriza no modelo de aprendizagem que temos desde a nossa mais remota infância, onde fazemos diversas experimentações para entendermos como funciona o mundo e criando as nossas verdades baseadas nestas experiências.

A experimentação matemática é ferramenta essencial para a observação do mundo e para construção do conhecimento científico. Andery (1996, pag. 239) diz que:

Uma das contribuições mais importantes e que imprimiu uma marca no modo de fazer ciência a partir de então foi a intensa relação entre a matemática e a experimentação. Burt (1983), Bernal (1976b) e Mazlich (1988) apontam

Newton como herdeiro e propulsor destes dois campos férteis da investigação, com a necessidade da matemática sempre moldar à experiência.

Como vemos, através da experimentação matemática, grandes cientistas foram capazes de estudar a natureza e o mundo, formulando teorias e leis que regem o universo.

Segundo Trigo e Nunes (2011, pag. 14), a aprendizagem através da experimentação favorece o desenvolvimento de pensar e estimula a construção do conhecimento matemático. D'Ambrósio (1996, pag. 95) cita que

Para muitos isso soa estranho. Matemática experimental? O caráter experimental da matemática foi removido do ensino e isso pode ser reconhecido como um dos fatores que mais contribuíram para o mau rendimento escolar.

Logo, para o autor, a retirada da experimentação matemática foi um dos fatores que contribuíram para o mau rendimento escolar.

Toledo (1997, pag. 37) cita que

Se antes era necessário fazer contas rápidas e corretamente, hoje é importante saber por que os algoritmos funcionam, quais são as ideias e os conceitos neles envolvidos, qual a ordem de grandeza de resultados que se pode esperar de determinados cálculos e quais as estratégias mais eficientes para enfrentar uma situação-problema, deixando para as máquinas as atividades repetitivas, a aplicação de procedimentos padrões e as operações de rotina.

Logo, este também tem uma visão de como deve ser o ensino de matemática no mundo atual, deixando de lado o processo mecânico e trabalhando o processo reflexivo da matemática.

Assim, quando trabalhamos com experimentação matemática, buscamos fazer com que o estudante desenvolva a capacidade de resolver problemas observando, analisando e refletindo sobre as informações e objetos que lhe são fornecidos. Através disso, partimos para o levantamento de hipóteses sobre as resoluções possíveis para aquele determinado problema.

A experimentação matemática faz com que os assuntos estudados nos livros e apostilas sejam experimentados, inclusive com a possibilidade de manipulação de objetos concretos. Dessa forma, o estudante acaba por perceber a utilidade daquele conhecimento, tornando o estudo relevante e aplicável no cotidiano do estudante.

Segundo Reginaldo, Sheid, Gullich (2012), as atividades devem permitir generalizações, oportunizando ao estudante a possibilidade de levantar hipóteses, pesquisar e discutir os resultados obtidos criando seu próprio aprendizado. D'Ambrósio (1996, pag. 31) deixa claro seu posicionamento em relação a novas

práticas educacionais que motivem o estudante a querer aprender Matemática de forma clara e objetiva, quando menciona que:

É muito difícil motivar com fatos e situações do mundo atual uma ciência que foi criada e desenvolvida em outros tempos em virtude dos problemas de então, de uma realidade, de percepções, necessidades e urgências que nos são estranhas. Do ponto de vista de motivação contextualizada, a matemática que se ensina hoje nas escolas é morta. [...] Interessa à criança, ao jovem e ao aprendiz em geral aquilo que tem apelo às suas percepções materiais e intelectuais mais imediatas. [...] Quando digo “mais imediatas” não estou me referindo apenas ao utilitário. Mas, igualmente, e acho isso muito importante, ao desafio intelectual.

Vemos que para este autor o melhor modo de ensinar é através de atividades que realmente desafiem o intelecto do estudante. Assim, reconhecemos que o conhecimento matemático é cumulativo, mas isso não basta para manter programas linearmente cumulativos, é preciso inovar nas justificativas, como afirma D’Ambrósio (1996, pag. 32)

Um bom exercício para o docente é preparar uma justificativa para cada um dos tópicos do programa – mas não vale dar justificativas internalistas, isto é, do tipo “progressões são importantes para entender logaritmos”. Pede-se justificativas contextualizadas no mundo de hoje e do futuro.

O princípio fundamental da experimentação matemática é a de motivar o estudante e oportunizar para aquele outro, que não conseguiu entender o conteúdo abstratamente, ter ainda a chance de experimentá-lo, visualizando ou tocando objetos relacionados ao assunto, de modo a facilitar a aprendizagem. O “fazer” torna-se algo importantíssimo no processo educativo. Nessa mesma linha de pensamento está um antigo provérbio chinês, citado por Lorenzato (2006, pag. 5):

Se ouço, esqueço; se vejo, lembro; se faço, compreendo”, o que é confirmado plenamente pela experiência de todos, especialmente daqueles que estão em sala de aula. Enfim não faltam argumentos favoráveis para que a escola possua objetos e imagens a serem utilizados nas aulas como facilitadores de aprendizagem.

As pesquisas realizadas nos mostram que a investigação e experimentação matemática possuem mais pontos de convergência do que divergências, pois todos apontam que os estudantes devem ser os protagonistas do processo e o “fazer” é essencial para a assimilação do conteúdo por parte do estudante. Tais procedimentos têm um grande potencial para envolver os estudantes no processo de ensino-aprendizagem, criando verdadeiro prazer em estudar, o que colabora efetivamente com o desenvolvimento pessoal e cultural que é importantíssimo para a formação do cidadão. D’ Ambrósio (1996, pag. 21) diz que a consciência auxilia a sobrevivência e

transcendência do homem. A consciência é a relação dialética entre o saber e fazer, gerando assim, o conhecimento.

Hoje, já não basta a transferência de informações e conhecimentos desconexos da realidade. É necessário saber fazer e com isso, construir o conhecimento através da experimentação e das mais diversas linguagens. Cabe ao professor efetivar estes processos em suas aulas, através de um currículo ativo, que integre o conteúdo a novas práticas pedagógicas e a nova realidade da sociedade.

Neste sentido, a próxima seção apresenta uma breve abordagem de como as NTICs tem sido utilizadas na educação, como ferramenta auxiliadora no processo de geração de conhecimento.

### **2.3. O uso das NTICs na educação**

É inegável que nos dias de hoje a tecnologia tomou um espaço enorme em nossas vidas que começamos a pensar como que conseguíamos viver sem ela antes. Equipamentos e dispositivos que antes só eram vistos em filmes de ficção científica, hoje estão na palma de nossas mãos. O avanço tecnológico permitiu a criação destes equipamentos e, além disso, interligá-los em uma grande rede virtual, chamada internet.

Tais recursos tecnológicos estão cada vez mais acessíveis e através deles, estando conectado à internet, podemos compartilhar fotos, imagens, vídeos, áudios ou qualquer outro arquivo que tenhamos em nosso celular, smartphone, tablete, notebook ou computador. Alarcão (2007, pag. 13) expressa esta nova sociedade que está se formando da seguinte maneira:

Vivemos hoje numa sociedade complexa, repleta de sinais contraditórios, inundada por canais e torrentes de informação numa oferta de “sirva-se quem precisar e do precisar” e “faça de mim o uso que entender”. O cidadão comum dificilmente consegue lidar com a avalanche de novas informações que o inundam e que se inter cruzam com novas ideias e problemas, novas oportunidades, desafios e ameaças.

Nossas práticas, modo de pensar, agir e de se comunicar estão cada vez mais dependentes destes recursos tecnológicos e criamos um novo espaço, chamado de ciberespaço. Conforme Castells (2003, pag. 10)

[...] a Internet transforma o modo como nos comunicamos, nossas vidas são profundamente afetadas por essa nova tecnologia da comunicação. Por outro lado, ao usá-la de muitas maneiras, nós transformamos a própria Internet. Um novo padrão sociotécnico emerge dessa interação

Dessa maneira, vemos que o uso da tecnologia está transformando as relações sociais, econômicas, financeiras e no âmbito educacional não seria diferente. É fundamental que a comunidade escolar tenha clareza desta era da informação e da comunicação que é inerente ao conhecimento.

A Internet e demais tecnologias são ferramentas indispensáveis na produção de conhecimento, na democratização das informações, no exercício do poder e na criação de novos códigos culturais. Segundo Ramos e Coppola (2008, pag. 06):

A internet é hoje uma ferramenta indispensável no processo de ensino e aprendizagem, pois ela proporciona uma interação efetiva entre professores e estudantes, possibilitando assim novas propostas de trabalho. Ela consegue fazer uma ponte entre a escola e o mundo exterior aumentando assim a comunicação entre a escola, os estudantes, os pais e toda a comunidade, além de proporcionar um trabalho mais divertido.

Por isso, um dos maiores desafios é democratizar o acesso aos recursos tecnológicos e possibilitar a todo cidadão uma alfabetização tecnológica.

Lévy (1999, pag. 238) ressalta que para que ocorra a inclusão digital é necessária a interação constante entre o usuário e o equipamento e que ele seja preparado para o uso do mesmo, conforme afirma:

[...] não basta estar na frente de uma tela, munido de todas as interfaces amigáveis que se possa pensar, para superar uma situação de inferioridade. É preciso, antes de mais nada, estar em condições de participar ativamente dos processos de inteligência coletiva que representam o principal interesse do ciberespaço.

Mercado (1999) nos diz que o uso das NTIC como uma ferramenta didática pode contribuir para auxiliar professores na sua tarefa de transmitir o conhecimento e adquirir uma nova maneira de ensinar cada vez mais criativa e dinâmica, auxiliando novas descobertas, investigações e levando sempre em conta o diálogo. Para o estudante, pode contribuir para motivar a sua aprendizagem e aprender, passando assim, a ser mais um instrumento de apoio no processo ensino-aprendizagem.

Mas não basta apenas termos o avanço tecnológico, precisamos tornar estes avanços tecnológicos em conhecimentos didáticos e transportá-los para dentro da escola de forma aplicável ao ensino, não apenas como diversão. Segundo Kenski (2007, pag. 73):

Para que as novas tecnologias não sejam vistas como apenas mais um modismo, mas com a relevância e o poder educacional que elas possuem, é preciso refletir sobre o processo de ensino de maneira global. Antes de tudo, é necessário que todos estejam conscientes e preparados para assumir novas perspectivas filosóficas, que contemplem visões inovadoras de ensino e de escola, aproveitando-se das amplas possibilidades comunicativas e informativas das novas tecnologias, para a concretização de um ensino crítico e transformador de qualidade.

Assim, vemos que a utilização das novas tecnologias na educação pode ser um caminho para novas formas de ensinar e aprender, mas a mesma deve trazer consigo um aprendizado relevante para o estudante.

Moran (2004) diz que se os estudantes fazem pontes entre o que aprendem intelectualmente e as situações reais ligadas aos seus estudos, a aprendizagem será mais significativa, viva e enriquecedora e complementa:

As universidades e os professores precisam organizar nos seus currículos e cursos atividades integradoras da prática com a teoria, do compreender com o vivenciar, o fazer e o refletir, de forma sistemática, presencial e virtualmente, em todas as áreas e ao longo de todo o curso (MORAN, 2004, pag. 04).

Para Viriato (2007), cabe à escola propiciar esta alfabetização tecnológica, e ao professor estar preparado para utilizar estes recursos de forma didática e inclusa, que leve o estudante a uma formação completa, cidadã e tecnológica. Para que isso ocorra de forma efetiva, os cursos de formação inicial de professores devem possuir em sua grade uma disciplina que propicie o professor, ao ingressar em sala de aula, estar preparado para utilizar tais recursos, e os professores já formados, devem buscar cursos de extensões, especializações que possibilitem esta formação continuada na área de tecnologia, senão ele também se tornará um excluído digital.

O Plano Nacional de Educação (2001) tem um capítulo dedicado a Educação Tecnológica e Formação Profissional, onde estabelece metas para a formação de professores com domínio das novas tecnologias de comunicação e informação, e que o mesmo esteja capacitado para integrá-las à prática do magistério.

D'Ambrósio (1997) afirma que o professor que está acostumado a transmitir o “velho” não terá mais espaço, pois os estudantes querem o “novo” e isto nos leva a uma nova era da educação. O professor precisa ensinar os conteúdos de novas maneiras, que motivem o estudante a querer aprender, a querer entender aquele conceito e como aquilo pode ser levado ao seu cotidiano, sendo o computador uma possível ferramenta que faça essa conexão do mundo escolar com o dia a dia do estudante. Com isso, cada profissional da educação deve ter um conhecimento geral de tecnologia e um conhecimento específico da tecnologia que pode ser aplicada ao conteúdo que se deseja ensinar.

Trabalhar em um ambiente de aprendizagem com NTIC é um grande desafio, dado que traz uma mudança de concepções e processos pedagógicos, e cabe ao professor a busca de novas ideias e valores, integrando o computador a suas práticas pedagógicas. Existem diversos softwares disponíveis para elaboração e

apresentações de *slides*, jogos e simuladores que levam o estudante a aprender determinados conceitos de forma interativa com o computador. Porém, alguns professores não sabem como utilizá-los de forma efetiva. Assim vemos que utilizar as novas tecnologias em sala de aula não parece ser o maior dos desafios do professor, mas sim utilizar estas ferramentas tecnológicas de forma a tornar a aula mais interativa, criativa e envolvente é o que parece realmente desafiante.

Simplesmente mudar as informações passadas no quadro-negro para um slide não muda a aula, é necessário um trabalho pensado em conjunto, em que a parte teórica seja associada a algum recurso tecnológico que a modernidade oferece, mantendo sempre o objetivo principal, que é a aprendizagem, senão o mesmo perde sua validade.

Cortella (2005, pag. 34) alerta sobre o uso equivocado da tecnologia na escola:

[...] a presença isolada e desarticulada dos computadores na escola não é, jamais, sinal de qualidade de ensino; mal comparando, a existência de alguns aparelhos ultramodernos de tomografia e ressonância magnética em determinado hospital ou rede de saúde não expressa, por si só, a qualidade geral do serviço prestado à população. É necessário estarmos muito alertas para o risco da transformação dos computadores no bezerro de ouro a ser adorado em Educação.

Como podemos ver, não basta ter o computador à disposição dos professores e estudantes. Se o mesmo for subutilizado, sua eficiência como ferramenta de ensino-aprendizagem se torna nula. É necessário um trabalho efetivo do professor em elaborar atividades que propiciem o aprendizado do estudante e a inclusão digital, para que o computador não vire apenas um objeto decorativo dentro do ambiente escolar.

Ponte (2003, pag. 163) afirma que:

[...] o uso das NTIC como ferramentas cada vez mais presentes nas atividades dos professores de Matemática, constituem-se em: a) um meio educacional auxiliar para apoiar a aprendizagem dos estudantes; b) um instrumento de produtividade pessoal, para preparar material para as aulas, para realizar tarefas administrativas e para procurar informações e materiais; c) um meio interativo para interagir e colaborar com outros professores e parceiros educacionais.

Assim, o autor nos traz a importância de utilizarmos as NTIC como ferramenta de aprendizado de conceitos de Matemática.

A simulação utilizando o computador é uma maneira de auxiliar o processo didático, e cabe ao professor incentivar o estudante a opinar, debater e questionar sobre os resultados que vão sendo encontrados. Neste novo contexto, o professor deve assumir o papel de facilitador dessa construção de conhecimento e não de

apenas repassar conhecimento. Isso significa que o professor deve ter muito claro como fazer a integração do conteúdo curricular com as atividades práticas utilizando o computador, buscando sempre que estas atividades sejam facilitadoras da aprendizagem.

No caso específico do ensino de Matrizes, é comum observamos o uso de um software muito conhecido, chamado Excel, no intuito de dar um significado para o tema e utilizar um recurso tecnológico de forma eficaz. Mas existem outros softwares gratuitos para *download* disponíveis na internet, tais como o Matrix Calculator, Matrixcalc, Ecalc, e a Calculadora Matrix Online, que propiciam aos estudantes trabalharem os conceitos e as propriedades das Matrizes de forma interativa, tendo o computador como uma ferramenta, um meio de aprendizagem.

O trabalho de pesquisa realizado por Chereguini (2013) mostra que o uso de recursos tecnológicos aplicados no ensino de matrizes, além de serem aliados no processo de ensino e aprendizagem, ainda funciona como motivador para os estudantes, pois tais equipamentos geram curiosidade e a curiosidade é o estopim para a busca do conhecimento. Tais aplicativos são meios facilitadores para o entendimento de conteúdos mais complexos, incrementando a motivação e servindo para dar continuidade aos estudos, pois o uso da tecnologia favorece uma menor resistência dos estudantes aos conteúdos a serem ministrados e conseqüentemente favorece o aprendizado.

D'Ambrósio (2000, pag. 158) diz:

[...] que a tecnologia, entendida como a convergência do saber [ciência] e do fazer [técnica], e a matemática são intrínsecas à busca solidária de sobreviver e de transcender. A geração do conhecimento matemático não pode, portanto, ser dissociada da tecnologia disponível [...]

Logo, as NTIC são fatores importantes no processo de ensino e que não podem estar à margem do processo, e sim, serem utilizadas como uma ferramenta na busca e construção de novos conhecimentos e saberes. Além disso, vemos que já surgem novas necessidades e saberes essenciais para a formação inicial e continuada dos professores.

Assim, na próxima seção abordaremos também, brevemente, a formação do professor, apesar de não ser o foco deste trabalho, para ilustrar como, a cada dia que passa, este professor do ensino médio, em especial do ensino técnico integrado ao ensino médio, deverá estar mais bem preparado para articular os conceitos e NTIC em sala de aula, além de integrar os conceitos de formação geral e de área técnica.

## **2.4. A formação do professor de ensino técnico e a utilização de novas tecnologias**

De acordo com o Portal Brasil, o decreto 7.566, de 23 setembro de 1909, assinado pelo presidente Nilo Peçanha, é considerado o marco inicial do ensino profissional, científico e tecnológico de abrangência federal no Brasil. O ato criou 19 Escolas de Aprendizes Artífices, que tinham o objetivo de oferecer ensino profissional primário e gratuito para pessoas que o governo chamava de “desafortunadas” à época.

No Encontro de História da Educação no Estado do Rio de Janeiro, relata-se que na pesquisa realizada em documentos do CEFET-RJ e também em artigos e livros sobre o tema, que parte dos professores que lecionavam nos cursos profissionalizantes eram oriundos da Escola Normal de Artes e Ofícios Wenceslau Braz, inaugurada em 1917 e fechada em 1937, acrescido de professores estrangeiros contratados para a ocasião, além de outros professores brasileiros (CARDOZO, GRIGOROVISKI e SOUZA, 2013).

A Escola Normal de Artes e Ofícios Wenceslau Braz, durante seu funcionamento, habilitou apenas 381 professores, em sua grande maioria para atividades de trabalhos manuais em escolas primárias.

Em 1942, a Lei Orgânica do Ensino Industrial em seu parágrafo único institui uma regulamentação para a formação deste professor do ensino profissionalizante, dizendo:

Parágrafo único. Cabe ainda ao ensino industrial formar, aperfeiçoar ou especializar professores de determinadas disciplinas próprias desse ensino, e administradores de serviços a esse ensino relativo.

E complementava em seu art. 54:

Art. 54. Os professores, nas escolas industriais e escolas técnicas, serão de uma ou mais categorias, de acordo com as possibilidades e necessidades de cada estabelecimento de ensino.

§ 1º A formação dos professores de disciplinas de cultura geral, de cultura técnica ou de cultura pedagógica, e bem assim dos de práticas educativas, deverá ser feita em cursos apropriados.

Mas tal lei não especificava qual aperfeiçoamento o professor deveria receber para lecionar nestes cursos.

Com a LDB nº 4.024/1961, artigo 59, dois caminhos separados foram estabelecidos para a formação de professores: em faculdades de filosofia, ciências e

letras, os que se destinassem ao magistério no ensino médio; e em cursos especiais de educação técnica, os que se habilitassem para disciplinas do ensino técnico. Mas este artigo só foi regulamentado em 1967, e neste contexto, os bacharéis ou técnicos continuavam a lecionar em disciplinas do ensino profissionalizantes sem formação pedagógica inicial, e sem regras definidas para a complementação pedagógica.

No ano de 1968, a lei nº 5.540/68 no art. 30, determinou que a formação de todos os professores do ensino de segundo grau, tanto para disciplinas gerais quanto técnicas, deveria se dar em nível superior, mas devido a carência de professores de ensino técnico habilitados em nível superior, os cursos técnicos continuaram a contratar bacharéis ou técnicos para lecionar em seus cursos e o MEC foi incumbido de organizar e coordenar cursos superiores de formação de professores para os bacharéis que viessem a lecionar no ensino técnico agrícola, comercial e industrial de forma contínua, durante o efetivo trabalho docente.

Na LDB nº 9.394/96 tomou-se o cuidado de explicitar referências gerais para a formação de professores, extensivas aos de disciplinas específicas: formação mediante relação teoria e prática, aproveitamento de estudos e experiências anteriores dos estudantes desenvolvidas em instituições de ensino e em outros contextos, e prática de ensino de, no mínimo, 300 horas.

No ano de 1997, foi promulgado o Decreto nº 2.208/97, que em seu artigo 9º dizia:

As disciplinas do currículo do ensino técnico serão ministradas por professores, instrutores e monitores selecionados, principalmente, em função de sua experiência profissional, que deverão ser preparados para o magistério, previamente ou em serviço, através de cursos regulares de licenciatura ou de programas especiais de formação pedagógica.

Segundo Dante Moura (*apud* Mathias e Salomão, 2011), os monitores ou instrutores consideram-se habilitados a lecionar devido aos conhecimentos técnicos de sua área específica, pois atuam sobre a ideia de que o ensino profissionalizante é a simples transmissão de conhecimento técnico, não necessitando ter o conhecimento pedagógico para a problematização, contextualização e análise social de seus atos. Essa visão, que ensino é apenas a transmissão de conhecimento, permanece até hoje.

Peterossi (1994, pag. 94) destaca essa formação incompleta, na parte pedagógica, do professor de ensino profissionalizante, e como a legislação sempre foi conivente com isso, quando afirma:

Muito mais do que uma história de sua formação encontra-se uma trajetória de não-formação no sentido de que, a rigor, nunca houve uma proposta realmente consistente em relação a esses professores.

Isto mostra a fragilidade do sistema de ensino profissional no Brasil, que sempre está com falta de profissionais que queiram ingressar nesta área, e com isso são contratados profissionais que não possuem formação inicial docente para lecionar e, às vezes, nem os conhecimentos técnicos de nível superior em sua área de atuação, pois estes podem ser contratados como instrutores ou monitores.

Embora novas leis e regulamentações fossem criadas, a formação de professores para o ensino técnico continuou sendo tratada de forma emergencial, sem a formação pedagógica necessária ao trabalho docente. Oliveira (2006, pag. 25) diz que:

Como algo especial, emergencial, sem integralidade própria, que carece de marco regulatório e, por meio de programas, desenvolve-se, paradoxalmente, sem a superação das situações vigentes e ditas emergenciais, e sinalizando uma política de falta de formação. Aliás, essa falta de formação justifica-se pelo recorrente não reconhecimento de um saber sistematizado próprio da área.

Devido a estas situações emergenciais, tínhamos bacharéis de química, administração, computação ou de outras áreas de exatas que lecionavam a disciplina de Matemática tanto no ensino profissional como na educação básica, devido à carência de professores de Matemática.

Também, nesta época, estudantes do 1º ano da licenciatura já ingressavam nas escolas públicas para lecionar no ensino médio sem nunca ter feito qualquer tipo de estágio, ou prática de ensino que aprofundasse o conhecimento didático da disciplina que iria lecionar, seja ela Português, Matemática, Física ou qualquer outra do currículo.

A legislação nem sempre vai de encontro ao que diz a pesquisa de formação inicial de professor e dos saberes necessários à docência. Podemos ver isso através das concepções de Imbernón (2000, pag. 39) que diz que:

O processo de formação deve dotar os professores de conhecimentos, habilidades e atitudes para desenvolver profissionais reflexivos ou investigadores. Nesta linha, o eixo fundamental do currículo de formação de professores é o desenvolvimento da capacidade de refletir sobre a própria prática docente, com o objetivo de aprender a interpretar, compreender e refletir sobre a realidade social e à docência.

Tais saberes não são adquiridos na formação inicial de técnico ou engenheiro que venha a trabalhar com ensino profissionalizante, pois este não seria o seu mercado de trabalho, e também não são adquiridos no primeiro ano da licenciatura, pois os

cursos de licenciatura só vêm oferecer tais disciplinas, em geral, nos dois últimos anos da graduação.

Nóvoa (1991) defende que os futuros professores, mesmo os que estejam cursando licenciatura, devam ser acompanhados por professores experientes durante seus estágios e anos iniciais. Mas como vemos, tais professores primeiro ingressam em sala de aula para lecionar e depois buscam a formação pedagógica, muitas vezes não fazem o estágio, pois já estão em regência de aula.

Shulman (1986 *apud* Mizukami, 2004, pag. 36) considera que cada área do conhecimento tem uma especificidade própria que justifica a necessidade de estudar o conhecimento do professor tendo em vista a disciplina que ele ensina. Ele identifica três vertentes no conhecimento do professor quando se refere ao conhecimento da disciplina para ensiná-la:

- o conhecimento do conteúdo da disciplina;
- o conhecimento didático do conteúdo da disciplina;
- o conhecimento do currículo.

Desse modo, o conhecimento do conteúdo da disciplina a ser ensinada envolve sua compreensão e organização. Shulman (1986 *apud* Mizukami, 2004 pag. 42) destaca que o professor deve compreender a disciplina que vai ensinar com base em diferentes perspectivas e estabelecer relações entre vários tópicos do conteúdo disciplinar, e entre sua disciplina e outras áreas do conhecimento. O conhecimento técnico do conteúdo, os bacharéis e técnicos possuem, mas os conhecimentos pedagógicos, como efetuar a transposição didática do conteúdo, processos de avaliação, entre outros, na maioria dos casos, não lhe são oferecidos durante sua formação inicial.

Ainda em relação ao conhecimento do professor, Tardif (2000) ressalta que ele é caracterizado pela diferença em relação ao conhecimento de um especialista na disciplina e tem um forte componente do “saber a disciplina para ensiná-la”. O presidente da Câmara de Educação Básica (CEB/CNE), Francisco Aparecido Cordão (*apud* Mathias e Salomão), pondera que:

Há bastante tempo, vem sendo discutido a formação de professores para a educação profissional. Formação esta que, tradicionalmente no Brasil nunca foi muito valorizada pela universidade. Sempre se fala em programas especiais, mas nunca em licenciatura ou em formação específica para o professor da educação profissional. Nas escolas, muitas vezes, há o professor e o instrutor, que nem do mesmo sindicato são, o que afeta a identidade profissional da categoria (MATHIAS, SALOMÃO, 2011, pag. 01).

Como podemos observar, não há uma regulamentação específica para a formação de professores da educação profissional. Isto “atrapalha” até a organização sindical da categoria e na luta por melhores condições de trabalhos, pois os mesmos podem ser técnicos, tecnólogos ou engenheiros e cada um possui um sindicato diferente, com objetivos diferentes.

No ano de 2012, o Conselho Nacional de Educação resolve emitir uma nova resolução que para regulamentar a formação pedagógica para os docentes do ensino profissionalizante, vigente até os dias de hoje. Segundo o art. 40 da resolução nº 6/2012 do CNE/CEB (pag. 12):

Art. 40 A formação inicial para a docência na Educação Profissional Técnica de Nível Médio realiza-se em cursos de graduação e programas de licenciatura ou outras formas, em consonância com a legislação e com normas específicas definidas pelo Conselho Nacional de Educação.

§ 1º Os sistemas de ensino devem viabilizar a formação a que se refere o caput deste artigo, podendo ser organizada em cooperação com o Ministério da Educação e instituições de Educação Superior.

§ 2º Aos professores graduados, não licenciados, em efetivo exercício na profissão docente ou aprovados em concurso público, é assegurado o direito de participar ou ter reconhecidos seus saberes profissionais em processos destinados à formação pedagógica ou à certificação da experiência docente, podendo ser considerado equivalente às licenciaturas:

I - excepcionalmente, na forma de pós-graduação lato sensu, de caráter pedagógico, sendo o trabalho de conclusão de curso, preferencialmente, projeto de intervenção relativa à prática docente;

II - excepcionalmente, na forma de reconhecimento total ou parcial dos saberes profissionais de docentes, com mais de 10 (dez) anos de efetivo exercício como professores da Educação Profissional, no âmbito da Rede CERTIFIC;

III - na forma de uma segunda licenciatura, diversa da sua graduação original, a qual o habilitará ao exercício docente.

§ 3º O prazo para o cumprimento da excepcionalidade prevista nos incisos I e II do § 2º deste artigo para a formação pedagógica dos docentes em efetivo exercício da profissão, encerrar-se-á no ano de 2020.

§ 4º A formação inicial não esgota as possibilidades de qualificação profissional e desenvolvimento dos professores da Educação Profissional Técnica de Nível Médio, cabendo aos sistemas e às instituições de ensino a organização e viabilização de ações destinadas à formação continuada de professores.

Esta resolução tem diferenças em relação às anteriores, pois as mesmas nunca estipularam prazos ou deixaram clara a obrigatoriedade da formação pedagógica dos bacharéis que lecionavam em ensino profissionalizante, mostrando que tal formação é necessária, como também a formação contínua do docente, pois o profissional docente é um ser inacabado, seu aperfeiçoamento é reflexivo e contínuo.

Encerrando aqui nossa breve discussão e apanhado histórico sobre a formação do professor do ensino técnico de nível médio, a próxima seção apresenta o que é a pesquisa-ação, que foi utilizada neste trabalho no desenvolvimento da pesquisa e

aplicação do roteiro didático em uma turma de ensino técnico integrado ao ensino médio.

## **2.5. A pesquisa-ação**

Segundo Thiollent (1986, pag.18), a pesquisa-ação possui dois objetivos, os quais serão descritos abaixo:

### **a) Objetivo Prático (Ação):**

1. Interação entre pesquisadores e comunidade;
2. Ação concreta resultante da interação entre os pesquisadores e a comunidade;
3. Investigação de situações e problemas sociais;

### **b) Objetivo do Conhecimento (Pesquisa):**

4. Ampliação do nível de consciência da comunidade;
5. Produção de conhecimento.

Tais objetivos vão ao encontro desta proposta de pesquisa, uma vez que visamos a interação do pesquisador com os estudantes na solução de um problema através de investigações e a ampliação da consciência e produção de conhecimento coletivo de forma colaborativa.

Thiollent (1986) menciona também que a pesquisa-ação possui um caráter participativo e supõe uma ação planejada (social, educacional, técnica, etc.). Dessa forma, para o autor, todo tipo de pesquisa-ação é do tipo participativo, pois a participação das pessoas implicadas nos problemas investigados é absolutamente necessária.

Kemmis e Mc Taggart (1988, *apud* ELIA e SAMPAIO, 2001, pag. 248), definem a ideia de pesquisa-ação da seguinte forma:

Pesquisa-ação é uma forma de investigação baseada em uma autorreflexão coletiva empreendida pelos participantes de um grupo social de maneira a melhorar a racionalidade e a justiça de suas próprias práticas sociais e educacionais, como também o seu entendimento dessas práticas e de situações onde essas práticas acontecem. A abordagem é de uma pesquisa-ação apenas quando ela é colaborativa.

Sendo assim, a pesquisa-ação proporciona ao pesquisador a oportunidade de efetuar um trabalho coletivo e reflexivo junto aos participantes do grupo, analisando e melhorando coletivamente as práticas e as situações aonde estas práticas acontecem.

Na área de ensino, tais conceitos auxiliam o professor em suas práticas educacionais ao proporcionar uma reflexão sobre suas práticas.

Segundo Elliot (1997, pag. 17) a pesquisa-ação é um processo que se modifica continuamente em espirais de reflexão e ação, onde cada espiral inclui:

- aclarar e diagnosticar uma situação prática ou um problema prático que se quer melhorar ou resolver;
- formular estratégias de ação;
- desenvolver essas estratégias e avaliar sua eficiência;
- ampliar a compreensão da nova situação; e
- proceder aos mesmos passos para a nova situação prática.

Como vemos, a pesquisa-ação é um modo de conceber e organizar uma pesquisa social prática, sendo aplicável em diversos campos, tais como educação, comunicação, organização, serviço social, entre outros. Seu principal objetivo é fornecer aos pesquisadores e participantes, os meios de se tornarem capazes de buscar as soluções para seus problemas reais, através de diretrizes de ação transformadora.

Na pesquisa-ação deve-se manter algumas condições de pesquisa e algumas exigências de conhecimento científico, para uma melhor fundamentação. Lembrando que parte do conhecimento é disseminado entre os participantes e outra parte à comunidade científica.

Segundo Thiollent (1986, pag. 47), as fases da pesquisa-ação são as seguintes:

- 1) A Fase Exploratória: Consiste em descobrir o campo de pesquisa, os interessados e suas expectativas e estabelecer um primeiro levantamento (ou “diagnóstico”) da situação, dos problemas prioritários e de eventuais ações.
- 2) O Tema da Pesquisa: É a designação do problema prático e da área de conhecimento a serem abordados. Uma vez definido, o tema é utilizado como “chave” de identificação e de seleção de áreas de estudo disponíveis em ciências sociais e outras disciplinas relevantes.
- 3) A Colocação dos Problemas: Em pesquisa social aplicada, e em particular no caso da pesquisa-ação, os problemas colocados são inicialmente de ordem prática. Trata-se de procurar soluções para se chegar a alcançar um objetivo ou realizar uma possível transformação dentro da situação observada.
- 4) O Lugar da Teoria: O papel da teoria consiste em gerar ideias, hipóteses ou diretrizes para orientar a pesquisa e as interpretações.

- 5) Hipótese: Definida como suposição formulada pelo pesquisador a respeito de possíveis soluções a um problema colocado na pesquisa. A partir da sua formulação, o pesquisador identifica as informações necessárias, evita a dispersão, focaliza determinados segmentos do campo de observação, seleciona dados, outros.
- 6) Seminário: Constitui grupos de estudo e equipes de pesquisa, coordena suas atividades, centraliza informações, elabora interpretações, busca soluções, define diretrizes de ações, acompanha, avalia e divulga resultados.
- 7) Campo de Observação, Amostragem e Representatividade Qualitativa: Uma pesquisa-ação pode abranger uma comunidade geograficamente concentrada (favela) ou espalhada (camponeses). Em alguns casos, a delimitação empírica é relacionada com um quadro de atuação, como no caso de uma instituição, universidade, etc. Quando o tamanho do campo é muito grande coloca-se a questão da amostragem e da representatividade.
- 8) Coleta de Dados: As principais técnicas utilizadas são a entrevista coletiva nos locais de moradia ou de trabalho e a entrevista individual aplicada de modo aprofundado. Deve estar sobre controle do seminário central.
- 9) Aprendizagem: Na pesquisa-ação, a capacidade de aprendizagem é aproveitada e enriquecida em função das exigências da ação em torno da qual se desenrola a investigação. Tanto pesquisadores como participantes aprendem durante o processo de investigação, discussão e resultados.
- 10) Saber Formal / Saber Informal: Dentro da concepção da pesquisa-ação, o estudo da relação entre saber formal e saber informal visa estabelecer (ou melhorar) a estrutura de comunicação entre dois universos culturais: o dos especialistas e o dos interessados.
- 11) Plano de Ação: Para corresponder ao conjunto de seus objetivos, a pesquisa-ação deve se concretizar em alguma forma de ação planejada, objeto de análise, deliberação e avaliação.
- 12) Divulgação Externa: É desejável que haja um retorno da informação entre os participantes que conversaram, investigaram, agiram, etc. Este retorno visa promover uma visão de conjunto, que por sua vez possibilita a tomada de consciência sobre o problema analisado.

Seguindo estes princípios, abaixo apresentamos as etapas desta nossa pesquisa-ação:

- 1) A Fase Exploratória: Levantamento da necessidade de um método de ensino de matrizes que relacione este conteúdo ao currículo e necessidades do técnico integrado ao ensino médio de eletrônica. Com isso, foi instituída uma ação de integrar o Arduino neste processo.
- 2) O Tema da Pesquisa: O tema utilizando o Arduino como atividade aberta de investigação matemática para o ensino de conceitos de matrizes foi escolhido por ser de ordem prática, pois através dele é que pretendemos atingir o objetivo final desta pesquisa.
- 3) A Colocação dos Problemas: O problema principal é associar o Arduino ao ensino de matrizes. O Arduino é um recurso tecnológico que propicia a aprendizagem de matrizes?
- 4) O Lugar da Teoria: As teorias utilizadas foram a de investigação e experimentação matemática, juntamente com o uso das NTIC's no processo de aprendizagem e a teoria da aprendizagem significativa.
- 5) Hipótese: A nossa hipótese é de que o Arduino, juntamente com as teorias descritas acima, propicia um método de ensino de matrizes que seja significativa para o estudante.
- 6) Seminário: Todas as aulas ocorrerão com a troca de informações conceituais e debates, onde cada um descreverá o processo utilizado na resolução do problema, criando uma rede de aprendizagem colaborativa.
- 7) Campo de Observação, Amostragem e Representatividade Qualitativa: Para a realização desta pesquisa, foi escolhida uma turma do curso técnico integrado ao ensino médio de eletrônica. Os estudantes participantes observados foram aqueles cujos responsáveis assinaram o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE).
- 8) Coleta de Dados: A técnica utilizada será a entrevista semiestruturada com os estudantes do curso e está centrada nos seminários e discussões em aula citados acima.
- 9) Aprendizagem: Nesta concepção, criaremos novas perspectivas para o ensino de matrizes de forma que todos os integrantes do processo participarão ensinando e aprendendo.
- 10) Saber Formal / Saber Informal: Buscamos levar este conhecimento científico do conteúdo de matrizes ao estudante de forma construtiva e que ele consiga formalizar estes conceitos e utilizá-los no seu dia a dia.

11) Plano de Ação: Pesquisa teórica dos temas abordados, levantamento das atividades, aplicação das atividades, e entrevista com os estudantes.

12) Divulgação Externa: Ao final do processo, é feita uma apresentação em congresso e a publicação de um artigo, mostrando os resultados obtidos e a finalização do processo, além da defesa pública da dissertação.

Sobre a coleta de dados, utilizamos a entrevista semiestruturada. Este tipo de entrevista propicia um material mais adequado à pesquisa-ação, por permitir o diálogo entre as partes e isto ser de extrema importância em uma pesquisa qualitativa. Adotamos a definição de Triviños (1987, p. 152), que diz que a entrevista semiestruturada:

[...] tem como característica questionamentos básicos que são apoiados em teorias e hipóteses que se relacionam ao tema da pesquisa. Os questionamentos dariam frutos a novas hipóteses surgidas a partir das respostas dos informantes.

Para a análise dos dados coletados, através da entrevista semiestruturada, utilizaremos os princípios da análise de conteúdo de Bardin (1977). Para Bardin (1977) a análise de conteúdo é um conjunto de instrumentos metodológicos que se aperfeiçoa constantemente e que se aplica a discursos diversificados.

Bardin (1977) trata a informação através de um roteiro específico:

1. Pré-análise
2. Exploração do Material
3. Tratamento dos resultados e interpretações.

Baseando-se em Bardin (1977), Júnior (2010) sugere uma organização desses dados como descrita no Quadro 2.1, lembrando que este processo passa por diversos entrelaçamentos e ocorre por diversas vezes, idas e vindas.

Quadro 2.1 – Roteiro Didático para análise de conteúdo.

Etapas	Intenções	Ações
1ª Etapa: Pré-análise	<p>Retomada do objeto e objetivos da pesquisa;</p> <p>Escolha Inicial dos documentos;</p> <p>Construção inicial de indicadores para a análise: Definição de unidade de registro – palavra-chave ou frases; e de unidade de contexto – delimitação do contexto (se necessário);</p>	<p>Leitura Flutuante: primeiro contato com os textos, captando o conteúdo genericamente, sem maiores preocupações técnicas;</p> <p>Construção do corpus: Seguir normas de validade:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1- Exaustividade: Dar conta do roteiro;</li> <li>2- Representatividade: Dar conta do universo pretendido;</li> <li>3- Homogeneidade: Coerência internas de temas, técnicas e interlocutores;</li> <li>4- Pertinência: Adequação ao objeto de estudo;</li> </ol>
2ª Exploração do material	<p>Referenciação dos índices e a elaboração de indicadores – recorte do texto e categorização;</p> <p>Preparação e exploração do material: alinhamento;</p>	<p>Desmembramento do texto em unidades/categorias: Inventário (isolamento dos elementos);</p> <p>Reagrupamento por categoria para análise posterior: Classificação (organização das mensagens a partir dos elementos repartidos);</p>
3ª Etapa: Tratamento e Interpretação	<p>Interpretação dos dados brutos (falantes);</p> <p>Estabelecimento de quadros de resultados, pondo em relevo as informações fornecidas pelas análises;</p>	<p>Inferências com uma abordagem variante/qualitativa, trabalhando com significações em lugar de inferências estatísticas.</p>

Fonte: Extraído de Júnior (2010, pag. 35).

Espera-se que essas entrevistas semiestruturadas e a análise de conteúdo contribuam para uma reflexão crítica da pesquisa realizada, promovendo um processo

investigativo que resulte em respostas significativas aos questionamentos e potencializador do conhecimento.

O próximo capítulo apresenta a nossa proposta com relação ao ensino de matrizes utilizando uma NTIC: o Arduino. Tal proposta é o que baseia o nosso produto final desta dissertação: um roteiro didático para o ensino de matrizes.

### 3 PROPOSTA PARA O ENSINO DE MATRIZES UTILIZANDO O ARDUINO

Pancieria e Ferreira (2006, pag. 08) citam que abordar situações-problemas nas aulas de Matemática possibilita um conhecimento matemático mais contextualizado, pois o estudante fará parte do levantamento de dados e interpretação do problema. Trabalhando desta maneira, podemos tornar este trabalho mais dinâmico, fazendo com que o estudante trabalhe tais conceitos de forma construtiva e assim, seu aprendizado se torne enriquecedor.

Na nossa proposta de ensino utilizaremos um circuito eletrônico específico chamado Arduino para resolver situações-problemas propostas aos estudantes, com soluções possíveis que utilizam conceitos de matrizes.

O Arduino vem sendo utilizado amplamente em diversas disciplinas e vem se mostrando uma ferramenta motivadora e interessante na aquisição de conhecimento por parte dos estudantes, por alterar a dinâmica da aula, tornando-a mais dinâmica e participativa. Martinazzo, *et al* (2014, pag. 30) indicam a utilização do Arduino em experimentações nas aulas de Física:

Como se pode observar nos relatos dos experimentos, a utilização do Arduino, juntamente com os sensores acoplados, possibilita a coleta de dados de boa qualidade a partir da utilização de objetos e de conceitos físicos, restando propor que, didaticamente, o sistema Arduino pode ser utilizado por escolas e universidades para favorecer o aprendizado do aluno.

Na área de Ciências Biológicas, Lemos (2014, pag. 23) desenvolveu um protótipo para analisar o processo de fotossíntese sob condição de variação de luminosidade com parâmetros controlados pelo Arduino. Estes dados eram disponibilizados aos estudantes para realizarem pesquisas, questionamentos e relatórios. Com este trabalho, ele concluiu que:

O protótipo desenvolvido apresenta-se como uma ferramenta que proporciona ganhos e satisfação para o aluno sob a forma de aprendizado, e permite a coleta de informações quantitativas e qualitativas, através dos vários sensores e câmeras.

Untem, Cachichi e Matsumoto (2014) desenvolveram um sistema de aquisição de dados físicos e químicos de gases através do Arduino. Os autores acreditam que seu trabalho possa servir para incrementar as práticas didáticas no laboratório e que este novo conceito de experimentação colaborativa, em rede, é fundamentado nas tecnologias educacionais, visando à resolução de problemas práticos relacionados ao ensino de ciências.

Como podemos observar, o Arduino já foi utilizado em outras pesquisas como ferramenta didática nas áreas de Ciências Biológicas, Química e Física, surtindo efeitos satisfatórios nos processos de ensino-aprendizagem. Isso nos mostra que o Arduino é um dispositivo eficaz para experimentações em diversas áreas do conhecimento e pode ser utilizado como uma ferramenta de aprendizado de conceitos de matemática, em especial, de matrizes.

As próximas seções deste capítulo apresentam uma introdução ao Arduino e como podem ser abordados alguns conceitos de matrizes utilizando este circuito em atividades que propiciam a investigação e a experimentação matemática.

### 3.1. O Arduino

Utilizaremos o circuito conhecido como Arduino e sua linguagem de programação para propiciar ao estudante uma aprendizagem dos conceitos de matrizes através da investigação e experimentação matemática.

Todas as informações fornecidas neste capítulo foram extraídas da página oficial do Arduino na internet ([www.arduino.cc](http://www.arduino.cc)), que o descreve e apresenta informações importantes para a composição da proposta de atividades deste trabalho.

O Arduino nasceu no *Interaction Design Institute Ivrea* como uma ferramenta de fácil manuseio para estudantes sem nenhum conhecimento em eletrônica ou programação e sua arquitetura é totalmente *open-source* (plataforma livre que permite ao usuário modificá-la sem prévia autorização do fabricante). Isto faz com que esta plataforma de trabalho cresça através das contribuições de usuários do mundo inteiro, pois a maioria dos usuários disponibilizam os projetos e programações, servindo de base para um novo projeto de outro usuário.

Existem mais de vinte modelos de placas de Arduino, tais como o Arduino Uno com largura de 68mm e comprimento de 53mm (Figura 3.1), Arduino Mega com largura de 101mm e comprimento de 53mm (Figura 3.2) e Arduino Nano com largura de 45mm e 18mm (Figura 3.3), que apresentamos a seguir. A diferença básica entre elas é a quantidade de entradas/saídas de dados, capacidade de armazenamento, *Clock* e o seu tamanho.

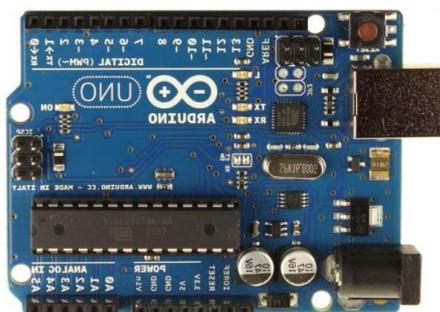


Figura 3.1 – Arduino Uno.  
Fonte: Extraído de Arduino Products (2016).



Figura 3.2 – Arduino Mega.  
Fonte: Extraído de Arduino Products (2016)



Figura 3.3 – Arduino Nano.  
Fonte: Extraído de Arduino Products (2016)

Neste trabalho foi utilizado o Arduino Uno. As especificações técnicas encontram-se no Quadro 3.1 e a Figura 3.4 mostra as portas de acesso ao Arduino Uno, que são utilizadas nessa pesquisa.

Quadro 3.1 – Especificações Técnicas do Arduino Uno.

Microcontrolador	<u>ATmega328P</u>
Tensão operacional	5V
Tensão de entrada (recomendado)	7-12V
Tensão de entrada (limite)	6-20V
Digital pinos I / O	14 (dos quais 6 fornecer saída PWM)
PWM Digital pinos I / O	6
Pinos de entrada analógica	6
Corrente DC por I / O Pin	20 mA
Corrente DC 3.3V para Pin	50 mA
Memória flash	32 KB (ATmega328P) dos quais 0,5 KB utilizado por bootloader
SRAM	2 KB (ATmega328P)
EEPROM	1 KB (ATmega328P)
Velocidade do relógio	16 MHz
LED_BUILTIN	13
Comprimento	68,6 mm
Largura	53,4 mm
Peso	25 g

Fonte: Extraído de Arduino Genuino Uno (2016).

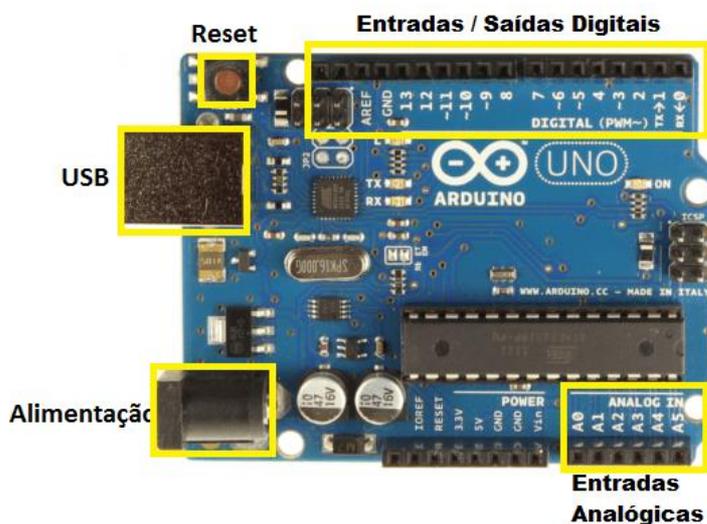
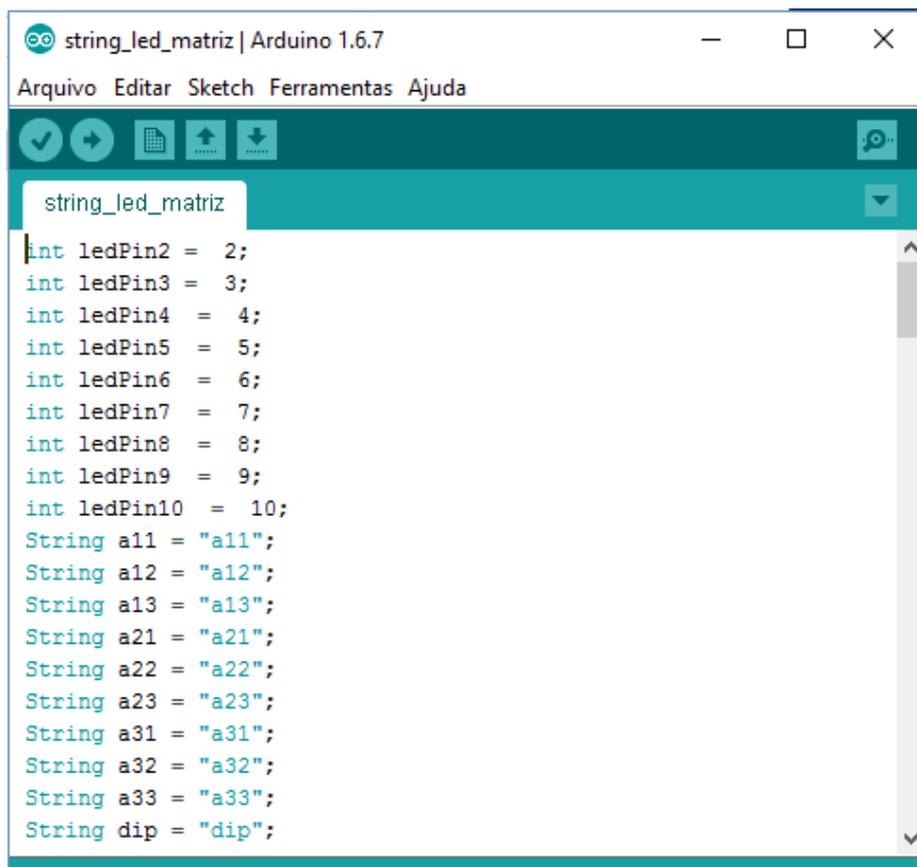


Figura 3.4 – Portas de Acesso ao Arduino UNO.

Fonte: Extraído de Blog FilipeFlop (2016)

A linguagem utilizada na programação do Arduino é a linguagem C++ e abaixo apresentamos a tela de início do Arduino, onde são digitadas as linhas de comando (Figura 3.5).

The image shows a screenshot of the Arduino IDE window. The title bar reads 'string\_led\_matriz | Arduino 1.6.7'. The menu bar includes 'Arquivo', 'Editar', 'Sketch', 'Ferramentas', and 'Ajuda'. Below the menu bar is a toolbar with icons for checkmark, refresh, upload, and download. The main editor area shows the following code:

```
string_led_matriz
int ledPin2 = 2;
int ledPin3 = 3;
int ledPin4 = 4;
int ledPin5 = 5;
int ledPin6 = 6;
int ledPin7 = 7;
int ledPin8 = 8;
int ledPin9 = 9;
int ledPin10 = 10;
String a11 = "a11";
String a12 = "a12";
String a13 = "a13";
String a21 = "a21";
String a22 = "a22";
String a23 = "a23";
String a31 = "a31";
String a32 = "a32";
String a33 = "a33";
String dip = "dip";
```

Figura 3.5 – Tela de Início.

As duas principais partes (funções) de um programa desenvolvido para o Arduino são:

- `setup()`: onde devem ser definidas algumas configurações iniciais do programa. É executado uma única vez.
- `loop()`: função principal do programa. Fica executando as linhas de comando ininterruptamente, até o usuário finalizar a execução do programa.

Todo programa para o Arduino deve ter estas duas funções.

A conexão do Arduino com o computador é feita através da porta USB da própria placa com a porta USB do computador através de um cabo USB.



Figura 3.6 – Conexão do Arduino com o computador através do cabo USB.

Na próxima sessão apresentamos o código fonte utilizado nas atividades abertas usando o Arduino no ensino de conceitos de matrizes.

### 3.2. Código fonte de experimentos com o Arduino

Como dissemos anteriormente, o Arduino tem uma estrutura de Hardware e software *open-source*, o que permite que os usuários disponibilizem os códigos-fontes criados por eles, como também, usufruam de outros códigos-fontes criados e disponibilizados livremente na internet.

No site do fabricante<sup>2</sup>, conseguimos localizar os mais diversos tipos de montagem, desde o princípio básico de funcionamento do Arduino (instalação, configuração, softwares) como também os mais diversos programas e configurações, o que permite a iniciação de qualquer usuário que queira aprender como utilizar o Arduino.

A seguir descrevemos um código fonte básico para o acionamento de um *led* através do Arduino (Figura 3.7). Esta programação para o acionamento de um *led* e acionamento de servo motores, a seguir descrito, como também diversos outros programas, podem ser encontrados no site do fabricante do Arduino.

---

<sup>2</sup> O site do Arduino, no qual se pode ter acesso aos produtos Arduino/Genuino, especificações técnicas, suporte técnico, fórum de usuários, etc., é o <http://www.arduino.cc>.

```

/* LED piscante
 * -----
 * liga e desliga um LED conectado a um pino digital
 * em intervalos de 2 segundos. Idealmente usa-se o pino 13 da
 * placa do Arduino porque ele já possui um resistor ligado a ele
 *
int ledPin = 12;          // LED conectado ao pino digital 12
void setup()
{
  pinMode(ledPin, OUTPUT); // configura pino digital como saída
}
void loop()
{
  digitalWrite(ledPin, HIGH); // liga o LED
  delay(1000);                // temporiza 1 segundo
  digitalWrite(ledPin, LOW);  // desliga o LED
  delay(1000);                // aguarda mais um segundo
}

```

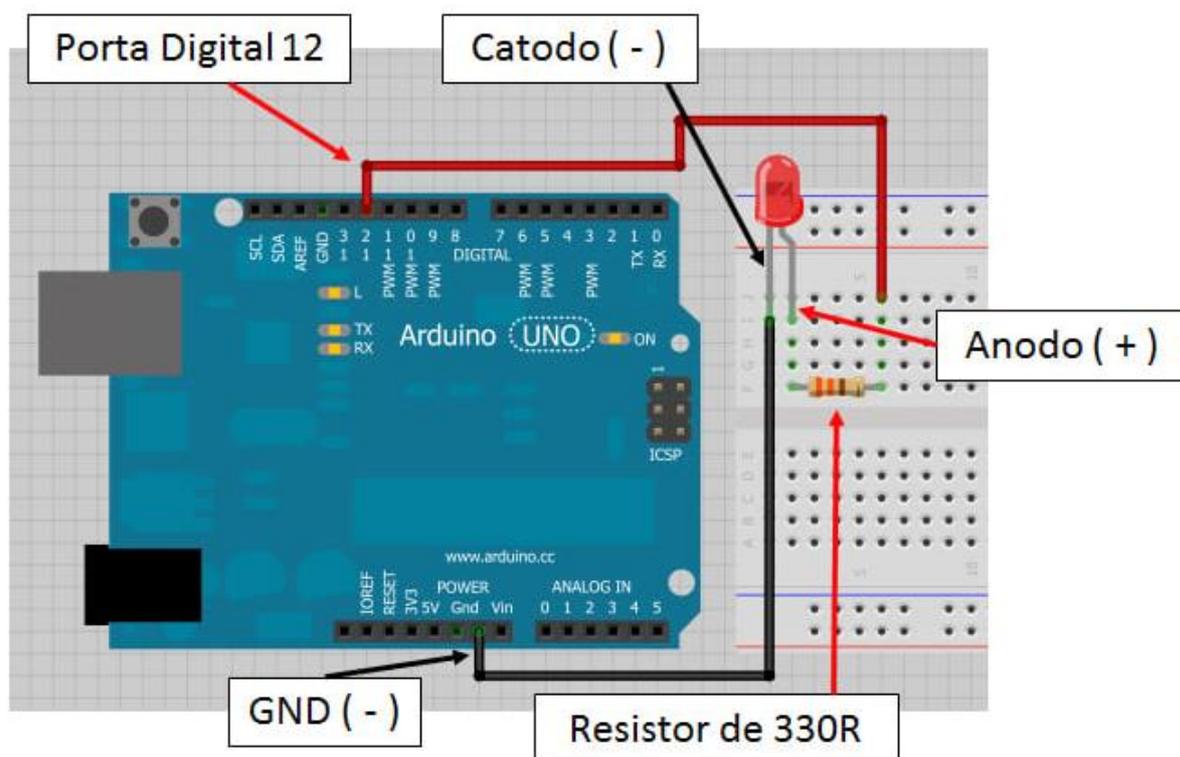


Figura 3.7 – Led conectado ao Arduino no pino 12  
 Fonte: Oficina da Net (2017)

Para a movimentação do braço robótico (Figura 3.8), utilizamos servo motores e abaixo descrevemos um código-fonte básico para acionamento de servo motores através do Arduino.

```

#include <Servo.h>           // Biblioteca Servo Motor
Servo motor;
void setup()
{
  motor.attach(3);          // Pino 3 saída do comando
}
void loop()
{
  motor.write(160);         // Movimenta o servo motor para a posição de 160°
  delay(1000);              // Aguarda 1000ms
  motor.write(16);          // Movimenta o servo motor para a posição de 16°
  delay(1000);              // Aguarda 1000ms
}

```

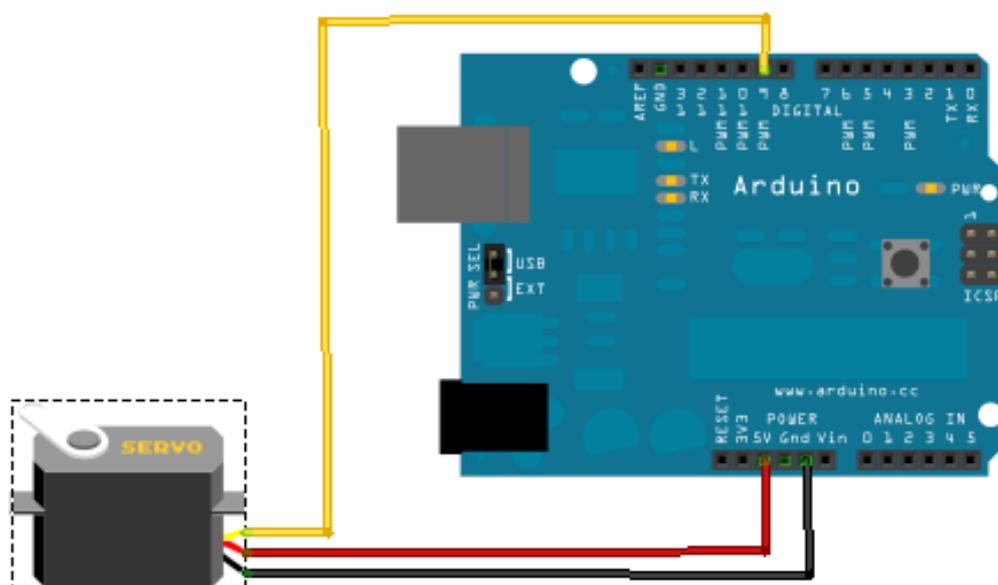


Figura 3.8 – Servo motor conectado ao Arduino.  
Fonte: Extraído de Arduino Products (2016).

Os fios vermelho e preto fazem a alimentação do servo motor, enquanto o fio amarelo transmite os dados para que o servo motor se movimente.

O servo motor se movimenta em ângulos de  $1,8^\circ$ . Sendo assim, quando a placa Arduino solicita que o servo motor se movimente em um ângulo de  $90^\circ$ , ela envia pelo fio amarelo 50 pulsos.

Essa estrutura de funcionamento do Arduino, através de um software *open-source*, possibilita que o estudante através das suas investigações, crie um plano de ação, aplique-o na resolução do problema, faça a análise do resultado obtido e verifique se a situação problema inicial foi resolvida. Caso não a tenha resolvido, o estudante pode retornar para qualquer etapa do processo e trilhar um novo caminho

a partir do ponto problemático, o que possibilita a criação do seu próprio aprendizado, não estando atrelado a uma só opção para solução do problema.

Segundo Moran (2004), quando o estudante faz pontes entre o que aprende intelectualmente e as situações reais, a aprendizagem será mais enriquecedora e acreditamos que o Arduino é um dispositivo que facilitará estas pontes.

A próxima seção apresenta as duas atividades com Arduino utilizadas nesta proposta de ensino (Conceitos Iniciais de Matrizes e Adição de Matrizes) e aplicadas com os estudantes durante a etapa da pesquisa-ação, e outras atividades que podem ser desenvolvidas para o ensino de matrizes utilizando o Arduino, bem como deixa como sugestão mais outras três atividades (Subtração, Multiplicação por escalar e Multiplicação de matrizes).

### **3.3. Conceitos de matrizes utilizando um painel de *led's* e um braço robótico**

#### **3.3.1. Conceitos Iniciais Matrizes**

Nesta primeira atividade, o estudante é apresentado ao Arduino e tem que pesquisar sua funcionalidade e como utilizá-lo como uma matriz de *led's* (Figura 3.9), possibilitando um processo investigativo dos conceitos teóricos básicos de matrizes, tais como linha, coluna, diagonal principal, diagonal secundária e seus elementos (estes conceitos foram os escolhidos por serem visualmente possíveis em uma matriz de *led's*), além dos tipos de matrizes. Esses conceitos também são descritos brevemente no Anexo A deste trabalho.

A Figura 3.9 ilustra um modelo de painel de *led's* com nove *led's* dispostos na forma de uma matriz quadrada (3x3).

As investigações e experimentações foram realizadas em grupos de quatro estudantes e com apenas um dispositivo. Como a sala possuía apenas vinte estudantes no momento da aplicação, todos puderam manipular o dispositivo.

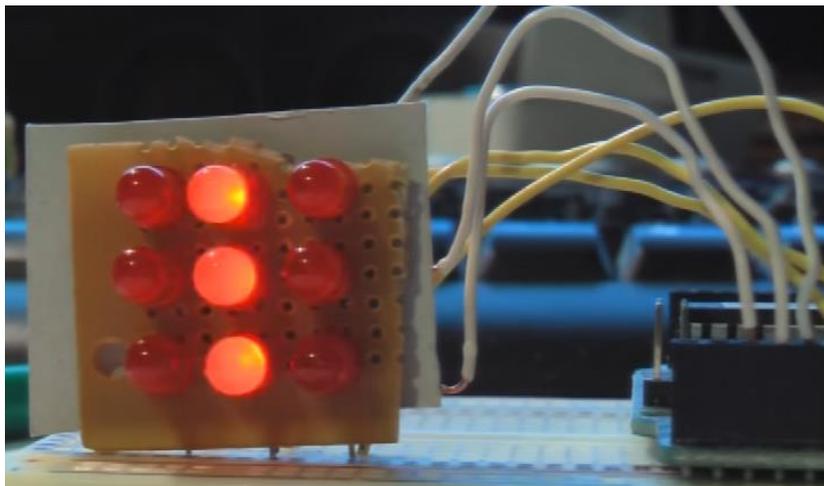


Figura 3.9 – Matriz de leds 3x3 com Arduino.  
Fonte: Extraído de Basbrun (2017).

É indicado ao estudante participante alguns comandos que ele pode utilizar na tela de início para investigar os resultados na matriz de *led's*. Para iniciar o processo exploratório de matrizes, o estudante digita os seguintes comandos e anota os resultados para análise:

1) Quando o estudante digita no teclado do computador “a11”, acende o *led* correspondente na matriz de *led's*.

2) Quando o estudante digita no teclado do computador “a12”, acende o *led* correspondente na matriz de *led's* e assim sucessivamente até posição “a33”.

3) Quando o estudante digita “Diagonal Principal”, acendem os *led's* da diagonal principal (a11, a22, a33).

4) Quando o estudante digita “Diagonal Secundária”, acendem os *led's* da diagonal secundária (a13, a22, a31).

5) Quando o estudante digita “Reset”, apagam todos os *led's* da matriz 3x3.

O professor, nesta primeira etapa, é um mediador, orientando o estudante na busca destas informações:

- O que é uma matriz?
- Quais os tipos?
- O que são linhas, colunas, diagonais principal e secundária?

Ao final desta atividade aberta envolvendo a matriz de *led's* 3x3, o estudante desenvolve a conceituação inicial de linha, coluna, diagonal principal, diagonal secundária e a localização dos elementos dentro de uma matriz.

### 3.3.2. Operações com Matrizes

#### 3.3.2.1. Adição e Subtração

Na segunda etapa do experimento, os estudantes movimentam um braço robótico (Figura 3.10) através da operação de adição e subtração de matrizes.

Para implementar a utilização do braço robótico, a inclusão de um esquadro em cada uma de suas articulações seria uma ideia viável e complementar a visualização que já é feita através do *prompt* de comando do próprio software do Arduino.

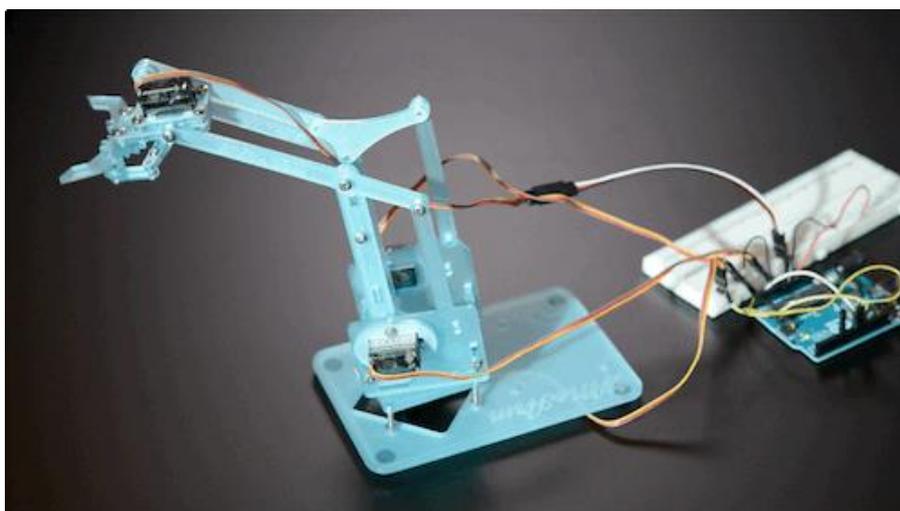


Figura 3.10 – Braço Robótico Arduino.  
Fonte: Extraído de Vitrônica (2016).

Da mesma forma que no exercício anterior, os estudantes recebem o dispositivo já programado e cabe aos estudantes conectá-lo ao computador através da porta USB e começar a fase de exploração do dispositivo.

A matriz configurada no Arduino para a movimentação do braço robótico é a seguinte:

$$A = \begin{pmatrix} \text{Base do braço} & \text{Altura do braço} \\ \text{Inclinação do braço} & \text{Acionamento da garra} \end{pmatrix},$$

ou seja:

A11 – Base do braço;

A12 – Elevação do braço;

A21 – Inclinação do braço;

A22 – Acionamento da garra .

Através do teclado do computador, os estudantes devem inserir a primeira matriz,  $A = \begin{pmatrix} 45 & 5 \\ 60 & 0 \end{pmatrix}$ , no Arduino. Esta matriz executa um movimento no braço robótico e o movimentada para a posição:

A11 = A base gira no sentido horário e para na posição 45°;

A12 = O braço sobe e para na posição de 5°;

A21 = O braço inclina 60° para frente;

A22 = A garra se abre até a posição 0°.

E esta matriz é armazenada na memória do dispositivo.

A Figura 3.11 apresenta um exemplo de movimentação do braço robótico.



Figura 3.11 – Braço Robótico Arduino: um exemplo de movimentação.  
Fonte: Adaptado de Vinitrônica (2016).

Ao inserir a segunda matriz,  $B = \begin{pmatrix} 5 & 100 \\ 30 & 10 \end{pmatrix}$ , no Arduino, o braço robótico prossegue o movimento de onde estava, pois, a segunda matriz B foi adicionada a primeira matriz A, resultando em uma nova matriz  $C = \begin{pmatrix} 50 & 105 \\ 90 & 100 \end{pmatrix}$  e o braço robótico realiza a seguinte movimentação:

A11 = A base gira mais 5° no sentido horário, chegando na posição 50°

A12 = O braço sobe mais 100° e chega na altura de 105°

A21 = O braço inclina mais 30° para frente e chega na posição 90°

A22 = A garra se abre mais 100° e chega na posição 100°

Cabe aos estudantes descobrirem qual operação de matrizes que movimentou o braço e como se deu esse movimento.

Nesta fase, o professor pode estimular os estudantes a conceituarem a ideia da multiplicação de uma matriz por um escalar, através da adição sucessiva de

matrizes idênticas, e assim, quando chegar nesta etapa da atividade, este conceito já estará formalizado.

Para realizarmos a operação de subtração de matrizes, os estudantes, através do teclado do computador, devem inserir a primeira matriz,  $A = \begin{pmatrix} 10 & 5 \\ 12 & 20 \end{pmatrix}$ , no Arduino via teclado do computador que movimenta o braço robótico para posição desejada como na adição de matrizes:

A11 = A base gira  $10^\circ$  no sentido horário;

A12 = O braço sobe uma altura de  $5^\circ$ ;

A21 = O braço inclina  $12^\circ$  para frente;

A22 = A garra chega na  $20^\circ$ .

Sendo a matriz A armazenada na memória do dispositivo.

Ao inserir a segunda matriz,  $B = \begin{pmatrix} -8 & -4 \\ -10 & -10 \end{pmatrix}$ , no Arduino, o braço robótico prossegue o movimento de onde estava, pois, a segunda matriz B foi adicionada a primeira A, resultando em uma nova matriz  $C = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 10 \end{pmatrix}$  e o braço robótico realiza a seguinte movimentação:

A11 = A base gira  $8^\circ$  no sentido anti-horário e chega na posição  $2^\circ$

A12 = O braço desce  $4^\circ$  e chega na altura de  $1^\circ$

A21 = O braço recua  $10^\circ$  e chega na posição  $2^\circ$

A22 = A garra se fecha  $10^\circ$  e chega na posição  $10^\circ$

Essa operação pode ser utilizada para experimentar a operação de subtração de matriz, e os estudantes poderão concluir que a operação realizada é esta, cabendo ao professor/pesquisador apenas mediar esta ideia, demonstrando e confirmando que:

$$A + B = \begin{pmatrix} 10 & 5 \\ 12 & 20 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -8 & -4 \\ -10 & -10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 & 5 \\ 12 & 20 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 8 & 4 \\ 10 & 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 10 \end{pmatrix}.$$

O mesmo ocorreria se fosse digitada matrizes onde algum dos elementos tem sinal negativo:

$$A + B = \begin{pmatrix} -10 & 5 \\ 12 & -10 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -8 & -4 \\ 10 & 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -18 & 1 \\ 22 & 0 \end{pmatrix}.$$

Durante todas as etapas do processo, os estudantes são orientados pelo seu professor/pesquisador a fazer anotações sobre suas dúvidas, hipóteses, experimentações e descobertas em seu diário de bordo.

Com as observações, anotações, investigações e experimentações sobre o que ocasionou a movimentação do braço robótico e através de seus conhecimentos

prévios de operações com números reais, os estudantes são capazes de construir o conhecimento de adição e subtração de matrizes;

A avaliação de todo o processo é feita continuamente, através da observação do professor/pesquisador sobre o andamento das experimentações e investigações dos estudantes, como também com as atividades e exercícios aplicados após a experimentação.

### 3.3.2.2. Multiplicação de matriz por escalar

Nesta terceira atividade, os estudantes já tem um contato maior com os conceitos de adição de matrizes e com o funcionamento do braço e iniciam a atividade com a adição de matrizes idênticas, como por exemplo, efetuar a adição de 4 (quatro) matrizes idênticas,  $A = \begin{pmatrix} 10 & 5 \\ 12 & 20 \end{pmatrix}$ , e verificando o processo ocorrido com a movimentação do braço, chegando à conclusão que uma adição sucessiva de matrizes idênticas é a multiplicação dessa matriz por um escalar que representa a quantidade de adições efetuadas.

Com esse conceito formalizado através do Arduino e do braço robótico, o professor inicia a aula de multiplicação de matrizes por um escalar como nas atividades anteriores, entregando o Arduino programado para os estudantes realizarem as experimentações.

Através do teclado, os estudantes devem inserir o escalar que será multiplicado pela matriz, por exemplo,  $x = 4$ . Após inserir o escalar, o estudante deve inserir a matriz  $A = \begin{pmatrix} 10 & 5 \\ 12 & 20 \end{pmatrix}$ . O Arduino efetua a operação  $x.A$  que resulta na matriz  $B = \begin{pmatrix} 40 & 20 \\ 48 & 80 \end{pmatrix}$  e movimenta o braço para esta posição.

A11 = A base gira  $40^\circ$  no sentido horário, chegando na posição  $40^\circ$

A12 = O braço sobe  $20^\circ$  e chega na altura de  $20^\circ$

A21 = O braço inclina  $48^\circ$  para frente e chega na posição  $48^\circ$

A22 = A garra se abre  $20^\circ$  e chega na posição  $20^\circ$

O processo de funcionamento da matriz dentro do Arduino é o mesmo descrito na atividade de adição e subtração de matrizes. Dessa forma, o estudante pode verificar que o resultado visualizado na adição sucessiva de matrizes idênticas é o mesmo que ocorre na multiplicação de uma matriz por um escalar.

A partir deste ponto, o professor deixa a atividade aberta aos estudantes para novas experimentações.

### 3.3.2.3. Multiplicação de matrizes

Nesta etapa de multiplicação de matrizes, os conceitos não são tão visualmente perceptíveis como os anteriores, mas possível de ser utilizado para uma atividade com o Arduino.

Como em todas as atividades, os estudantes recebem o Arduino já programado e iniciam a experimentação inserindo as duas matrizes,  $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$  e  $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ . O Arduino executa a operação de multiplicação de matrizes, resultando na matriz  $C = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 6 & 4 \end{pmatrix}$  fazendo com que o braço realize a seguinte movimentação:

A11 = A base permanece imóvel, permanecendo na posição  $0^\circ$

A12 = O braço sobe  $2^\circ$  e chega na altura de  $2^\circ$

A21 = O braço avança  $6^\circ$  para frente e chega na posição  $6^\circ$

A22 = A garra se abre  $4^\circ$  e chega na posição  $4^\circ$

Como esta operação não é tão facilmente dedutível quanto às outras, o professor pode realizar duas diferentes intervenções: pedir para que os estudantes tentem deduzir a operação, instigando para que os mesmos trabalhem com operações entre linhas e colunas; ou para que eles pesquisem outras operações possíveis entre duas matrizes e realizem experimentos para verificar e demonstrar a operação.

O professor pode até sugerir que os estudantes partam do mesmo princípio da adição de matrizes, multiplicar elemento a elemento e anotar o que ocorre, e a partir daí, verificar que não é o fato ocorrido e assim, partir para novas hipóteses.

Uma outra sugestão é que os estudantes realizem experimentações utilizando multiplicações do tipo  $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ , depois  $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  e assim sucessivamente até concluir que na multiplicação de matrizes ocorre uma multiplicação de linhas por colunas.

Essas intervenções relacionam-se com a investigação matemática uma vez que tentar deduzir ou pesquisar as operações envolvidas entre os elementos das linhas e colunas das matrizes induz os estudantes a elaborarem hipóteses e prova-las através da experimentação, que vem a ser a prova do ocorrido.

Ao realizar a pesquisa ou deduzir o conceito de multiplicação de matrizes, os estudantes podem realizar novas inserções de matrizes, analisar a movimentação do braço, coletar os resultados, analisar e verificar se o ocorrido na experimentação condiz com os resultados conceituais realizados por eles, assim criando um ciclo de experimentação, investigação matemática e generalização do conceito aprendido.

Ao realizar a pesquisa ou deduzir o conceito de multiplicação de matrizes, os estudantes podem realizar novas inserções de matrizes, analisar a movimentação do braço, coletar os resultados, analisar e verificar se o ocorrido na experimentação condiz com os resultados conceituais realizados por eles, assim criando um ciclo de experimentação, investigação matemática e generalização do conceito aprendido.

O próximo capítulo apresenta a aplicação dessa proposta de ensino de matrizes, para as duas primeiras atividades, para uma turma de 2º ano do curso Técnico Integrado ao Ensino Médio de Eletrônica, do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo – Campus São Paulo (IFSP - Campus São Paulo). Essa turma foi escolhida, pois, além dos motivos descritos na próxima seção, os estudantes já utilizam o Arduino em outras componentes curriculares e já tem conhecimento prévio de programação. Assim, essas duas possíveis barreiras iniciais a serem enfrentadas por professores que não atuam com estudantes com essa prática, podem ser desconsideradas e o impacto da atividade para o aprendizado do conceito de matrizes utilizando o Arduino pode ser explorado para esta pesquisa.

#### 4 APLICAÇÃO DA NOSSA PROPOSTA DE ENSINO

O roteiro sugerido neste trabalho, envolvendo conceitos de investigação e experimentação matemática, para o ensino de matrizes foi aplicado no 2º ano do curso Técnico Integrado ao Ensino Médio de Eletrônica, do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo – Campus São Paulo (IFSP - Campus São Paulo) cuja regência é de um professor efetivo dessa instituição. A aplicação da pesquisa foi realizada em dois dias com duração de 90 minutos em cada dia.

Nós seguimos os conceitos de pesquisa-ação de Thiollent (1986) que diz que o próprio pesquisador deve ser o aplicador da pesquisa e tivemos a participação do professor regente em aula observando o processo.

A escolha do 2º ano do curso Técnico Integrado ao Ensino Médio de Eletrônica do IFSP – Campus São Paulo se deu por algumas particularidades descritas a seguir:

- Ainda são escassas as pesquisas com o ensino técnico integrado ao ensino médio, principalmente no que se relaciona ao ensino de conceitos de matrizes;
- O conteúdo de matrizes é o primeiro a ser abordado no 2º ano do curso técnico integrado ao ensino médio de eletrônica do IFSP, sendo que os estudantes já tiveram e estão tendo disciplinas do contexto técnico que, por ventura, podem necessitar desses conceitos;
- A grade do curso oferece disciplinas que demonstram a necessidade dos estudantes desenvolverem habilidades de programação e interação com dispositivos eletrônicos, tais como laboratório de eletrônica, linguagem de programação, microprocessadores, entre outras; e
- Atualmente, encontra-se em discussão nesta instituição o plano pedagógico deste curso.

Estas condições favorecem a aplicação da pesquisa, pois tratam-se de estudantes já habituados com linguagens de programação e dispositivos eletrônicos. Entretanto, a falta de tais conhecimentos prévios não inviabiliza a aplicação da atividade aberta em outras instituições de ensino médio ou ensino técnico integrado ao ensino médio, uma vez que os estudantes podem desenvolver habilidades de programação juntamente com a utilização dos dispositivos eletrônicos em sala de aula, na preparação dos mesmos para o experimento ou durante as aulas de matemática anteriores. Para ajudar nesta tarefa, este trabalho apresenta ao professor o código-fonte utilizado nos experimentos.

Uma possibilidade de ação com turmas não habituadas ao uso do Arduino é, durante o ano letivo, o professor introduzir os conceitos iniciais de utilização do Arduino, como programá-lo, como acionar um *led* e movimentar um braço robótico, ou outras aplicações, e assim, ao chegar nesta etapa, os estudantes já estariam familiarizados com o dispositivo.

As próximas seções apresentam o relato de experiência da aplicação da nossa proposta de ensino e a organização e análises dos dados coletados.

#### 4.1. Relato de experiência

No primeiro dia, foi apresentado o projeto de pesquisa aos estudantes e aberta a discussão inicial sobre o Arduino. Alguns já conheciam o dispositivo por ter ouvido comentários dos estudantes do 3º ano, que trabalham com este material em outros componentes curriculares, e mostram-se interessados em participar do projeto<sup>3</sup>. No total, foram 8 (oito) os estudantes que participaram da pesquisa. No entanto, todos os estudantes da turma participaram ou observaram a atividade (cerca de 20 estudantes em cada dia).

Indicamos que os estudantes pesquisassem alguns fóruns nacionais e internacionais sobre o Arduino, para que buscassem mais conhecimentos e conhecessem como é o compartilhamento de conhecimento em rede. Na sequência, realizamos uma apresentação sobre o Arduino, descrevendo suas funcionalidades e aplicabilidades na área de eletrônica e comandos elétricos, o que gerou grande interesse nos estudantes, pois é tema relacionado à área do curso. Surgiram vários questionamentos a este respeito como, por exemplo, se os estudantes poderiam automatizar sua residência e controlá-la remotamente via *internet*. Respondemos que sim e mostramos a *Shields*<sup>4</sup> que faria essa comunicação via *internet*. Este interesse mostra que os estudantes, quando visualizam aplicação direta do que está sendo ensinado, podem participar mais ativamente da aula e gerar o aprendizado de novos conceitos. E assim, encerramos o primeiro dia.

---

<sup>3</sup> Os estudantes participantes assinaram, juntamente com o seu responsável, um Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE), que foi aprovado, juntamente com o projeto, pelo Comitê de Ética em Pesquisa do IFSP sob número de parecer CAAE: 51528715.0.0000.5473.

<sup>4</sup> *Shields* são placas acopladas ao Arduino que proporcionam maior versatilidade e diversas aplicações ao dispositivo. Alguns exemplos de *Shields* são: módulos para display de LCD, sensores, comunicação, entre outros.

No segundo dia, apresentamos aos estudantes a placa do Arduino com a respectiva programação para o controle do painel de *led's*. Os estudantes associaram o painel de *led's* no formato de uma matriz com linhas e colunas e também com a resolução de uma televisão, mostrando que tal procedimento de aula está associando o aprendizado escolar com o cotidiano dos estudantes.

Após essa discussão, iniciamos a experimentação, que está descrita na ficha dos estudantes (ver Anexo B). Ao iniciar a experimentação e verificar que ao digitar A11 o primeiro *led* do painel acendia e ao digitar A12 o próximo *led* a direita do primeiro também acendia, os estudantes perceberam o conceito de posicionamento dos elementos dentro de uma matriz: A11 = Matriz A, elemento na linha 1 e na coluna 1 e assim sucessivamente para os demais. Esta etapa mostra que os conceitos de matrizes foram aprendidos de forma construtivista pelos estudantes, pois eles conseguiram construir os conceitos de matrizes de forma prática e sem a interferência direta do professor/pesquisador.

A segunda etapa consistia de digitar as palavras DIP, que utilizamos como abreviação para diagonal principal, e DIS para diagonal secundária. Os estudantes perceberam a representação de cada uma das diagonais e descreveram todos os *led's* que acenderam em cada uma de forma correta.

Perguntamos aos estudantes sobre a nomenclatura desta matriz, qual formato ela tinha relacionado à quantidade de linhas e colunas, e prontamente disseram 3x3, pois haviam 3 *led's* em linhas e 3 *led's* em coluna e ao perguntar um nome para ela relacionado ao seu formato, “titubearam” um pouco, até que um estudante disse: “É uma matriz quadrada professor?”. Respondendo afirmativamente, perguntamos a ele como havia chegado a aquele resultado. Todos tomaram coragem e disseram “por causa da forma geométrica e da quantidade de *led's* que eram iguais em todos os lados”.

Após esta etapa, os estudantes realizaram alguns exercícios do livro texto dos estudantes para identificarmos se realmente o aprendizado ocorreu, e todas as questões foram respondidas corretamente sem nenhum erro de conceituação ou de valores.

Os estudantes pediram para visualizar o código-fonte da programação. Eles perceberam que o código-fonte era feito na linguagem C++, uma vez que já conheciam, e prosseguimos a aula com a discussão sobre como este código controlava o painel de *led's*.

Os estudantes sugeriram algumas modificações que melhorariam e simplificaria o funcionamento do painel, tornando o final da terceira aula um debate sobre esse tema.

Prosseguimos a aula com o funcionamento do Arduino no acionamento de quatro servos motores e como estes estavam acoplados a um braço mecânico. Seguindo o roteiro dos estudantes, eles deveriam digitar a primeira matriz A, como por exemplo,  $A = \begin{pmatrix} 10 & 15 \\ 22 & 40 \end{pmatrix}$ , elemento por elemento, e observar o ocorrido e depois digitar a segunda matriz B, como por exemplo,  $B = \begin{pmatrix} 15 & 13 \\ 18 & 20 \end{pmatrix}$ , elemento por elemento, e observar novamente o que ocorria.

Os servos motores movimentaram-se no sentido horário em cada etapa da digitação dos valores da matriz A e paravam, esperando os próximos valores da matriz B, e isso já foi motivo de euforia por parte dos estudantes ao verem o movimento dos servos motores.

Ao digitar os valores da matriz B, os servos motores movimentaram-se novamente de onde tinham parado no sentido horário e chegavam a uma nova posição. Os estudantes perceberam que os valores foram somados e originaram um novo valor. Neste momento surgiu a seguinte dúvida de um estudante: “Professor, e se colocarmos um valor negativo? O que acontece?”.

Todos os questionamentos eram direcionados para a investigação-experimentação. Então pedimos para que digitassem tais valores e observassem o que acontecia.

Ao digitar um valor negativo, o braço se movimentava no sentido anti-horário, ou seja, ele seguia a regra de sinais aprendida nos números inteiros. Surgiu um questionamento em relação aos servo motores e como eles operavam junto com o Arduino. Explicamos que os servos motores se movimentavam dentro de um ângulo entre  $0^\circ$  e  $180^\circ$  e que havia essa limitação.

Com essa explicação, surgiu outra dúvida de um outro estudante: “Professor, e se o valor passar de  $180^\circ$  ou for menor do que  $0^\circ$ ? O que acontece?”. Pedimos para que os estudantes fizessem a investigação e descobrissem por si só o que ocorreria. Testaram novamente o braço e perceberam que se o valor fosse superior a  $180^\circ$  ou inferior a  $0^\circ$  eles paravam nestes limitadores.

Chegado o momento da apresentação do código de programação, mostramos uma linha de comando inclusa para que se caso o valor fosse superior a 180°, haveria uma limitação para que não forçasse o motor e assim evitasse a queima do mesmo.

Mostramos e explicamos outras linhas de comando, como a soma de matrizes, e como os servos motores eram acionados dentro da linguagem de programação. No final, debatemos com os estudantes como poderíamos simplificar os comandos e eles, inclusive, forneceram algumas dicas de como implementar o programa, ensinando o pesquisador também um pouco mais sobre linguagem C++. Assim, finalizamos a quarta e última aula com este debate.

Através da aplicação dessas duas atividades, percebemos que o Arduino é um recurso tecnológico que favorece o aprendizado dos estudantes e os motiva a participarem das aulas com mais entusiasmo e dedicação, pois todos queriam de alguma forma dar ideias e sugestões de aplicações de matrizes e de novos projetos com o Arduino.

Os estudantes ainda sugeriram que fossem organizadas oficinas com o Arduino e assim aprendessem mais sobre esta tecnologia, mostrando que o aprendizado foi estimulante para eles. Encaminhamos estas sugestões para a diretoria do instituto que prontamente mostrou interesse em promover estes eventos com o Arduino, informando ainda que o campus sediou o Genuíno Day no primeiro semestre de 2016.

A próxima seção apresenta a coleta e organização dos dados que ocorreram durante a aplicação desses dois experimentos com os estudantes participantes.

## **4.2. Coleta e Organização dos Dados**

A aplicação da pesquisa ocorreu durante o mês de fevereiro de 2016 e foram selecionados oito estudantes para participarem da entrevista semiestruturada identificados como A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7, A8. Estes oitos estudantes foram selecionados mediante a entrega do TCLE assinado pelo responsável<sup>5</sup>. Como esta pesquisa é qualitativa e não quantitativa, o material recolhido já serviu de base para realizarmos a pesquisa-ação, pois como afirma Alves (1991, pág.55):

[...] que não há necessidade de se preocupar com representatividade numérica, generalizações estatísticas e relações lineares de causa e efeito, mas sim com a necessidade do pesquisador estar em contato direto com campo pesquisado e captar os significados dos comportamentos observados.

---

<sup>5</sup> Esta pesquisa foi aprovada pelo Comitê de Ética em Pesquisa do IFSP sob número de parecer CAAE: 51528715.0.0000.5473.

Descrevemos nesta seção algumas falas e pontos importantes desta entrevista de algumas questões e estudantes participantes.

Quando o estudante A1 foi questionado sobre quais conceitos foram aprendidos nesta experimentação, prontamente ele respondeu: “Aprendi os conceitos de matrizes, tais como linhas, colunas, diagonais, elementos, diagonal principal, secundária, adição de matrizes, e como funciona o Arduino.”, demonstrando que o experimento atingiu seus objetivos iniciais com este estudante.

Entrevistando o estudante A3, perguntamos se ele associava este experimento com outras disciplinas e o mesmo respondeu que sim, citando: “Eletrônica Digital, Microprocessadores, Laboratório de Eletrônica”. Isto mostra que o estudante percebeu uma conexão entre o conteúdo aprendido e outros componentes curriculares do curso além da matemática.

O estudante A4 foi questionado como ele percebeu a posição de cada elemento dentro da matriz e ele respondeu: “Percebi logo na segunda digitação, quando acendeu o *led* da linha 2 e coluna 2, pois o primeiro algarismo corresponde a linha e o segundo algarismo corresponde a coluna”. Através desta fala, percebemos que o estudante construiu o conhecimento de posição de valores dentro de uma matriz e consegue identificá-los.

O estudante A8 fez uma fala interessante, pois em um dado momento da entrevista, quando perguntamos o que ele mais havia gostado da experiência ele disse: “Gostei muito da forma lúdica de aprendizado, tornou o aprendizado mais prazeroso”. Esta fala é interessante sob o aspecto do estudante já compreender o que é lúdico e demonstrando que a experiência foi positiva para este.

Outro estudante, A5, foi questionado sobre algum equipamento que faça uso deste conceito de matriz e respondeu: “Sim. A máquina de café. É como se cada produto estivesse em uma matriz e digitássemos a sua posição para escolhermos o produto”. O A6 lembrou-se dos letreiros do Metrô e dos painéis da Paulista: “Aqueles letreiros do Metrô e os painéis da Paulista são vários *led*'s em linhas e colunas e eles se acendem para formar as letras e as imagens”.

Podemos observar nas falas dos dois estudantes A5 e A6 que ambos conseguiram associar o aprendizado em sala de aula com o seu cotidiano.

O estudante A1 foi questionado sobre a movimentação do braço mecânico e este citou: “Percebi que os valores digitados na matriz A geravam os movimentos dos servos motores e ficavam armazenados na memória do Arduino e quando eram

digitados os valores da matriz B, estes eram somados a matriz A e geravam o novo movimento a partir de onde haviam parado. Isso mostra que os valores eram somados”.

Questionamos este mesmo estudante sobre a aplicabilidade desta conceituação e ele citou: “Já vi braço mecânico funcionando em vídeos da internet relacionados à automação industrial, tipo montagem de carro”. Esta fala do estudante mostra que ele compreendeu os conceitos de adição de matrizes e ainda as associou com a realidade.

No Anexo B encontram-se as transcrições completos e gráficos em nuvem construídos com base nas respostas dos estudantes.

Para a análise do conteúdo das respostas dadas na entrevista semiestruturada, optou-se por elencar as etapas da técnica segundo Bardin (1977), o qual as organiza em três fases:

- 1) Pré-análise:
  - a) Leitura Flutuante do documento;
  - b) Escolha dos documentos;
  - c) Formulação das hipóteses e dos objetivos.

Efetuamos a leitura flutuante das transcrições das entrevistas semiestruturadas e através dela formulamos as nossas hipóteses e objetivos:

#### **Hipóteses:**

- 1- Os estudantes aprenderam os conceitos iniciais de matrizes com a utilização do Arduino;
- 2- Eles conseguiram perceber que o movimento do braço mecânico era feito através da adição de matrizes;
- 3- Eles conseguiram associar o conteúdo de matrizes com a realidade fora do ambiente escolar;
- 4- O Arduino foi uma NTIC que favoreceu o aprendizado dos estudantes.

#### **Objetivos:**

- 1- Fazer com que os estudantes aprendam os conceitos iniciais de matrizes;
- 2- Levar os estudantes a perceberem os conceitos de adição de matrizes através da movimentação do braço mecânico;
- 3- Criar uma relação entre o que é aprendido na escola e o que os estudantes vivenciam;

- 4- Verificar se a utilização do Arduino favorece o aprendizado de matrizes;
- 5- Tornar o conteúdo de matrizes prazeroso e contextualizado;
- 6- Tornar esta prática interdisciplinar e lúdica;
- 7- Oportunizar aos estudantes expor suas ideias e opiniões sobre os levantamentos e análises que fizeram da experiência;
- 8- Tornar a aula mais dinâmica e participativa, levando o estudante ao protagonismo do processo;
- 9- Levar os estudantes a “fazer” Matemática através da Investigação e Experimentação;
- 10- Uma maior interação entre os estudantes e as NTIC;
- 11- Despertar a curiosidade e o senso investigativo nos estudantes.

Partindo desta etapa, começamos a segunda etapa da análise de Bardin (1977), que a descrevemos a seguir:

- 2) Exploração do material:
  - a) Codificação;
  - b) Classificação;
  - c) Categorização.

Nesta etapa, buscamos codificar, classificar e categorizar as informações de forma a facilitar a visualização das respostas as nossas questões.

Para a categorização, escolhemos os conceitos iniciais de Matrizes e adição/subtração de matrizes, que foram os tópicos aplicados para análise desta pesquisa. Dividimos os itens que fizeram parte dos questionamentos abordados na entrevista semiestruturada e criamos as subcategorias.

A partir disso, fizemos a leitura novamente da entrevista semiestruturada e elaboramos as unidades de registro, que são as palavras chaves utilizadas nos conteúdos dos textos dos estudantes. Neste caso, utilizamos como ferramenta para auxiliar a composição das unidades de registro os gráficos em nuvem, que se encontram no Anexo B. O gerador de gráficos em nuvem facilita a visualização das ideias principais apresentadas pelos estudantes por apresentar o tamanho da palavra de acordo com a quantidade de vezes que estas aparecem nas falas dos estudantes. A cor é escolhida aleatoriamente ou o usuário pode optar por escolher a cor, como também o formato do gráfico (nuvem, coração, entre outros).

O gerador utilizado nesta pesquisa foi o *Word Tagul Clouds*<sup>6</sup> e na Figura 4.1 apresentamos um exemplo deste aplicativo. A tabela *Words* agrega as palavras que aparecem no texto e a frequência com que elas aparecem.

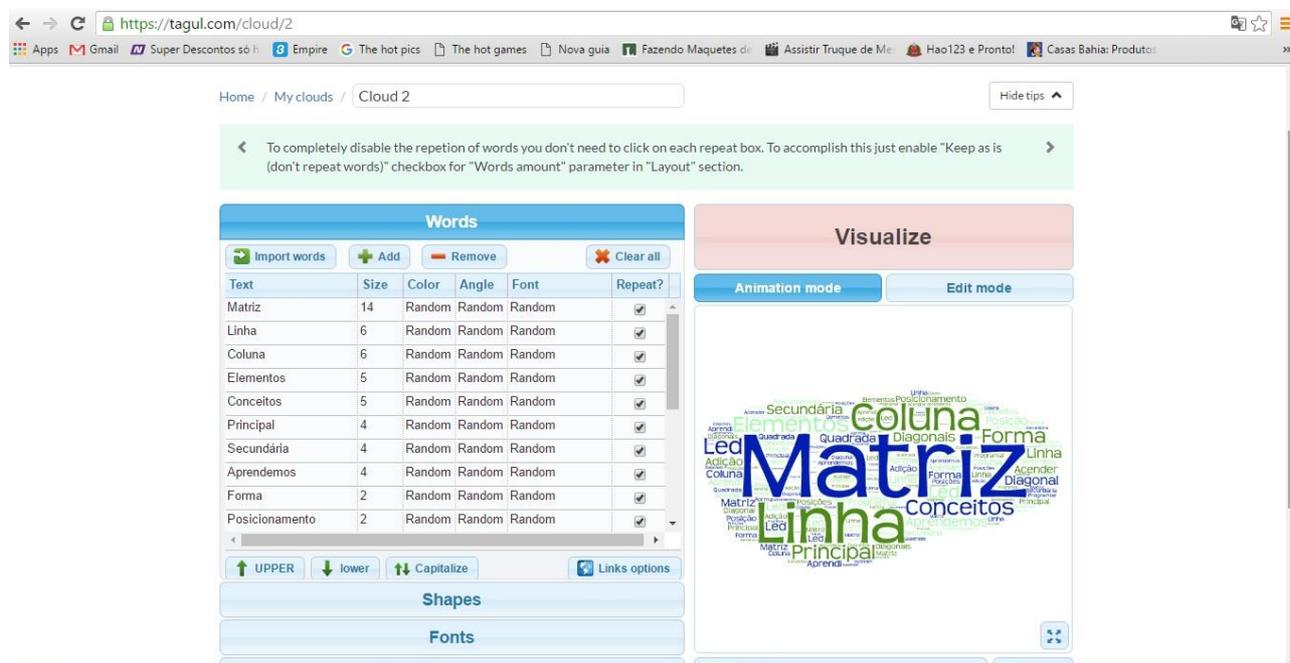


Figura 4.1 – Exemplo de utilização do gerador do gráfico em nuvem.  
Fonte: Extraído de Word Tagul Clouds (2016).

Utilizamos este recurso nas questões da entrevista semiestruturada em que havia mais de 5 estudantes respondendo a mesma questão. Adotamos este procedimento pois haviam questões que nem todos os estudantes responderam, conforme prevê a estrutura da entrevista semiestruturada, o que torna a utilização do aplicativo pouco eficaz.

Por fim, indicamos algumas unidades de contexto que expressavam as ideias dos estudantes referentes a cada subcategoria.

Através destes procedimentos, construímos o Quadro 4.1 e iniciamos a terceira etapa da análise de Bardin (1977):

- 3) Formulação das hipóteses e objetivos:
  - a) Tratamento dos resultados;
  - b) Inferência e interpretação.

Nesta etapa, fizemos as inferências e as interpretações dos dados categorizados no Quadro 4.1, e organizamos nos itens abaixo:

<sup>6</sup> Veja maiores detalhes em <https://tagul.com>.

- As definições iniciais de Matrizes foram compreendidas pelos estudantes, pois estes explicaram com total fidelidade, como observado em algumas transcrições e diários de bordo, e nas unidades de registro;
- Os estudantes gostaram do experimento e acharam prazeroso trabalhar desta maneira, como podemos analisar nas falas em que citam as unidades de registro: “mais prazeroso, mais fácil, melhor entendimento”;
- Os estudantes visualizaram a interdisciplinaridade, pois associaram o trabalho desenvolvido em aula com as disciplinas de Eletrônica Aplicada, Laboratório de Eletrônica, Microcontroladores, entre outras;
- Os estudantes disseram que o método utilizado nesta atividade é mais divertido rápido e fácil, quando questionado sobre as vantagens deste processo;
- Descreveram que o aprendizado foi intuitivo e que assim facilitou o raciocínio;
- Que esta maneira de ensinar é motivadora para o aprendizado;
- Os estudantes conseguiram associar o que foi aprendido em aula com seu cotidiano (xadrez, máquina de café, resolução da tela de uma televisão, entre outros);
- Os estudantes conseguiram resolver os exercícios propostos no livro sem precisarem de ajuda do professor. Ao final da entrevista, entregamos uma lista com exercícios de mesmos objetivos educacionais explorados pelo livro didático adotado pelo professor da turma, e os estudantes executaram as atividades corretamente;
- Que foi interessante utilizar o Arduino e quem com certeza este será um dispositivo que utilizarão em suas futuras profissões;
- A aula tornou-se dinâmica e participativa, tendo o estudante como protagonista do processo e construtor do seu conhecimento, pois todos os procedimentos e descobertas foram realizados pelos estudantes;
- Despertou a curiosidade e senso investigativo nos estudantes, pois todos queriam descobrir como o painel e o braço mecânico funcionavam através de matrizes;
- Os estudantes foram levados a “fazer” matemática através da experiência, pois através das suas próprias observações, investigações e experimentações descobriram como o painel e o braço mecânico funcionavam;
- Oportunizou aos estudantes expor suas ideias, opiniões e observações.

Quadro 4.1 – Resultado da entrevista semiestruturada e da análise de conteúdo.

Categoria	Subcategoria	Unidade de registro	Unidade de contexto
Conceitos iniciais de matrizes e adição/subtração de matrizes	Conceitos aprendidos	matriz quadrada; adição de matrizes Elementos de uma matriz; linha e coluna; diagonal principal e secundária;	“Os conceitos foram sobre linha e coluna, posicionamento dos elementos, quais elementos pertencem as diagonais: principal e secundária, matriz quadrada e adição de matrizes”
	Operação com matrizes que resultaram no movimento do braço mecânico	adição/subtração de matrizes	“Percebi que os valores digitados na matriz A geravam os movimentos dos servos motores e ficavam armazenados na memória do Arduino e quando eram digitados os valores da matriz B, estes eram somados a matriz A e geravam o novo movimento a partir de onde haviam parado. Isso mostra que os valores eram somados”.
	Características da experimentação no processo de ensino e aprendizagem em relação ao tradicional.	mais fácil; mais divertido; mais interessante; facilita o raciocínio; mais prazeroso; lúdico; muito interessante e instrutivo	“É uma experiência boa, pois com o uso do Arduino é possível aprender o que são matrizes na prática, o que facilita o aprendizado e é mais interessante.”
	Generalização do conteúdo, a partir da solução de exercícios do livro texto	mais fácil; depois da prática se torna mais fácil; melhor fixação	“Foi bem mais fácil, pois ao aprendermos o que são matrizes na prática, tivemos uma melhor base para resolver os problemas teóricos, tornando-o mais simples”
	Interdisciplinaridade	sim, programação, laboratório de eletrônica, Física, Microprocessadores, eletrônica digital	“Sim, principalmente matemática e outras do técnico como programação e microprocessadores”
	Vantagens do processo	aprender de forma rápida e clara; aprender de forma prática; conhecer o Arduino; - aprendizado lúdico; prazeroso; novas formas de aprender; interdisciplinaridade	“Gostei da forma lúdica de aprendizado, tornando-o mais prazeroso. Gostei da interdisciplinaridade no ensino, tendo aprendido conceitos de matemática e eletrônica e também da nova forma de aprendizagem.”
	Desvantagens do processo	Nada; foi tudo muito legal; foi muito interessante	“Não gosto da ideia que outros cursos que não são voltados para eletrônica e linguagem de programação vão ter dificuldade por não aprender dessa maneira.”
	Associação com a realidade do estudante	Máquina de café, Batalha Naval, Xadrez, Tela de televisão(resolução)	“Sim. A máquina de café. É como se cada produto estivesse em uma matriz e digitássemos a sua posição para escolhermos o produto”

A aplicação dos exercícios do livro juntamente com os dados obtidos na entrevista semiestruturada e a análise de conteúdo estão nos mostrando que a metodologia adotada de ensinar matrizes através do Arduino e da investigação e experimentação matemática foram satisfatórios e atingiram os objetivos propostos para esta pesquisa.

As principais vantagens observadas, a partir das análises das entrevistas semiestruturadas e das observações durante as aulas pelo pesquisador são:

- a) Faz com que a aula seja mais motivadora;
- b) Torna a aula mais dinâmica e participativa;
- c) Propicia a interdisciplinaridade;
- d) Torna o aprendizado lúdico;
- e) Facilita o raciocínio e o aprendizado dos conceitos iniciais de matrizes e a operação de adição;
- f) Os estudantes associam o aprendizado escolar com o cotidiano;
- g) É uma nova forma de aprender e de ensinar;
- h) Propicia as discussões e debates de ideias e fortalece a argumentação;
- i) Leva os estudantes ao protagonismo do processo de ensino-aprendizagem;
- j) Leva os estudantes a “fazerem” matemática;
- k) Desperta a curiosidade e o senso investigativo nos estudantes.
- l) Os estudantes se tornam protagonistas do processo de ensino aprendizagem;
- m) O professor deixa de ser um transmissor do conhecimento e passa a ser um mediador do processo;

As principais desvantagens observadas, a partir das análises das entrevistas semiestruturadas, das observações durante as aulas e a experiência do pesquisador são:

- a) Disponibilização do material e equipamentos para a aula (nem toda escola tem equipamentos disponíveis para este tipo de atividade, como por exemplo, um Arduino para cada estudante ou grupos de estudantes);
- b) Preparação da sala com antecedência (o professor precisa deixar todo o equipamento já montado e preparado para aula);
- c) O professor deve estar pré-disposto a sair do papel tradicional de único detentor do conhecimento e tornar-se um mediador do processo de aprendizagem;

- d) O professor deve dedicar um bom tempo para realizar pesquisas e estudos sobre a linguagem de programação do Arduino e do próprio Arduino;
- e) A multiplicação de matrizes e o cálculo da matriz inversa podem não ser conceitos tão intuitivos como foram as de adição, subtração e multiplicação por escalar, como também os conceitos iniciais demonstrados no painel de *led's*.

No próximo capítulo, concluiremos o nosso trabalho expondo nossas considerações finais sobre a pesquisa realizada; e nos anexos disponibilizamos o código fonte das atividades sugeridas, para que novos pesquisadores possam utilizar este material para pesquisas futuras.



## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Tornar o ensino de matemática dinâmico, investigativo, eficiente e prazeroso é a base da investigação e da experimentação matemática. Através de suas aplicações, os estudantes serão capazes de aprenderem matemática de uma forma em que eles levantem hipóteses, pesquisem, reflitam, interajam com outras pessoas, troquem informações e assim sejam capazes de construir conhecimentos matemáticos.

Podemos observar que o conceito de vários autores, tais como Fiorentini (2006), Lorenzato (2006), Ponte (2006), Oliveira (2003), Brocardo (2003), Braumann (2002) e Brousseau (1996 *apud* Batanero,2001), é de que a investigação e a experimentação matemática são métodos que fazem com que os estudantes saiam dos papéis de figurantes e assumam papéis de protagonistas do aprendizado.

A utilização da NTIC no processo de ensino de matrizes, através do Arduino, ofereceu uma ferramenta tecnológica e interessante para a aprendizagem dos estudantes. Conforme apontam Lévy (1999), Valente (1999), Ponte (2003), e Alarcão (2007), a formação escolar dos estudantes precisa oferecer esta inclusão tecnológica para que eles possam fazer parte do mundo, interagirem com outras pessoas, trocarem informações e assim, construir conhecimentos.

Trabalhar com tecnologia dentro da escola tornou-se algo inevitável e o professor precisa de recursos tecnológicos e didáticos para oferecer uma formação também tecnológica aos estudantes. Dentro da disciplina de matemática, mais especificamente em Matrizes, vimos que há pesquisas, como a de Chereguini (2013) que já apontam a utilização de NTIC como meio metodológico para o ensino de matrizes e que efetivamente apresentaram rendimento satisfatório e motivador para os estudantes.

Por intermédio da pesquisa-ação, conseguimos criar a interação entre o pesquisador e a comunidade (estudantes e o professor regente da sala), e iniciamos a elaboração de uma ação concreta resultante da interação entre o pesquisador e a comunidade: a produção de um roteiro de ensino de matrizes utilizando o Arduino. Além disso, ampliamos o nível de conhecimento da comunidade e a produção do seu conhecimento. Como exemplo podemos citar que os estudantes aprenderam os conceitos de matrizes e como iniciar a programação do Arduino, o professor regente da aula mostrou-se interessado em mudar sua metodologia de ensino e implementar as aulas com recursos tecnológicos, novos conhecimentos foram desenvolvidos pelo

pesquisador a partir dos debates com os estudantes, criou-se a ideia de oferecer oficinas para os estudantes ampliarem seus conhecimentos em Arduino, entre outros.

Thiollent (1986, pag. 7) diz que

[...] além da sua função crítica, a pesquisa-ação pode igualmente ser aplicada de modo construtivo para permitir uma maior participação dos grupos interessados em torno de diversas ações comunicativas: criação de um jornal, de uma rádio, espaço de lazer ou transformação de uma política de informação [...].

No nosso trabalho, a exemplo de Thiollent (1986), uma ação comunicativa a ser desenvolvida é formar um grupo e organizar oficinas do Arduino, o que possibilitaria a troca de ideias, conhecimentos e projetos entre os integrantes desta oficina.

Através dos dados coletados (diário de bordo e entrevista semiestruturada) e da análise dos mesmos, segundo Bardin (1977), podemos verificar que o objetivo geral desta pesquisa, que é verificar as reais possibilidades e limites do uso do Arduino no ensino de matrizes para o ensino técnico integrado ao ensino médio foi alcançado. Podemos concluir isto principalmente devido ao *feedback* dos estudantes com relação a esta metodologia de ensino e as respostas corretas aos exercícios posteriores ao experimento.

Além disso acreditamos que este trabalho vem enriquecer o ensino de matrizes por oportunizar o processo de ensino e aprendizagem de forma dinâmica, lúdica e motivadora para os estudantes. O ensino de matrizes, como propomos aqui, “tira” o papel de protagonista das “mãos” do professor e o transfere para os estudantes, oportunizando aos mesmos as chances de serem os construtores de seus conhecimentos e realizarem experimentações e investigações que contribuem para o seu crescimento não apenas estudantil, mas também profissional e social.

Esta atividade de matrizes também serve para o professor mostrar aos estudantes que os ensinamentos transmitidos dentro do ambiente escolar estão associados ao nosso cotidiano e que servem como modelos para as nossas atividades profissionais e sociais, tornando-os cidadãos participativos e críticos. Ao realizarem tais atividades, os estudantes tem a oportunidade de exporem suas dúvidas, hipóteses, conjecturas, realizarem investigações e experimentações sobre os assuntos debatidos em aula e assim chegarem a uma conclusão ou resolução do problema, tal qual como em qualquer situação-problema que nos deparamos em nossas vidas, seja no âmbito familiar, social ou profissional, favorecendo o aprendizado como um todo.

Mas o nosso trabalho não se limita nesta pesquisa. Pretendemos, com esta proposta de ensino, que os estudantes não se limitem apenas a realizarem os experimentos propostos por nós, mas que estes “abram” novas perspectivas para eles, já que alguns estudantes até citaram que o Arduino será uma ferramenta importante para a carreira profissional. Por exemplo, a partir da participação destes estudantes em fóruns de discussões, nacionais e internacionais, com relação ao Arduino, nesta troca de informações com especialistas do mundo inteiro, eles poderão “alçar voos mais altos” na busca do seu crescimento intelectual, educacional, cultural, profissional entre outros.

Ao ver os inúmeros caminhos que poderá seguir, os estudantes deverão ser orientados pelo professor para não perderem o foco, mas ao mesmo tempo serem incentivados em suas investigações. O Arduino oferece inúmeras possibilidades e isso é muito importante para os estudantes perceberem que o que é aprendido em aula “abre” inúmeras possibilidades e que eles precisam transportar estes conhecimentos para fora das paredes da escola.

Consideramos que, dessa forma, segundo Freire (1996), os estudantes se tornam cidadãos críticos e reflexivos, cientes do seu papel na sociedade. Estes serão capazes de criarem novos projetos e compartilhá-los com os demais desenvolvedores e pesquisadores do Arduino, fazendo parte de um grupo que visa ampliar a inteligência coletiva, levando o conhecimento a todos de forma compartilhada.

Para o pesquisador também se abrem novas portas, um novo mundo para pesquisar:

- Quais outros conceitos de matrizes poderiam ser trabalhados? Vimos que a multiplicação de matrizes não é tão dedutível como as anteriores, precisando de uma intervenção mais constante do professor na aplicação da atividade.
- Seria possível trabalhar outros tópicos da Matemática? Tais como Geometria Plana? Geometria Analítica? Funções?
- Qual seria o impacto desta atividade aberta em um curso do 2º ano do ensino médio regular?

Como dissemos anteriormente, o foco desta pesquisa foi a aplicação dos conceitos iniciais de matrizes e a operação de matrizes para o curso Técnico Integrado ao Ensino Médio de Eletrônica, mas isso não impede que o mesmo seja adaptado para as demais operações de matrizes, demais tópicos da Matemática, como também para o ensino médio. No apêndice, apresentamos o roteiro didático, produto desta

pesquisa, que traz uma possibilidade de utilização do Arduino no ensino médio, técnico ou não.

Nos anexos, disponibilizamos também o código fonte para a utilização do braço robótico para as operações de adição/subtração de matrizes, multiplicação de matriz por escalar e multiplicação de matrizes, e assim possibilitamos que outros pesquisadores utilizem deste material para prosseguirem com novas pesquisas relacionadas aos temas aqui abordados.

Todos os códigos-fonte são *open-source*, ou seja, os professores ou pesquisadores poderão utilizá-los das mais diversas formas, efetuando alterações, implementações da maneira que acharem mais conveniente, sem precisar pedir autorização à ninguém, mantendo a pesquisa sempre viva e no modelo de inteligência coletiva tão defendida por Lévy (1990).

Por isso, acreditamos que esta metodologia de ensino através do Arduino, da investigação e experimentação matemática não se fecha em si, mas abre um novo mundo para que os estudantes e o pesquisador criem inúmeras possibilidades de aprendizagem coletiva e compartilhada dentro desta sociedade tecnológica que a cada dia exige mais dos seus cidadãos digitais.

## REFERÊNCIAS

ALARCÃO, Isabel. **Professores reflexivos em uma escola reflexiva**. São Paulo: Cortez Editora, 2007.

ALVES, Alda Judith. O Planejamento de Pesquisas Qualitativas em Educação. **Caderno de Pesquisa**. São Paulo, v.77 p. 53 - 61, mai. 1991.

ANDERY, Maria Amália Pie Abib. **Para Compreender a Ciência: Uma Perspectiva Histórica**. São Paulo/Rio de Janeiro: Espaço e Tempo, 1996.

**ARDUINO PRODUCTS**. Home. Disponível em: <<http://www.arduino.cc>>. Acesso em: 10 de out. 2016.

**ARDUINO/GENUINO UNO**. Overview. Disponível em: <<https://www.arduino.cc/en/Main/ArduinoBoardUno>>. Acesso em: 10 de out. 2016.

**ARDUINO 3X3 LED MATRIX DISPLAY**. Home. Disponível em: <<http://basbrun.com>>. Acesso em: 04 jan. 2016.

BARONI, Mariana Pelissari Monteiro Aguiar; GUERON, Eduardo; DE WIT, Anne. **Spatiotemporal chaos in the dynamics of buoyantly and diffusively unstable chemical fronts**. *Chaos* (Woodbury, N.Y.), v. 22, p. 013134-1 - 013134-13 , 2012.

BARDIN, Laurence. **Análise de Conteúdo**. Lisboa: Edições 70, 1977.

BATANERO, Carmen. **Didáctica de la Estadística**. Granada. Universidad de Granada, ESP, 2001.

**BLOG FILIPE FLOP**. Home. Disponível em: <<http://blog.filipeflop.com>>. Acesso em: 04 de jan. 2017.

BRASIL, Secretária de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: / matemática /** Secretária de Educação Fundamental. Brasília. MEC/SEF, vol 1, 1997.

\_\_\_\_\_. Decreto-lei nº 4.073, de 30 de janeiro de 1942. **Lei Orgânica do ensino industrial**. Disponível em: <<http://www3.dataprev.gov.br/sislex/paginas/24/1942/4073.htm>>. Acesso em: 03 de abr. 2015.

\_\_\_\_\_. Lei nº 5540/68, de 28 de novembro de 1968. **Fixa normas de organização e funcionamento do ensino superior e sua articulação com a escola média, e dá outras providências**. Diário Oficial da União. Seção 1. 29/11/1968 p. 10369.

\_\_\_\_\_. Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional. LDB nº 4024/1961. **Fixa as Diretrizes e Bases da Educação Nacional**. Diário Oficial da União. Seção 1. 27/12/1961. p. 11429.

\_\_\_\_\_. Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional. LDB nº 9394/1996. **Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional**. Diário Oficial da União. Seção 1. 20/12/1996. p. 27833.

\_\_\_\_\_. Decreto nº 2208, de 17 de abril de 1997. **Regulamenta o art. 36 e os artigos 39 a 42 da Lei nº 9394/96**. Diário Oficial da União. Seção 1 18/04/1997 p. 7760.

\_\_\_\_\_. Conselho Nacional de Educação. Parecer CNE/CEB nº 16/1999. **Dispõe sobre as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Profissional de Nível Técnico**. MEC, Brasília, 1999.

\_\_\_\_\_. Conselho Nacional de Educação. Câmara de Educação Básica. CNE/CEB Parecer 17, de 03 de dezembro de 1997. **Dispõe sobre as diretrizes operacional para a educação profissional em nível nacional**. MEC, Brasília, 1997.

\_\_\_\_\_. Decreto nº 2.208, de 17 de abril de 1997. **Regulamenta o § 2º do art. 36 e os arts. 39 a 42 da Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996**. Casa Civil – Subchefia para assuntos jurídicos, Brasília, 1996.

\_\_\_\_\_. Resolução nº6 de 20 de setembro de 2012. Define **Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Profissional Técnica de Nível Médio**. MEC, Brasília, 2012.

\_\_\_\_\_. **Educação Profissional Técnica de Nível Médio Integrada ao Ensino Médio**. MEC, Brasília, 2007.

BRAUMANN, Carlos Alberto. Divagações Sobre Investigação Matemática e o seu Papel na Aprendizagem de Matemática. In: PONTE.J.P.; COSTA,C.; ROSENDO, A. I.; MAIA, E.; FIGUEIREDO, N.; DIONÍSIO, A. F. **As atividades de investigação na aprendizagem da matemática e na formação de professores**. Lisboa: SEM-SPCE, 2002. p. 5-24.

CARDOSO, Tereza Fachada Levy; GRIGOROVISKI, M. C. A.; SOUZA, M. O. . O primeiro corpo docente da Escola Técnica Nacional. In: **III Encontro de História da Educação do Estado do Rio de Janeiro**, 2013, Rio de Janeiro. Anais do III EHed. Rio de Janeiro: PUC-Rio, 2013. v. 1. p. 1-11. Disponível em: <[http://www.3ehed-rj.com.br/adm/resumos/res\\_TR241-1.pdf](http://www.3ehed-rj.com.br/adm/resumos/res_TR241-1.pdf)>. Acesso em: 12 abr. 2015.

CASTELLS, Manuel. **A galáxia da internet: reflexões sobre a internet, os negócios e a sociedade**. Rio de Janeiro, Jorge Zahar Ed., 2003.

CHEREGUINI, Ana Lúcia Costa. **Exploração dos Conceitos de Multiplicação de Matrizes através de Tecnologias Digitais: Sites e Softwares Educativos**. São Carlos. SP, 2011. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional), UFSCAR, São Carlos, 2013.

CORTELLA, Mário Sérgio. **Informatofobia e Informatolatria: Equívocos na Educação**. In: Revista Acesso, São Paulo: Cied, 2005.

COSTA, Ademir Brandão; LOPES, Thiago Beirigo. Uma Proposta de Modelagem Matemática no Ensino-Aprendizagem de Matrizes. In: **I Jornada de Estudos em Matemática**. Marabá, Brasil, 2015.

CUNHA, Helena; OLIVEIRA, Hélia; PONTE, João Pedro da. Investigações Matemáticas na Sala de Aula. **Actas do ProfMat95**, Lisboa: APM, 1995. p. 161-167.

CURY, Thiago Espindola; HIRSCHMANN, Daniela Rohan. **Ensino de Matemática através do Arduino**. Porto Alegre. IERGS/UNIASSEL. VI, 2014.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **Educação Matemática: da teoria à prática**. Campinas, SP. Papyrus, 1996.

\_\_\_\_\_. **A era da consciência**. São Paulo. Fundação Petrópolis, 1997.

\_\_\_\_\_. **A Influência da Tecnologia no Fazer Matemático ao Longo da História**. Anais do VII Seminário Nacional de História da Ciência e da Tecnologia. Imprensa Oficial. Edusp. Editora Unesp. São Paulo, 2000.

ELIA, Marcos da Fonseca; SAMPAIO, Fábio Ferrentini. Plataforma Interativa para Internet (PII): Uma Proposta de Pesquisa-ação a Distância para Professores. **XII Simpósio Brasileiro de Informática na Educação – SBIE – UFES**, Vitória. ES, 2001. p. 247-252.

ELLIOT, John. **La investigación-acción en educación**. Madrid: Morata, 1997

FILHO, Aliprecídio José de Siqueira. **Aplicações e Resoluções de Problemas como Metodologia para o Ensino de Matrizes, Sistemas Lineares e Determinantes**. Tersena, PI, 2013. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional), UFPI, Teresina, 2013.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da Autonomia: saberes necessários à prática educativa**. São Paulo: Ed. Paz e Terra, 1996.

FIORENTINI, Dário; LORENZATO, Sérgio. **Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos**. Campinas, SP: Autores Associados, 2006.

GANSELLI, Tiago Trevisani. **Implementação de Sistemas Baseados em Regras Nebulosas por Método Matricial em Dispositivos Embarcados**. Campinas. SP, 2014. Dissertação (Programa de Pós Graduação em Engenharia Elétrica - Mestrado), PUC, Campinas, 2014.

IMBERNÓN, Francisco. **Formação docente e profissional: forma-se para a mudança e a incerteza**. São Paulo, Editora Cortez, 2000.

JÚNIOR, Marcílio Barbosa Mendonça de Souza. **A análise de conteúdo como forma de tratamento dos dados numa pesquisa qualitativa em Educação Física escolar**. Porto Alegre, Movimento, 2010.

KENSKI, Vani Moreira. **Educação e Tecnologias. O novo ritmo da informação**. Campinas, Editora Papyrus, 2007.

LAKATOS, Eva Maria; MARCONI, Marina de Andrade. **Metodologia Científica**. São Paulo, Editora Atlas SA, 1991.

LEMOS, Hailton David. Aplicação da Computação Ubíqua na Educação a Distância para Elucidação da Fotossíntese no Ensino de Biologia. **ERI – GO. Anais do II Encontro Regional de Informática de Goiás**. Goiânia, GO, 2014. p. 11-25.

LÉVY, Pierre. **Cibercultura**. Tradução de Carlos Irineu da Costa. São Paulo: Ed. 34, 1999.

LORENZATO, Sérgio(ing). **O laboratório de matemática na formação de professores**. Campinas, Autores Associados, 2010.

LUDKE, Menga; ANDRÉ, Marli Elisa Dalmazo Afonso. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. São Paulo, E.P.U., 1986.

MARTINAZZO, Clodomir Antonio; TRENTIN, Débora Suelen; FERRARI, Douglas; PIAIA, Matheus Matiasso. Arduo: Uma tecnologia no Ensino de Física. In: **PERSPECTIVA**, Erechim. v. 38, n.143, p. 21-30, set. 2014.

MATHIAS, Maira; SALOMÃO, Beatriz. **Quem é o docente da educação profissional?** Escola Politécnica de Saúde Joaquim Venâncio. Rio de Janeiro. RJ, 2016. Disponível em <<http://www.epsjv.fiocruz.br/index.php?Area=Noticia&Num=535>>. Acesso em: 10 abr. 2015.

MERCADO, Luis Paulo Leopoldo. **Formação continuada de professores e novas tecnologias**. Maceió. EDUFAL, 1999.

MIZUKAMI, Maria da Graça Nicoletti. **Aprendizagem da docência: algumas contribuições de L.S.Shulman**. In: *Educação*, Santa Maria, v. 29, n 02, p. 33-49, 2004.

MORAN, José Manuel. A integração das tecnologias na educação. In: **Revista Diálogo Educacional**, v.4, n. 12, p.1-9, 2004.

NÓVOA, António Sampaio da. **Os professores: em busca de uma autonomia perdida?** In Ciências da Educação em Portugal - Situação actual e perspectivas. Porto: SPCE, 1991, p. 521-531.

**OFICINA DA NET**. Home. Disponível em: < <https://www.oficinadanet.com.br/>>. Acesso em: 25 de abr. 2017.

OLIVEIRA, Maria Rita Neto Sales. **Formação e profissionalização dos professores do ensino técnico**. Revista de Educação Tecnológica, v. 11, n. 2, p. 03-09, jul./dez. 2006.

PANCIERA, Letícia Menezes; FERREIRA, Márcio Violante. **A Modelagem Matemática no Ensino de Matrizes e Sistemas Lineares**. Unifra, RS, 2006. Disponível em: <<http://www.mtm.ufsc.br/~daniel/7105/A%20MODELAGEM%20MATEM%C3%81TICA%20NO%20ENSINO%20DE%20MATRIZES.pdf>>. Acesso em:

05 mai. 2015.

PETEROSSI, Helena Gemignani. **Formação do professor para o ensino técnico**. São Paulo: Loyola, 1994.

PIAGET, Jean. **Coleção Educadores**. MEC. Fundação Joaquim Nabuco, Recife, Editora Massangana, 2010.

PONTE, João Pedro; BROCARD, Joana; OLIVEIRA, Hélia. **Investigações Matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte, Autêntica, 2003.

PONTE, João Pedro. **Álgebra no currículo escolar**. Educação e Matemática – Revista da Associação de Professores de Matemática. Lisboa: 85, 2006.

PORTAL BRASIL. **Surgimento das Escolas Técnicas**. Disponível em: <<http://www.brasil.gov.br/educacao/2011/10/surgimento-das-escolas-tecnicas>>. Acesso em: 09 abr. 2015.

RAMOS, Marli; COPPOLA, Neusa Ciriaco. **O uso do computador e da Internet como Ferramentas Pedagógicas**. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/2551-8.pdf>>. Acesso em: 28 jul. 2016.

REGINALDO, Carla Camargo; SHEID, Neusa John. GULLICH, Roque Ismael da Costa. O Ensino de Ciências e a Experimentação. In: **IX ANPED SUL. Seminário de Pesquisa em Educação da Região Sul**. Universidade de Caxias do Sul. Caxias do Sul. RS, 2012. p. 1-12.

**REVISTA BRASILEIRA DA EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA**. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica. v. 1, n. 1, Brasília: MEC, SETEC, 2008.

SANCHES, Maria Helena Figueiredo. **Efeitos de uma estratégia diferenciada do ensino dos conceitos de matrizes**. Dissertação (Mestrado em Educação), UNICAMP, Campinas, 2002.

SÃO PAULO. Secretaria da Educação. Centro de Referência em Educação Mário Covas. Entrevista António Nóvoa. In: **25º ISCHE - International Standing Conference for the History of Education**. CRE – Centro de Referência em Educação Mário Covas. São Paulo, SP, 2003.

TARDIF, Maurice. **Saberes profissionais dos professores e conhecimentos universitários: elementos para uma epistemologia da prática profissional dos professores e suas consequências em relação à formação para o magistério**. Revista Brasileira da Educação, nº 13, 2000.

THIOLLENT, Michel. **Metodologia da Pesquisa-ação**. São Paulo: Cortez, 1986.

TOLEDO, Marília; TOLEDO, Mauro. **Didática de Matemática: como dois e dois**. São Paulo: FTD, 1997.

TRIGO, Carmen Esperança Cesar; NUNES, Wallace Wallory. **Experimentos Didáticos no Ensino de Matemática. Orientações Pedagógicas.** Rio de Janeiro: IFRJ, 2011.

TRIVIÑOS, Augusto Nivaldo Silva. **Introdução à Pesquisa em Ciências Sociais: A Pesquisa Qualitativa em Educação.** São Paulo. Atlas, 1987.

UNTEM, Marcelo S. G; CACHICHI, Ricardo C.; MATSUMOTO, Márcio Y. **Aquisição e Transmissão de Dados Experimentais Através do Microcontrolador Arduino.** In: 37ª Reunião Anual da Sociedade Brasileira de Química. Disponível em: <<http://www.s bq.org.br/37ra/cdrom/resumos/T2464-1.pdf>>. Acesso em: 03 out. 2016.

VALENTE, Jose Armando. **O computador na Sociedade do Conhecimento.** Campinas -SP: UNICAMP/NIED, 1999.

**VINTRÔNICA.** Disponível em: <<http://www.vinitronica.com.br>>. Acesso em: 04 jan. 2017

VIRIATO, Ednete Orquizas. **A tecnologia Digital e a Educação de Jovens e Adultos.** Disponível em: <<http://proec.ufabc.edu.br/ejaecosol/a-tecnologia-digital-e-a-educacao-de-jovens-e-adultos/>>. Acesso em: 28 jun. 2016

**WOED TAGUL CLOUDS.** Disponível em: <<https://tagul.com>>. Acesso em: 07 jun. 2015.

## APÊNDICE A – TCLE E AUTORIZAÇÃO DE REALIZAÇÃO DA PESQUISA



**Ministério da Educação**  
**Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica**  
**Instituto Federal Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo**  
**Comitê de Ética em Pesquisa**

### TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Você está sendo convidado para participar da pesquisa: **Utilizando o Arduino como atividade aberta de investigação e experimentação matemática para o ensino de conceitos de matrizes**. Você foi selecionado por ser aluno regular do curso técnico integrado ao ensino médio de eletrônica do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo – campus São Paulo e sua participação não é obrigatória. A qualquer momento você pode desistir de participar e retirar seu consentimento. Sua recusa não trará nenhum prejuízo em sua relação com o pesquisador ou com a instituição Instituto Federal de Educação, Ciências e Tecnologia de São Paulo – campus São Paulo. O objetivo deste estudo é analisar limites e possibilidades na utilização do arduíno como ferramenta educacional para o ensino de matrizes. Sua participação nesta pesquisa consistirá em participar das aulas do professor de Matemática e participar das atividades propostas. A pesquisa não oferece nenhum risco. Os benefícios relacionados com a sua participação são, entre outros, a possibilidade de ampliar seus conhecimentos sobre a Matemática e a matrizes, além da contribuição na pesquisa na área de ensino de Matemática, na busca de novos instrumentos para o processo de ensino e aprendizagem. As informações obtidas através dessa pesquisa serão confidenciais, e asseguramos o sigilo sobre sua participação. Os dados não serão divulgados de forma a possibilitar sua identificação. Em nenhuma hipótese seu nome será mencionado. Você receberá uma via deste termo onde consta o telefone e o endereço institucional do pesquisador principal e do CEP, podendo tirar suas dúvidas sobre o projeto e sua participação, agora ou a qualquer momento.

---

**Profa Dra MARIANA PELISSARI MONTEIRO AGUIAR BARONI**  
**Orientador**  
 E-mail: mariana.baroni@gmail.com  
 Rua Pedro Vicente, 625 Canindé – São Paulo/SP  
 Telefone: (11) 2763-7567 (tel. da coordenação do curso)

---

**FÁBIO ANDERSON DE ASSUMPÇÃO SILVA**  
**Estudante do Mestrado profissional em Ensino de Ciências e Matemática**  
 E-mail: fabioassumpcao@gmail.com  
 Rua Pedro Vicente, 625 Canindé-São Paulo

**COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA**  
**Rua Pedro Vicente, 625 Canindé – São Paulo/SP**  
**Telefone: (11) 3775-4569**  
**E-mail: cep\_ifsp@ifsp.edu.br**

Declaro que entendi os objetivos, riscos e benefícios de minha participação na pesquisa e concordo em participar.

---

Sujeito da Pesquisa

---

Responsável legal



DIRETORIA DE PESQUISA, EXTENSÃO E PÓS-GRADUAÇÃO  
IFSP – CAMPUS SÃO PAULO

### DECLARAÇÃO

Declaro que autorizamos a aplicação da pesquisa “Arduino no ensino de Matemática: Matrizes” no IFSP – Câmpus São Paulo por Fábio Anderson de Assumpção Silva, responsável pelo projeto.

Informo que a pesquisa foi aprovada pelo Comitê de Ética em Pesquisa do IFSP em 10/12/2015 sob nº de parecer CAPE: 51528715.0.0000.5473.

Maiores informações sobre o projeto e dados solicitados pelo pesquisador podem ser obtidas na Diretoria de Pesquisa, Extensão e Pós-Graduação do Câmpus São Paulo.

São Paulo, 15 de fevereiro de 2016.



---

Mariana Pelissari Monteiro Aguiar Baroni  
Diretora de Pesquisa, Extensão e Pós-Graduação  
IFSP - *Campus* São Paulo  
Portaria nº 264 de 26/01/2015

## APÊNDICE B – PRODUTO FINAL



### ROTEIRO PARA O ENSINO DE ALGUNS CONCEITOS DE MATRIZES UTILIZANDO O ARDUINO

Fábio Anderson de Assumpção Silva

Produto final vinculado à dissertação de mestrado intitulada “Utilizando o Arduino como atividade aberta de investigação e experimentação matemática para o ensino de conceitos de matrizes” apresentada ao Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Ensino de Ciências e Matemática, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática, orientada pela Profa. Dra. Mariana Pelissari Monteiro Aguiar Baroni.

IFSP  
São Paulo  
2017



**Nível de Ensino:**

Médio

**Título:**

Roteiro para o ensino de alguns conceitos de matrizes utilizando o Arduino

**Duração:**

1 aula de 50 min para cada atividade aberta

**Conteúdo abordado:**

Conceitos Iniciais de Matrizes (Linha , coluna, posição, diagonal principal e secundária, entre outros);

Operação de adição/subtração de Matrizes;

Operação de multiplicação de escalar por Matriz;

Operação de multiplicação de Matrizes.

**Tipo de Atividade:**

Prática, expositiva e em grupo

**Material Utilizado (para um kit):**

1 Placa Arduino

9 Led's

9 Resistores de  $680\Omega$

Jumpers (diversos)

1 Protoboard

1 Notebook/Computador

1 Braço Robótico de 4 servomotores

**Divisão dos Grupos:**

Os estudantes devem ser divididos em duplas e cada dupla deve receber um kit com as peças e equipamentos descritos anteriormente. O ideal é que o professor efetue a atividade na sala de informática e que todos os computadores/notebooks já tenham o software do Arduino instalado. Além disso, em algumas atividades, os estudantes são orientados a realizarem pesquisas, e o acesso à internet é fundamental.

**Objetivos:**

- Fazer com que o estudante aprenda os conceitos iniciais de matrizes;
- Levar o estudante a perceber os conceitos de adição, subtração e multiplicação de matrizes e multiplicação de um escalar por uma matriz através da movimentação do braço mecânico;
- Criar uma relação entre o que é aprendido na escola e o que os estudantes vivenciam;
- Tornar o conteúdo de matrizes prazeroso e contextualizado;
- Tornar esta prática interdisciplinar e lúdica;
- Oportunizar aos estudantes expor suas ideias e opiniões sobre os levantamentos e análises que fizeram da experiência;
- Tornar a aula mais dinâmica e participativa, levando o estudante ao protagonismo do processo;
- Levar o estudante a “fazer” Matemática através da Investigação e Experimentação;
- Uma maior interação entre os estudantes e as NTIC;
- Despertar a curiosidade e o senso investigativo nos estudantes.

## A.1. PRÉ-AULA

Para a aplicação das atividades deste roteiro é necessário que o professor se familiarize com o Arduino e com a linguagem C++. Para isso, o professor deve fazer a leitura antecipada deste material por completo, pois o mesmo oferece uma introdução inicial ao Arduino e sua linguagem de programação. A leitura e execução das atividades propiciará a familiarização necessária para a execução das atividades em aula juntamente com os estudantes, lembrando-se que todo o material disponibilizado é *open-source*, ou seja, permite as alterações necessárias por parte do usuário e que “a prática leva a perfeição”.

Após esta familiarização inicial, o professor pode colocar a atividade em ação em sala de aula, dividindo os estudantes de sua turma em duplas e cada dupla tendo um kit com o material necessário para o desenvolvimento da atividade.

Uma possibilidade que pode ser explorada pelo professor também é estimular os estudantes a aprenderem a linguagem de programação C++ durante os meses, ou até mesmo anos, que antecedem a programação de apresentação de conceitos de matrizes. Diversas atividades podem ser encontradas na *internet* sobre o ensino de matemática de diferentes conceitos utilizando linguagem de programação. Tal empenho depende também do trabalho em conjunto dentro da escola, entre pais, professores e a coordenação pedagógica, a fim de que novas tecnologias para o ensino possam ser inseridas no ambiente escolar.

Quaisquer dúvidas sobre a utilização ou aperfeiçoamento que o professor executar, por favor, comunique ao e-mail [fabioassumpção@gmail.com](mailto:fabioassumpção@gmail.com), para que assim possamos cada vez mais agregar e compartilhar conhecimentos.

Este roteiro apresenta-se da seguinte forma: na seção A1, o professor tem uma introdução básica sobre o Arduino e sua linguagem de programação com alguns exemplos básicos de programação e montagens de circuitos para o acionamento de *led* e de servomotor; na seção A2 estão as atividades propostas para o ensino dos conceitos iniciais de matrizes juntamente com as orientações necessárias para a execução das atividades; na seção A3 orientamos sobre como avaliar o processo de ensino e aprendizagem e finalizamos na seção A4 com as referências.

### A.1.1. Conhecendo o Arduino

Utilizaremos o circuito conhecido como Arduino e sua linguagem de programação para propiciar ao estudante uma aprendizagem dos conceitos de matrizes através da investigação e experimentação matemática. Todas as informações fornecidas aqui foram extraídas da página oficial do Arduino Genuíno (<http://www.arduino.cc>).

O Arduino nasceu no *Interaction Design Institute Ivrea* como uma ferramenta de fácil manuseio para estudantes sem nenhum conhecimento em eletrônica ou programação e sua arquitetura é totalmente *open-source* (plataforma livre que permite ao usuário modificá-la sem prévia autorização do fabricante). Isto faz com que esta plataforma de trabalho cresça através das contribuições de usuários do mundo inteiro, pois a maioria dos usuários disponibilizam os projetos e programações, servindo de base para um novo projeto de outro usuário.

Existem mais de vinte modelos de placas de Arduino, tais como o Arduino Uno, Arduino Mega, e Arduino Nano. A diferença básica entre elas é a quantidade de entradas/saídas de dados, capacidade de armazenamento, *Clock* e o seu tamanho.

Utilizamos uma placa Arduino Uno (Fig. A.1) para a execução das atividades aqui propostas.

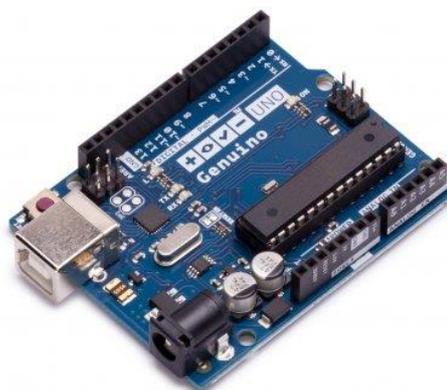


Figura A.1 – Arduino Uno  
Fonte: Extraído de Arduino Products (2016).

A Figura A.2 apresenta as portas de acesso ao Arduino Uno, que podem ser utilizadas para as atividades descritas neste roteiro.

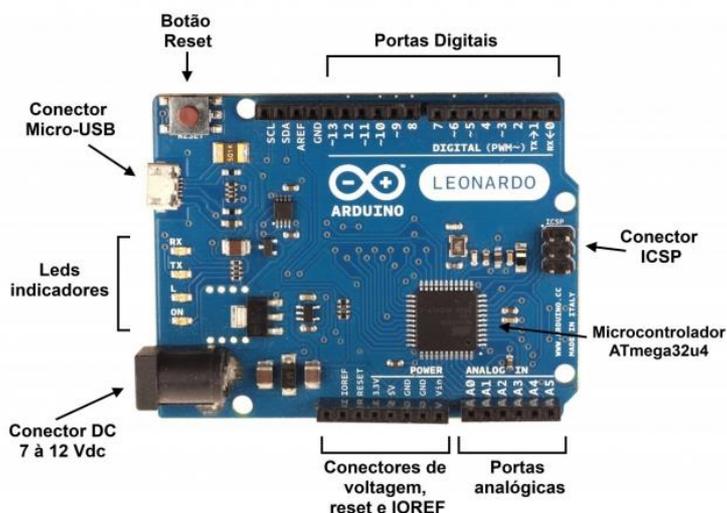


Figura A.2 – Portas de Acesso ao Arduino UNO.  
Fonte: Extraído de Blog Filipe Flop (2016).

O Quadro A.1 a seguir, apresenta as especificações técnicas do Arduino UNO.

Quadro A.1 – Especificações Técnicas

Microcontrolador	<a href="#">ATmega328P</a>
Tensão operacional	5V
Tensão de entrada (recomendado)	7-12V
Tensão de entrada (limite)	6-20V
Digital pinos I / O	14 (dos quais 6 fornecer saída PWM)
PWM Digital pinos I / O	6
Pinos de entrada analógica	6
Corrente DC por I / O Pin	20 mA
Corrente DC 3.3V para Pin	50 mA
Memória flash	32 KB (ATmega328P) dos quais 0,5 KB utilizado por bootloader
SRAM	2 KB (ATmega328P)
EEPROM	1 KB (ATmega328P)
Velocidade do relógio	16 MHz
LED_BUILTIN	13
Comprimento	68,6 mm
Largura	53,4 mm
Peso	25 g

Fonte: Extraído de: Arduino Genuino Uno (2016)

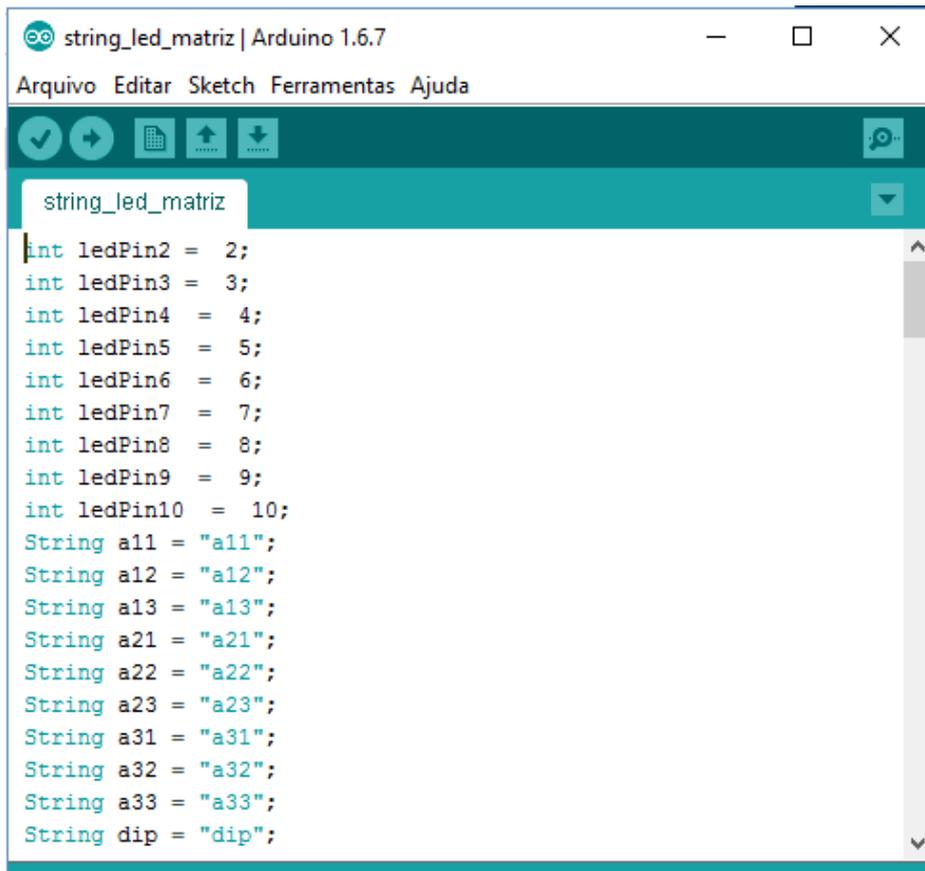
A linguagem utilizada na programação do Arduino é a linguagem C++ e o Arduino possui um software próprio que pode ser baixado no site do Arduino Genuino. Segue um roteiro para instalação:

- 1- Acessar o site [www.arduino.cc](http://www.arduino.cc) e ir no ícone DOWNLOAD;
- 2- Efetuar o download do programa de acordo com o seu sistema operacional
- 3- Após o download do programa Arduino, executar a instalação do mesmo;
- 4- Com o programa instalado, conecte o computador à placa Arduino com um cabo USB (Fig. A.3);



Figura A.3 – Conexão do Arduino com o computador através do cabo USB.

- 5- Clicar no ícone do Arduino criado na área de trabalho do seu computador e abrirá a tela de início do Arduino (Fig. A.4) onde são digitadas as linhas de comando.



```

string_led_matriz
int ledPin2 = 2;
int ledPin3 = 3;
int ledPin4 = 4;
int ledPin5 = 5;
int ledPin6 = 6;
int ledPin7 = 7;
int ledPin8 = 8;
int ledPin9 = 9;
int ledPin10 = 10;
String a11 = "a11";
String a12 = "a12";
String a13 = "a13";
String a21 = "a21";
String a22 = "a22";
String a23 = "a23";
String a31 = "a31";
String a32 = "a32";
String a33 = "a33";
String dip = "dip";

```

Figura A.4 – Tela de Início do Arduino.

As duas principais partes (funções) de um programa desenvolvido para o Arduino são:

- `setup()`: onde devem ser definidas algumas configurações iniciais do programa. É executado uma única vez.
- `loop()`: função principal do programa. Fica executando as linhas de comando ininterruptamente, até o usuário finalizar a execução do programa.

Todo programa para o Arduino deve ter estas duas funções.

6- Após efetuar a conexão do Arduino ao computador, basta copiar as linhas de comando do código-fonte e carregar o programa na placa Arduino.

7- Para efetuar o carregamento do programa, devemos clicar no botão  localizado no menu (Figura A.5).

**Para carregar o programa,  
clique neste botão**

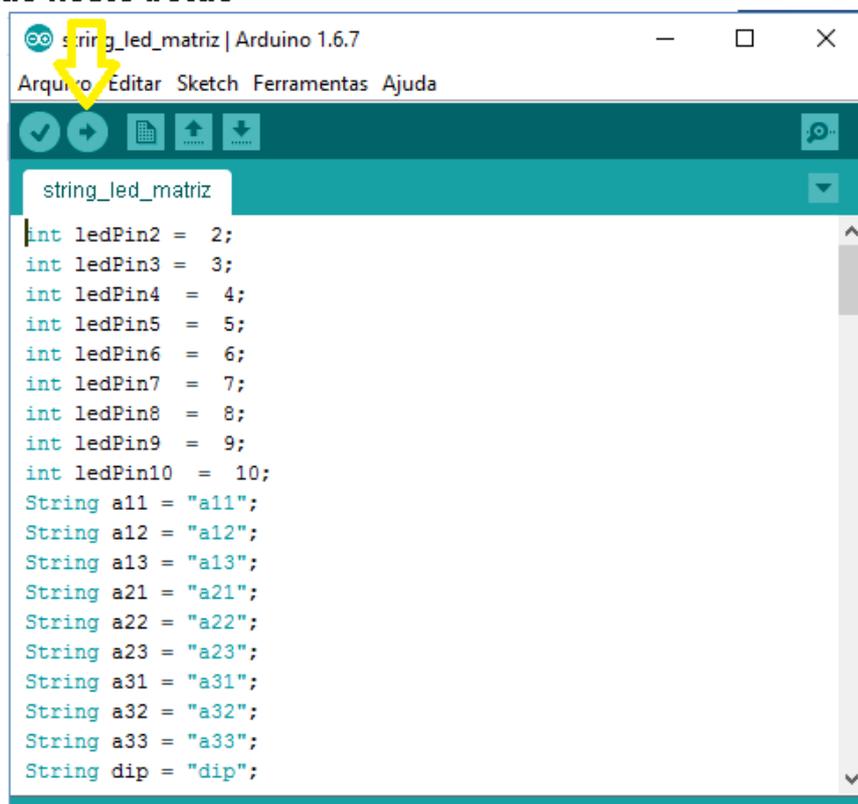


Figura A.5 – Localização de botão de carregamento de programa na tela de início do Arduino.

8- Após este passo, o programa já está pronto para rodar na placa do Arduino.

No sitio do Arduino/Genuino (<http://www.arduino.cc>), podemos buscar todas estas informações como também participar de fóruns sobre programação, dispositivos e programas já desenvolvidos para esta plataforma, sempre lembrando que todas estas informações são *open-source*, ou seja, os usuários podem utilizá-las livremente e alterá-las como achar necessário.

### A.1.2. Código fonte de experimentos com o Arduino

Como dissemos anteriormente, o Arduino tem uma estrutura de Hardware e software *open-source*, o que permite que os usuários disponibilizem os códigos-fontes criados por eles, como também, usufruam de outros códigos-fontes criados e disponibilizados livremente na internet.

No site do fabricante, conseguimos localizar os mais diversos tipos de montagem, desde o princípio básico de funcionamento do Arduino (instalação, configuração, softwares) como também os mais diversos programas e configurações,

o que permite a iniciação de qualquer usuário que queira aprender como utilizar o Arduino.

A seguir descrevemos um código fonte básico para o acionamento de um *led* através do Arduino (Fig. A.6) e para a movimentação do braço mecânico (Fig. A.7). Este código é base para os códigos desenvolvidos neste roteiro de atividades, e pode ser adaptado para outras atividades de ensino.

Esta programação para o acionamento de um *led* e acionamento de servo motores, como também diversos outros programas, podem ser encontrados no sítio do Arduino/Genuino.

*Código-fonte para acionamento de um led.*

```

/* LED piscante
 * -----
 * liga e desliga um LED conectado a um pino digital
 * em intervalos de 2 segundos. Idealmente usa-se o pino 13 da
 * placa do Arduino porque ele já possui um resistor ligado a ele
 *
int ledPin = 13;          // LED conectado ao pino digital 13
void setup()
{
  pinMode(ledPin, OUTPUT); // configura pino digital como saída
}
void loop()
{
  digitalWrite(ledPin, HIGH); // liga o LED
  delay(1000);                // temporiza 1 segundo
  digitalWrite(ledPin, LOW);  // desliga o LED
  delay(1000);                // aguarda mais um segundo
}

```

*Código-fonte para movimentação de um braço mecânico utilizando um servo motor.*

```

#include <Servo.h>        // Biblioteca Servo Motor
Servo motor;
void setup()
{
  motor.attach(3);       // Pino 3 saída do comando
}
void loop()
{
  motor.write(160);      // Movimenta o servo motor para a posição de 160°
  delay(1000);           // Aguarda 1000ms
  motor.write(16);       // Movimenta o servo motor para a posição de 16°
  delay(1000);           // Aguarda 1000ms
}

```

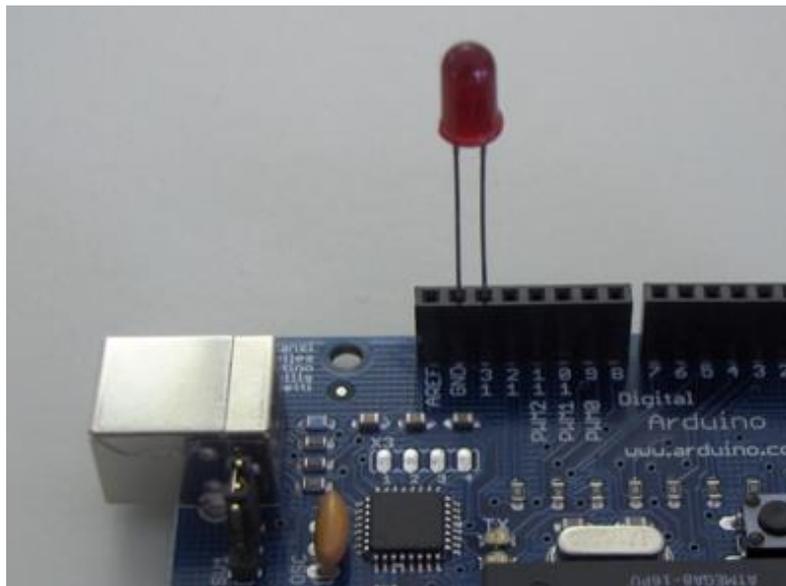


Figura A.6 – Led conectado ao Arduino no pino 13.  
Fonte: Extraído de Arduino Products (2016).

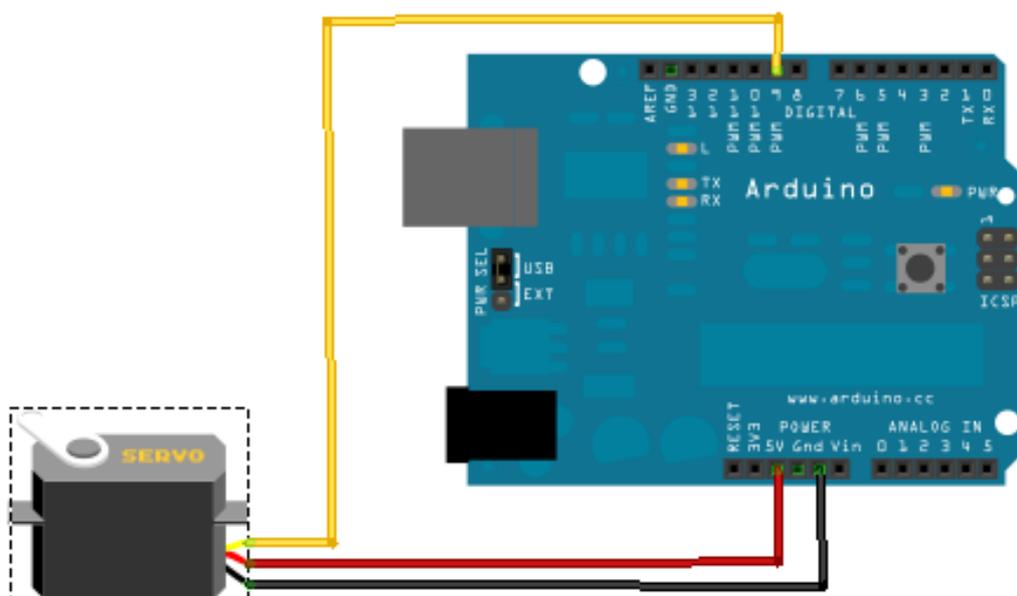


Figura A.7 – Servo motor conectado ao Arduino.  
Fonte: Extraído de Arduino Products (2016).

Essa estrutura de funcionamento do Arduino, através de um software *open-source*, possibilita que os estudantes, através das suas investigações, criem um plano de ação, aplique-o na resolução do problema, faça a análise do resultado obtido e verifique se a situação problema inicial foi resolvida. Caso não a tenha resolvido, o estudante pode retornar para qualquer etapa da atividade e trilharem um novo caminho a partir do ponto problemático, o que possibilita a criação do seu próprio aprendizado, não estando atrelado a uma só opção para solução do problema.

A próxima seção apresenta as atividades com Arduino utilizadas neste roteiro de ensino.

## A.2. APLICAÇÃO DAS ATIVIDADES

### A.2.1. Conceitos iniciais de matrizes utilizando um painel de led's

Nesta primeira atividade, o estudante será apresentado ao Arduino e terá que pesquisar sua funcionalidade e como utilizá-lo como uma matriz de *led's* (Figuras A.8 e A.9), possibilitando um processo investigativo dos conceitos teóricos básicos de matrizes, tais como linha, coluna, diagonal principal, diagonal secundária e seus elementos (estes conceitos foram os escolhidos por serem visualmente possíveis em uma matriz de *led's*), além dos tipos de matrizes.

O professor deve montar os kits e entrega-los montados para que os estudantes realizem as experimentações.

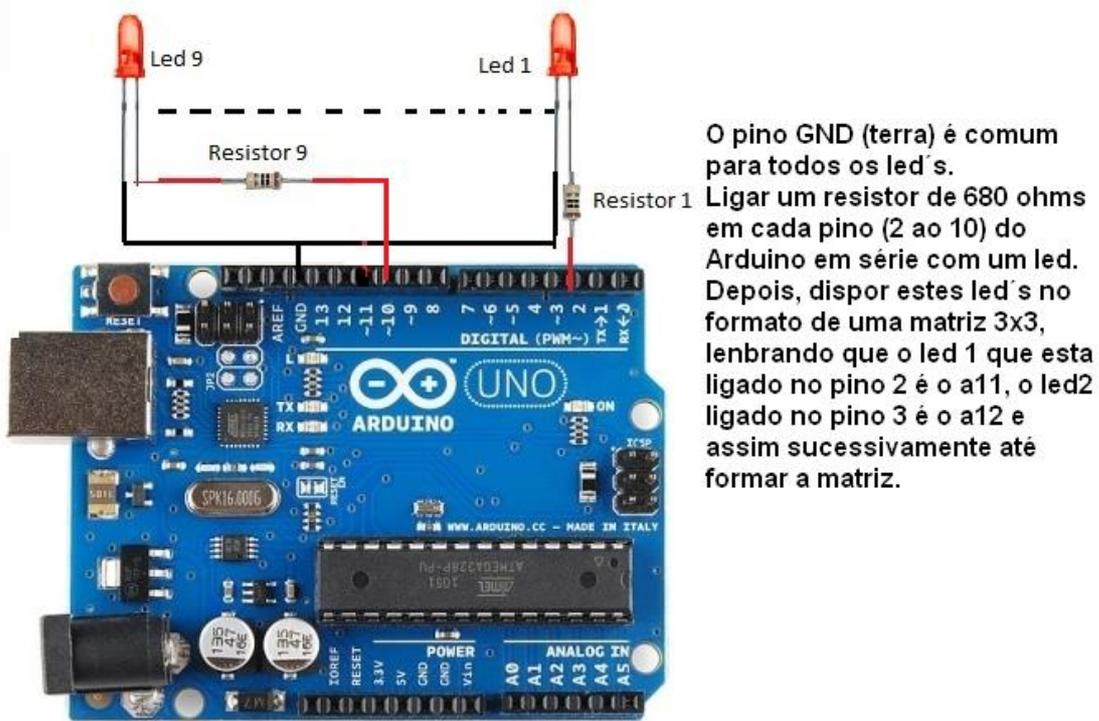


Figura A.8 – Esquema para ligar os *led's* da matriz 3x3 com Arduino.

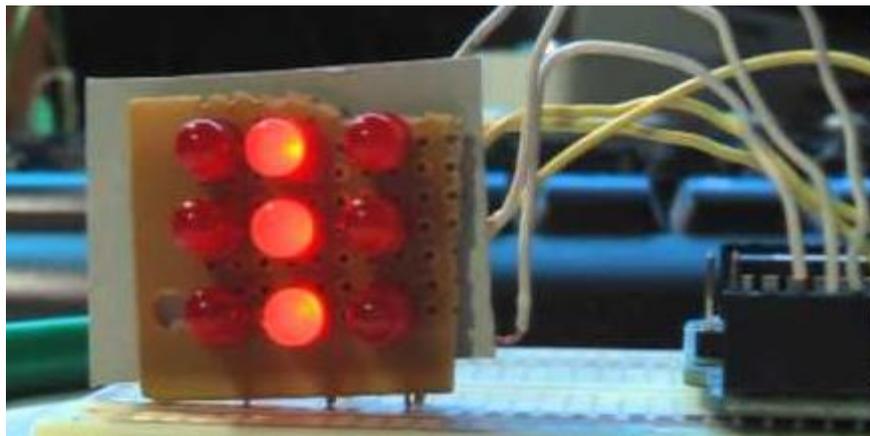


Figura A.9 – Matriz de led's 3x3.  
Fonte: Extraído de Arduino 3x3 LED Matrix display (2016).

Nesta atividade não é interessante que o professor monte o experimento juntamente com os estudantes uma vez que a montagem envolve o conhecimento de posição de elementos em uma matriz. Entretanto, após o experimento, o professor pode solicitar que os estudantes explorem o sistema e montem diferentes formatos de matrizes, introduzindo assim, os conceitos de tipos de matrizes. Além disso, caso o professor ache interessante introduzir os conceitos já na montagem do experimento, este propicia o entendimento de posição de elementos de uma matriz.

A seguir, apresentamos o código fonte que deve ser digitado no *software* do Arduino e feito o carregamento. Após esta etapa, o Arduino está pronto para controlar o painel de *led's* e assim, o professor poderá entregar o kit para os estudantes efetuarem as experimentações. Esta atividade fica ainda mais interessante quando os estudantes realizam em dupla, proporcionando assim o debate e outras experimentações entre os estudantes.

#### *Código-Fonte Matriz de Led Arduino 3X3*

```
int ledPin2 = 2;
int ledPin3 = 3;
int ledPin4 = 4;
int ledPin5 = 5;
int ledPin6 = 6;
int ledPin7 = 7;
int ledPin8 = 8;
int ledPin9 = 9;
int ledPin10 = 10;
String a11 = "a11";
String a12 = "a12";
String a13 = "a13";
String a21 = "a21";
String a22 = "a22";
String a23 = "a23";
```

```
String a31 = "a31";
String a32 = "a32";
String a33 = "a33";
String dip = "dip";
String dis = "dis";
String rst = "rst";
String str;
char c;
char matriz[20];
int x=0;
void setup()
{
  Serial.begin(9600);
  pinMode(ledPin2, OUTPUT);
  pinMode(ledPin3, OUTPUT);
  pinMode(ledPin4, OUTPUT);
  pinMode(ledPin5, OUTPUT);
  pinMode(ledPin6, OUTPUT);
  pinMode(ledPin7, OUTPUT);
  pinMode(ledPin8, OUTPUT);
  pinMode(ledPin9, OUTPUT);
  pinMode(ledPin10, OUTPUT);
}
void loop()
{
  if(Serial.available())
  {
    do{
      c=Serial.read();
      matriz[x]=c;
      Serial.print(matriz[x],DEC);
      x++;
      delay(1); //Delay para o Arduino não perder o dado da Serial
    }while(c!='\n');
    matriz[x-1]='\0';
    Serial.print(matriz);
    str=matriz;
    if (str==a11)
    {
      digitalWrite(ledPin2, HIGH);
    }
    else
      if(str==a12)
      {
        digitalWrite(ledPin3, HIGH);
      }
    else
      if(str==a13)
      {
        digitalWrite(ledPin4, HIGH);
      }
  }
}
```

```
else
    if(str==a21)
    {
        digitalWrite(ledPin5, HIGH);
    }
    else
        if(str==a22)
        {
            digitalWrite(ledPin6, HIGH);
        }
    else
        if(str==a23)
        {
            digitalWrite(ledPin7, HIGH);
        }
    else
        if(str==a31)
        {
            digitalWrite(ledPin8, HIGH);
        }
    else
        if(str==a32)
        {
            digitalWrite(ledPin9, HIGH);
        }
    else
        if(str==a33)
        {
            digitalWrite(ledPin10, HIGH);
        }
    else
        if(str==dip)
        {
            digitalWrite(ledPin2, HIGH);
            digitalWrite(ledPin6, HIGH);
            digitalWrite(ledPin10, HIGH);
        }
    else
        if(str==dis)
        {
            digitalWrite(ledPin4, HIGH);
            digitalWrite(ledPin6, HIGH);
            digitalWrite(ledPin8, HIGH);
        }
    else
        if(str==rst)
        {
            digitalWrite(ledPin2, LOW);
            digitalWrite(ledPin3, LOW);
            digitalWrite(ledPin4, LOW);
            digitalWrite(ledPin5, LOW);
```

```

        digitalWrite(ledPin6, LOW);
        digitalWrite(ledPin7, LOW);
        digitalWrite(ledPin8, LOW);
        digitalWrite(ledPin9, LOW);
        digitalWrite(ledPin10, LOW);
    }
    delay(100);
    x=0;
}
}

```

Após digitar estas linhas de comando no software do Arduino e carregar na placa, o Arduino já está pronto para controlar o painel de *led's* e para isso, basta clicar no ícone monitor serial localizado no canto superior direito da tela.

Sempre que for necessária a inserção de dados via teclado, o serial monitor do Arduino deve ser iniciado.

O professor deve indicar alguns comandos iniciais para que os estudantes digitem no computador e observem os resultados no painel de *led's*, e assim, iniciar o processo experimental e investigativo sobre matrizes.

O professor deve orientar o estudante a efetuar os seguintes comandos e anotar o observado no painel de *led's*:

- 1) Digitar no teclado do computador "a11".
- 2) Digitar no teclado do computador "a12" e assim sucessivamente até posição "a33".
- 3) Digitar "rst" para apagar todos os *led's*.
- 4) Digitar "dip" para descobrir o que é a diagonal principal dentro desta matriz (a11, a22, a33).
- 5) Digitar "rst" para apagar todos os *led's*.
- 6) Digitar "dis" para descobrir o que é a diagonal secundária (a13, a22, a31).

A partir deste ponto, o professor pode propor desafios utilizando o painel, tais como jogo da velha e batalha naval.

O professor, nesta primeira etapa, foi um mediador, e agora deve estimular os estudantes e ajudá-los a formalizar estes conhecimentos:

- O que é uma matriz?
- Quais os tipos de matrizes?
- O que são linhas, colunas, diagonal principal e diagonal secundária?
- Onde visualizamos em nosso cotidiano painéis de *led's*?
- Onde vemos aplicações de matrizes em nosso cotidiano?

Ao final desta atividade aberta envolvendo a matriz de *led's* 3x3, o estudante desenvolve a conceituação inicial de linha, coluna, diagonal principal, diagonal secundária e a localização dos elementos dentro de uma matriz.

## A.2.2. Conceitos de operações com Matrizes utilizando a movimentação de um braço mecânico

### A.2.2.1. Adição de matrizes

Nesta segunda etapa, o professor deve ensinar os conceitos de adição de matrizes através do movimento de um braço robótico (Fig. A.9).

Para implementar a utilização do braço robótico, a inclusão de um esquadro em cada uma de suas articulações seria uma ideia viável e complementar a visualização que já é feita através do prompt de comando do próprio software do Arduino.

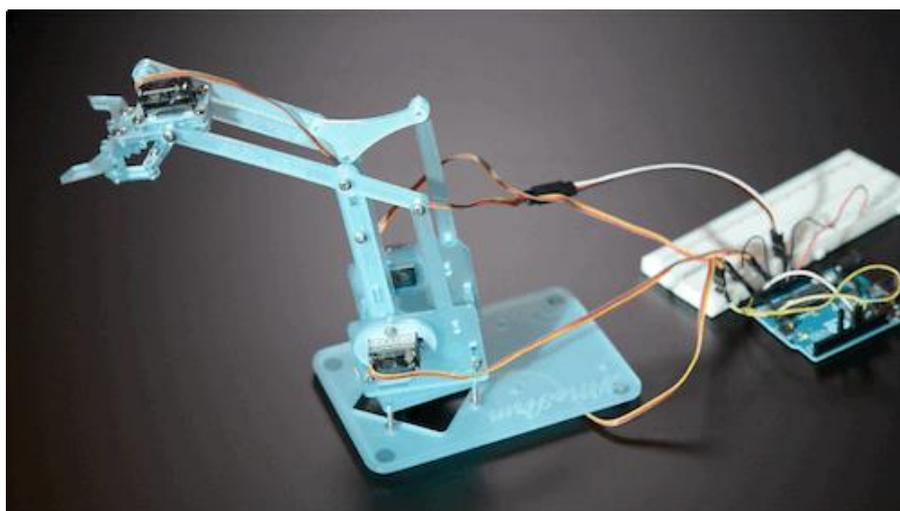


Figura A.9 – Braço Robótico Arduino.  
Fonte: Extraído de Vitrônica (2016).

Da mesma forma que no exercício anterior, os estudantes recebem o dispositivo já programado e cabe aos estudantes conectá-lo ao computador através da porta USB e começar a fase de exploração do dispositivo.

A matriz configurada no Arduino para a movimentação do braço robótico é a seguinte:

$$A = \begin{pmatrix} \textit{Base do braço} & \textit{Altura do braço} \\ \textit{Inclinação do braço} & \textit{Acionamento da garra} \end{pmatrix},$$

ou seja:

A11 – Base do braço;

A12 – Altura do braço;

A21 – Inclinação do braço;

A22 – Acionamento da garra .

Através do teclado do computador, os estudantes devem inserir a primeira matriz,  $A = \begin{pmatrix} 45 & 5 \\ 60 & 0 \end{pmatrix}$ , no Arduino. Esta matriz executa um movimento no braço robótico e o movimentam para a posição:

A11 = A base gira no sentido horário e para na posição 45°;

A12 = O braço sobe e para na posição de 5°;

A21 = O braço inclina 60° para frente;

A22 = A garra se abre até a posição 0°.

E esta matriz é armazenada na memória do dispositivo.

A Figura A.10 apresenta um exemplo de movimentação do braço robótico.

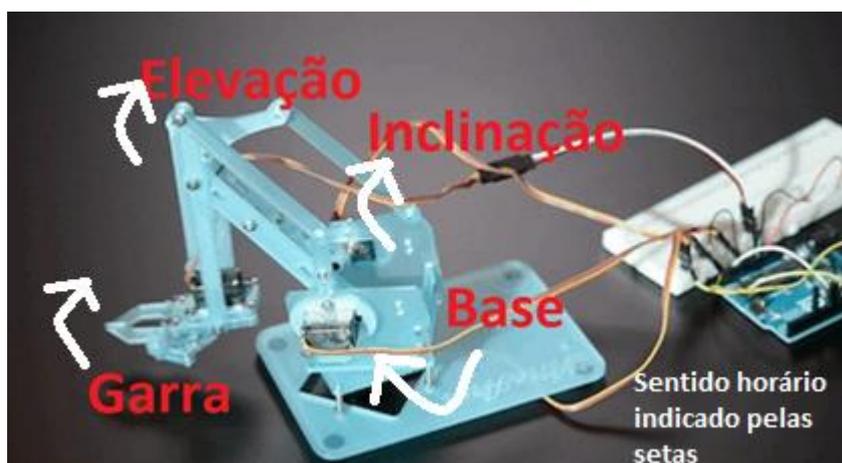


Figura A.10 – Braço Robótico Arduino: um exemplo de movimentação.  
Fonte: Extraído de Vitrônica (2016).

Ao inserir a segunda matriz,  $B = \begin{pmatrix} 5 & 100 \\ 30 & 10 \end{pmatrix}$ , no Arduino, o braço robótico prossegue o movimento de onde estava, pois, a segunda matriz B foi adicionada a primeira matriz A, resultando em uma nova matriz  $C = \begin{pmatrix} 50 & 105 \\ 90 & 100 \end{pmatrix}$  e o braço robótico realiza a seguinte movimentação:

A11 = A base gira mais 5° no sentido horário, chegando na posição 50°

A12 = O braço sobe mais 100° e chega na altura de 105°

A21 = O braço inclina mais 30° para frente e chega na posição 90°

A22 = A garra se abre mais 100° e chega na posição 100°

Cabe aos estudantes descobrirem qual operação de matrizes que movimentou o braço e como se deu esse movimento.

Após término da experimentação de adição de matrizes, o professor pode induzir os estudantes a conceituarem a ideia da multiplicação de uma matriz por um escalar, através da adição sucessiva de matrizes idênticas, e assim, quando chegar nesta etapa da atividade, este conceito já estará formalizado.

Para realizarmos a operação de subtração de matrizes, o professor pode utilizar-se da adição de matrizes e iniciar os seguintes procedimentos:

Os estudantes, através do teclado do computador, devem inserir a primeira matriz,  $A = \begin{pmatrix} 10 & 5 \\ 12 & 20 \end{pmatrix}$ , no Arduino via teclado do computador que movimenta o braço robótico para posição desejada como na adição de matrizes:

A11 = A base gira  $10^\circ$  no sentido horário;

A12 = O braço sobe uma altura de  $5^\circ$ ;

A21 = O braço inclina  $12^\circ$  para frente;

A22 = A garra se movimenta para a posição  $20^\circ$ .

Sendo a matriz A armazenada na memória do dispositivo.

Ao inserir a segunda matriz,

$$B = \begin{pmatrix} -8 & -4 \\ -10 & -10 \end{pmatrix}$$

no Arduino, o braço robótico prossegue o movimento de onde estava, pois, a segunda matriz B foi adicionada a primeira A, resultando em uma nova matriz  $C = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 10 \end{pmatrix}$ , pois o braço robótico efetuou o seguinte movimento:

A11 = A base gira  $8^\circ$  no sentido anti-horário e chega na posição  $2^\circ$

A12 = O braço desce  $4^\circ$  e chega na altura de  $1^\circ$

A21 = O braço recua  $10^\circ$  e chega na posição  $2^\circ$

A22 = A garra se fecha  $10^\circ$  e chega na posição  $10^\circ$

Essa operação pode ser utilizada para experimentar a operação de subtração de matriz, e os estudantes poderão concluir que a operação realizada é esta, cabendo ao professor/pesquisador apenas mediar esta ideia, demonstrando e confirmando que::

$$A + B = \begin{pmatrix} 10 & 5 \\ 12 & 20 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -8 & -4 \\ -10 & -10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 & 5 \\ 12 & 20 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 8 & 4 \\ 10 & 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 10 \end{pmatrix}.$$

E que o mesmo ocorreria se fosse digitada matrizes onde algum dos elementos tem sinal negativo:

$$A + B = \begin{pmatrix} -10 & 5 \\ 12 & -10 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -8 & -4 \\ 10 & 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -18 & 1 \\ 22 & 0 \end{pmatrix}.$$

Caso o professor queira trabalhar a subtração de matrizes isoladamente da adição de matrizes, elaboramos também um código fonte para que o mesmo possa trabalhar as duas operações isoladamente.

Durante todas as etapas do processo, os estudantes são orientados pelo seu professor/pesquisador a fazer anotações sobre suas dúvidas, hipóteses, experimentações e descobertas em seu diário de bordo.

Com as observações, anotações, investigações e experimentações sobre o que ocasionou a movimentação do braço robótico e através de seus conhecimentos prévios de operações com números reais, os estudantes são capazes de construir o conhecimento de adição e subtração de matrizes;

A avaliação de todo o processo é feita continuamente, através da observação do professor/pesquisador sobre o andamento das experimentações e investigações dos estudantes, como também com as atividades e exercícios aplicados após a experimentação.

A matriz configurada inicialmente no Arduino serve de base para o seu funcionamento em todas as atividades aqui propostas.

Nesta etapa, recomendamos que o professor monte todo o experimento antes de entregar aos estudantes. No entanto, recomendamos também que após a atividade, o professor estimule os estudantes a investigarem e elaborarem a movimentação do braço mecânico com outras operações de matrizes (por exemplo, com o cálculo da matriz inversa).

A seguir, apresentamos o código fonte que deve ser digitado no *software* do Arduino e feito o carregamento para adição de matrizes. Após esta etapa, o Arduino está pronto para controlar o braço mecânico e assim, o professor poderá entregar o kit para os estudantes efetuarem as experimentações. Esta atividade fica ainda mais interessante quando os estudantes realizam em duplas ou trios, proporcionando assim o debate e outras experimentações entre os estudantes.

#### *Código-Fonte de Adição de Matrizes*

```
#include <Servo.h> //BIBLIOTECA DE FUNÇÕES COM MOTORES SERVOS
// DECLARAÇÃO DOS MOTORES USADOS NO PROJETO...
Servo servoa11;
Servo servoa12;
Servo servoa21;
Servo servoa22;
float provisorio = 0;
```

```

float tecla = 0;
float provisorio2 = 0;
float tecla2 = 0;
float provisorio3 = 0;
float tecla3 = 0;
float provisorio4 = 0;
float tecla4 = 0;
int posicao11 = 0;
int posicao12 = 0;
int posicao21 = 0;
int posicao22 = 0;
int opcao;
void direita(float valor) //FUNÇÃO RESPONSÁVEL POR GIRAR A BASE PARA A
DIREITA...
{
  servoa11.write(valor);
  delay(1300); //GIRA POR ATÉ ATINGIR UM ÂNGULO DE APROX.90 GRAUS E
PARA...
  //parado();
}
void setup() //FUNÇÃO ONDE SÃO ESPECIFICADAS AS CONFIGURAÇÕES DO
PROJETO...
{
  //ATRIBUIÇÃO DE PINOS PARA OS MOTORES
  servoa11.attach(10);
  servoa12.attach(11);
  servoa21.attach(12);
  servoa22.attach(13);
  Serial.begin(9600);
}
void loop()
{
  Serial.println("Digite a opcao no menu");
  Serial.println("1 - posição a11 base");
  Serial.println("2 - posição a12 altura");
  Serial.println("3 - posição a21 inclinação");
  Serial.println("4 - posição a22 garra");
  while (Serial.available() == 0) { }
  opcao = Serial.parseInt();
  switch (opcao) {
    case 1:{
      Serial.println("digite o valor da a11 (em graus)");
      while (Serial.available() == 0) { }
      delay (10000);
      tecla = Serial.parseFloat();
      float resultante = tecla + provisorio;
      if (resultante > 180) {
        resultante = 180;
      }
      if (resultante < 0) {
        resultante = 0;
      }
    }
  }
}

```

```
}
Serial.print("valor da a11: ");
Serial.println(resultante);
servoa11.write(resultante);
provisorio = resultante;
break;}
case 2:{
Serial.println("digite o valor do a12 (em graus)");
while (Serial.available() == 0) { }
delay (10000);
tecla2 = Serial.parseFloat();
float resultante2 = tecla2 + provisorio2;
if (resultante2 > 180) {
    resultante2 = 180;
}
if (resultante2 < 0) {
    resultante2 = 0;
}
Serial.print("valor do a12: ");
Serial.println(resultante2);
servoa12.write(resultante2);
provisorio2 = resultante2;
break;}
case 3:{
Serial.println("digite o valor de a21 (em graus)");
while (Serial.available() == 0) { }
delay (10000);
tecla3 = Serial.parseFloat();
float resultante3 = tecla3 + provisorio3;
if (resultante3 > 180) {
    resultante3 = 180;
}
if (resultante3 < 0) {
    resultante3 = 0;
}
Serial.print("valor da a21: ");
Serial.println(resultante3);
servoa21.write(resultante3);
provisorio3 = resultante3;
break;}
case 4:{
Serial.println("digite o valor de a22 (em graus)");
while (Serial.available() == 0) { }
delay (10000);
tecla4 = Serial.parseFloat();
float resultante4 = tecla4 + provisorio4;
if (resultante4 > 180) {
    resultante4 = 180;
}
if (resultante4 < 0) {
    resultante4 = 0;
}
```

```

    }
    Serial.print("valor de a22? ");
    Serial.println(resultante4);
    servoa22.write(resultante4);
    provisorio4 = resultante4;
    break;}
}
}
}

```

### A.2.2.2. Subtração de matrizes

Na atividade de adição de matrizes, já aplicou-se o conceito de subtração de matrizes, mas caso o professor queira trabalhá-lo separadamente, elaboramos uma atividade de subtração de matrizes.

Nesta atividade, o professor deve seguir os mesmos passos descritos na atividade anterior, desde a programação do Arduino até o início da aula.

A matriz inicial é  $A = \begin{pmatrix} 90 & 70 \\ 30 & 50 \end{pmatrix}$ , sendo que a matriz digitada posteriormente pelos estudantes será subtraída desta. Caso o professor queira ter outra matriz inicial, basta modificar as linhas de comando *float b11*, *b12*, *b21*, *b22* e inserir os valores que achar conveniente.

#### *Código-Fonte Subtração de Matrizes*

```

#include <Servo.h> //BIBLIOTECA DE FUNÇÕES COM MOTORES SERVOS
// DECLARAÇÃO DOS MOTORES USADOS NO PROJETO...
Servo servoa11;
Servo servoa12;
Servo servoa21;
Servo servoa22;
float b11 = 90;
float tecla = 0;
float b12 =70;
float tecla2 = 0;
float b21 = 30;
float tecla3 = 0;
float b22 = 50;
float tecla4 = 0;
int posicao11 = 0;
int posicao12 = 0;
int posicao21 = 0;
int posicao22 = 0;
int opcao;
void direita(float valor) //FUNÇÃO RESPONSÁVEL POR GIRAR A BASE PARA A DIREITA...

```

```

{
  servoa11.write(valor);
  delay(1300); //GIRA POR ATÉ ATINGIR UM ÂNGULO DE APROX.90 GRAUS E
  PARA...
  //parado();
}
void setup() //FUNÇÃO ONDE SÃO ESPECIFICADAS AS CONFIGURAÇÕES DO
PROJETO...
{
  //ATRIBUIÇÃO DE PINOS PARA OS MOTORES
  servoa11.attach(10);
  servoa12.attach(11);
  servoa21.attach(12);
  servoa22.attach(13);
  Serial.begin(9600);
}
void loop()
{
  Serial.println("Digite a opcao no menu");
  Serial.println("1 - posição a11 base");
  Serial.println("2 - posição a12 altura");
  Serial.println("3 - posição a21 inclinação");
  Serial.println("4 - posição a22 garra");
  while (Serial.available() == 0) { }
  opcao = Serial.parseInt();
  switch (opcao) {
    case 1:{
      Serial.println("digite o valor da a11 (em graus)");
      while (Serial.available() == 0) { }
      delay (10000);
      tecla = Serial.parseFloat();
      float resultante = b11 - tecla;
      if (resultante > 180) {
        resultante = 180;
      }
      if (resultante < 0) {
        resultante = 0;
      }
      Serial.print("valor da a11: ");
      Serial.println(resultante);
      servoa11.write(resultante);
      b11 = resultante;
      break;}
    case 2:{
      Serial.println("digite o valor do a12 (em graus)");
      while (Serial.available() == 0) { }
      delay (10000);
      tecla2 = Serial.parseFloat();
      float resultante2 = b12 - tecla2;
      if (resultante2 > 180) {
        resultante2 = 180;
      }
    }
  }
}

```

```

}
if (resultante2 < 0) {
    resultante2 = 0;
}
Serial.print("valor do a12: ");
Serial.println(resultante2);
servoa12.write(resultante2);
b12 = resultante2;
break;}
case 3:{
    Serial.println("digite o valor de a21 (em graus)");
    while (Serial.available() == 0) { }
    delay (10000);
    tecla3 = Serial.parseFloat();
    float resultante3 = b21 - tecla3;
    if (resultante3 > 180) {
        resultante3 = 180;
    }
    if (resultante3 < 0) {
        resultante3 = 0;
    }
    Serial.print("valor da a21: ");
    Serial.println(resultante3);
    servoa21.write(resultante3);
    b21 = resultante3;
    break;}
case 4:{
    Serial.println("digite o valor de a22 (em graus)");
    while (Serial.available() == 0) { }
    delay (10000);
    tecla4 = Serial.parseFloat();
    float resultante4 = b22 - tecla4;
    if (resultante4 > 180) {
        resultante4 = 180;
    }
    if (resultante4 < 0) {
        resultante4 = 0;
    }
    Serial.print("valor de a22? ");
    Serial.println(resultante4);
    servoa22.write(resultante4);
    b22 = resultante4;
    break;}
}
}

```

No caso da subtração de matrizes, o estudante já teve a iniciação feita através da adição de matrizes e/ou deve ser instruído a seguir os seguintes passos:

1) Através do teclado do computador o estudante deve inserir a primeira matriz:  $B = \begin{pmatrix} 10 & 5 \\ 12 & 20 \end{pmatrix}$ ,

2) Como já havia uma matriz inicial programada no Arduino, ele efetua a seguinte operação:

$\begin{pmatrix} 90 & 70 \\ 30 & 50 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 10 & 5 \\ 12 & 20 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 80 & 65 \\ 18 & 30 \end{pmatrix}$  e o braço robótico se movimenta para a seguinte posição:

A11 = A base gira  $10^\circ$  no sentido anti-horário e chega na posição  $80^\circ$

A12 = O braço desce  $5^\circ$  e chega na altura de  $65^\circ$

A21 = O braço recua  $12^\circ$  para frente e chega na posição  $18^\circ$

A22 = A garra se fecha  $20^\circ$  e chega na posição  $30^\circ$

Relembrando que toda a movimentação do braço é feita com base no modelo de matriz descrita no início da atividade de adição de matrizes.

O estudante deve concluir, através de discussões e experimentações, que o braço robótico prosseguiu o movimento de onde estava, resultando em um novo posicionamento do braço, uma vez que a matriz B foi subtraída da matriz A, previamente inserida no Arduino, resultando na matriz  $C = \begin{pmatrix} 80 & 65 \\ 18 & 30 \end{pmatrix}$ .

Durante todas as etapas do processo, os estudantes são orientados pelo seu professor/pesquisador a fazer anotações sobre suas dúvidas, hipóteses, experimentações e descobertas em seu diário de bordo.

Após esta experimentação inicial, o professor pode promover uma atividade lúdica, como por exemplo, pedir para que os estudantes coloquem objetos na mesa e que faça o braço robótico chegar até onde está o objeto e o agarre utilizando subtração de matrizes.

### **A.2.2.2. Multiplicação de escalar por matriz**

Nesta segunda etapa, o professor deve ensinar o conceito de multiplicação de um escalar por uma matriz. Para esta atividade, continuamos com o experimento de movimentação de um braço robótico (Fig. A.9). Abaixo, apresentamos o código-fonte para inserção no Arduino que multiplica uma matriz por um escalar.

*Código-Fonte Multiplicação de uma Matriz por um Escalar*

```

#include <Servo.h> //BIBLIOTECA DE FUNÇÕES COM MOTORES SERVOS
// DECLARAÇÃO DOS MOTORES USADOS NO PROJETO...
Servo servoa11;
Servo servoa12;
Servo servoa21;
Servo servoa22;
escalar = 0;
float provisorio = 180;
float tecla = 0;
float provisorio2 =180;
float tecla2 = 0;
float provisorio3 = 180;
float tecla3 = 0;
float provisorio4 = 180;
float tecla4 = 0;
int posicao11 = 0;
int posicao12 = 0;
int posicao21 = 0;
int posicao22 = 0;
int opcao;
void direita(float valor) //FUNÇÃO RESPONSÁVEL POR GIRAR A BASE PARA A
DIREITA...
{
  servoa11.write(valor);
  delay(1300); //GIRA POR ATÉ ATINGIR UM ÂNGULO DE APROX.90 GRAUS E
PARA...
  //parado();
}
void setup() //FUNÇÃO ONDE SÃO ESPECIFICADAS AS CONFIGURAÇÕES DO
PROJETO...
{
  //ATRIBUIÇÃO DE PINOS PARA OS MOTORES
  servoa11.attach(10);
  servoa12.attach(11);
  servoa21.attach(12);
  servoa22.attach(13);
  Serial.begin(9600);
}
void loop()
{
  Serial.println("Digite a opcao no menu");
  Serial.println("1 - posição a11 base");
  Serial.println("2 - posição a12 altura");
  Serial.println("3 - posição a21 inclinação");
  Serial.println("4 - posição a22 garra");
  Serial.println("5 - escalar");
  while (Serial.available() == 0) { }
  opcao = Serial.parseInt();
  switch (opcao) {
    case 5:{

```

```
Serial.println("digite o valor do escalar");
while (Serial.available() == 0) { }
delay (10000);
escalar = Serial.parseFloat();
Serial.print("valor do escalar: ");
Serial.println(escalar);
break;}
```

```
case 1:{
  Serial.println("digite o valor da a11 (em graus)");
  while (Serial.available() == 0) { }
  delay (10000);
  tecla = Serial.parseFloat();
  float resultante = escalar * tecla;
  if (resultante > 180) {
    resultante = 180;
  }
  if (resultante < 0) {
    resultante = 0;
  }
  Serial.print("valor da a11: ");
  Serial.println(resultante);
  servoa11.write(resultante);
  provisorio = resultante;
  break;}
```

```
case 2:{
  Serial.println("digite o valor do a12 (em graus)");
  while (Serial.available() == 0) { }
  delay (10000);
  tecla2 = Serial.parseFloat();
  float resultante2 = escalar * tecla2;
  if (resultante2 > 180) {
    resultante2 = 180;
  }
  if (resultante2 < 0) {
    resultante2 = 0;
  }
  Serial.print("valor do a12: ");
  Serial.println(resultante2);
  servoa12.write(resultante2);
  provisorio2 = resultante2;
  break;}
```

```
case 3:{
  Serial.println("digite o valor de a21 (em graus)");
  while (Serial.available() == 0) { }
  delay (10000);
  tecla3 = Serial.parseFloat();
  float resultante3 = escalar * tecla3;
  if (resultante3 > 180) {
    resultante3 = 180;
  }
}
```

```

if (resultante3 < 0) {
  resultante3 = 0;
}
Serial.print("valor da a21: ");
Serial.println(resultante3);
servoa21.write(resultante3);
provisorio3 = resultante3;
break;}
case 4:{
  Serial.println("digite o valor de a22 (em graus)");
  while (Serial.available() == 0) { }
  delay (10000);
  tecla4 = Serial.parseFloat();
  float resultante4 = escalar * tecla4;
  if (resultante4 > 180) {
    resultante4 = 180;
  }
  if (resultante4 < 0) {
    resultante4 = 0;
  }
  Serial.print("valor de a22? ");
  Serial.println(resultante4);
  servoa22.write(resultante4);
  provisorio4 = resultante4;
  break;}
}
}

```

Devemos lembrar que o professor já iniciou este conceito com os estudantes ao estimular a soma da mesma matriz algumas vezes, na atividade aberta sobre adição de matrizes. Neste momento, o professor pode questionar os estudantes sobre as investigações realizadas com o experimento de adição de matrizes e quais as conclusões em relação ao resultado dessa soma.

A partir do retorno dos estudantes sobre as hipóteses das investigações realizadas, o professor pode indicar os seguintes comandos:

- 1) Através do teclado do computador o estudante deve inserir o valor do escalar:  $x = 4$ , e anotar o ocorrido no monitor e na movimentação do braço robótico.
- 2) A seguir, o estudante deve inserir a matriz através do teclado:  $A = \begin{pmatrix} 8 & 21 \\ 13 & 10 \end{pmatrix}$ .
- 3) Após a inserção do escalar e da matriz A, no monitor aparecerá o resultado, como também a movimentação do braço robótico.
- 4) O estudante já realizou a experimentação de adição de matrizes e verificou como ocorre a multiplicação de uma matriz por um escalar e fica fácil de

conceituar esta operação e chegar ao resultado  $x.A = \begin{pmatrix} 32 & 84 \\ 52 & 40 \end{pmatrix}$ ,

movimentando o braço para a posição:

A11 = A base gira 32° no sentido horário, chegando na posição 32°

A12 = O braço sobe 84° e chega na altura de 84°

A21 = O braço avança 52° e chega na posição 52°

A22 = A garra se abre 40° e chega na posição 40°

Após esta experimentação inicial, o professor pode promover uma atividade lúdica, como por exemplo, pedir para que os estudantes coloquem objetos na mesa e que faça o braço robótico chegar até onde está o objeto e o agarre utilizando multiplicação por escalar.

### A.2.2.3 Multiplicação de Matrizes

Nesta segunda etapa, o professor deve ensinar o conceito de multiplicação de matrizes. Para esta atividade, continuamos com o experimento de movimentação de um braço robótico (Fig. A.9). Abaixo, apresentamos o código-fonte para inserção no Arduino que efetua a multiplicação de matrizes.

#### *Código-Fonte de Multiplicação de Matrizes*

```
#include <Servo.h> //BIBLIOTECA DE FUNÇÕES COM MOTORES SERVOS
// DECLARAÇÃO DOS MOTORES USADOS NO PROJETO...
Servo servoa11;
Servo servoa12;
Servo servoa21;
Servo servoa22;
float provisorio = 0;
float tecla = 0;
float provisorio2 = 0;
float tecla2 = 0;
float provisorio3 = 0;
float tecla3 = 0;
float provisorio4 = 0;
float tecla4 = 0;
float provisorio5 = 0;
float tecla5 = 0;
float provisorio6 = 0;
float tecla6 = 0;
float provisorio7 = 0;
float tecla7 = 0;
float provisorio8 = 0;
float tecla8 = 0;
int posicao11 = 0;
```

```

int posicao12 = 0;
int posicao21 = 0;
int posicao22 = 0;
int posicaob11 = 0;
int posicaob12 = 0;
int posicaob21 = 0;
int posicaob22 = 0;
int opcao;
void direita(float valor) //FUNÇÃO RESPONSÁVEL POR GIRAR A BASE PARA A
DIREITA...
{
  servoa11.write(valor);
  delay(1300); //GIRA POR ATÉ ATINGIR UM ÂNGULO DE APROX.90 GRAUS E
PARA...
  //parado();
}
void setup() //FUNÇÃO ONDE SÃO ESPECIFICADAS AS CONFIGURAÇÕES DO
PROJETO...
{
  //ATRIBUIÇÃO DE PINOS PARA OS MOTORES
  servoa11.attach(10);
  servoa12.attach(11);
  servoa21.attach(12);
  servoa22.attach(13);
  Serial.begin(9600);
}
void loop()
{
  Serial.println("Digite a opcao no menu");
  Serial.println("1 - posição a11 base");
  Serial.println("2 - posição a12 altura");
  Serial.println("3 - posição a21 inclinação");
  Serial.println("4 - posição a22 garra");
  Serial.println("5 - posição b11 base");
  Serial.println("6 - posição b12 altura");
  Serial.println("7 - posição b21 inclinação");
  Serial.println("8 - posição b22 garra");
  while (Serial.available() == 0) { }
  opcao = Serial.parseInt();
  switch (opcao) {
    case 1:{
      Serial.println("digite o valor da a11 (em graus)");
      while (Serial.available() == 0) { }
      delay (10000);
      tecla = Serial.parseFloat();
      Serial.print("valor da a11: ");
      Serial.println(tecla);
      break;}
    case 2:{
      Serial.println("digite o valor do a12 (em graus)");
      while (Serial.available() == 0) { }

```

```
    delay (10000);
    tecla2 = Serial.parseFloat();
    Serial.print("valor do a12: ");
    Serial.println(tecla2);
    break;}
case 3:{
    Serial.println("digite o valor de a21 (em graus)");
    while (Serial.available() == 0) { }
    delay (10000);
    tecla3 = Serial.parseFloat();
    Serial.print("valor da a21: ");
    Serial.println(tecla3);
    break;}
case 4:{
    Serial.println("digite o valor de a22 (em graus)");
    while (Serial.available() == 0) { }
    delay (10000);
    tecla4 = Serial.parseFloat();
    Serial.print("valor de a22? ");
    Serial.println(tecla4);
    break;}
case 5:{
Serial.println("digite o valor da b11 (em graus)");
    while (Serial.available() == 0) { }
    delay (10000);
    tecla5 = Serial.parseFloat();
    Serial.print("valor da b11: ");
    Serial.println(tecla5);
    break;}
case 6:{
    Serial.println("digite o valor do b12 (em graus)");
    while (Serial.available() == 0) { }
    delay (10000);
    tecla6 = Serial.parseFloat();
    Serial.print("valor do b12: ");
    Serial.println(tecla6);
    break;}
case 7:{
    Serial.println("digite o valor de b21 (em graus)");
    while (Serial.available() == 0) { }
    delay (10000);
    tecla7 = Serial.parseFloat();
    Serial.print("valor da b21: ");
    Serial.println(tecla7);
    break;}
case 8:{
    Serial.println("digite o valor de b22 (em graus)");
    while (Serial.available() == 0) { }
    delay (10000);
    tecla8 = Serial.parseFloat();
    Serial.print("valor de b22? ");
```

```

    Serial.println(tecla8);
    break;}
}
float resultante1 = (tecla1*tecla5) + (tecla2*tecla7);
float resultante2 = (tecla1*tecla6) + (tecla2*tecla8);
float resultante3 = (tecla3*tecla5) + (tecla3*tecla6);
float resultante4 = (tecla1*tecla5) + (tecla4*tecla8);
    Serial.print("valor de c11");
    Serial.println(resultante1);
    Servoa11.write(resultante1);
    Serial.print("valor de c12 ");
    Serial.println(resultante2);
    Servoa12.write(resultante2);
    Serial.print("valor de c21 ");
    Serial.println(resultante3);
    servoa22.write(resultante3);
    Serial.print("valor de c22");
    Serial.println(resultante4);
    servoa22.write(resultante4);
}

```

Nesta etapa, o professor pode solicitar aos estudantes que façam reflexões de como ocorreria à multiplicação de matrizes, elaborando as hipóteses de uma investigação matemática. A partir daí, o professor pode solicitar aos estudantes que experimentem as hipóteses a partir da movimentação do braço mecânico.

É possível que nesta etapa seja mais difícil que os estudantes deduzam a operação, no entanto, a experimentação é importante para que o estudante vivencie o teste de suas hipóteses.

Neste momento, o professor pode orientar os estudantes a digitar os seguintes comandos e anotar o ocorrido:

- 1) Através do teclado do computador o estudante deve inserir a primeira matriz:  $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ , e anotar o ocorrido no monitor e na movimentação do braço robótico.
- 2) A seguir, o estudante deve inserir a segunda matriz através do teclado:  $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$ .
- 3) Após a inserção das duas matrizes, no monitor aparecerá o resultado da operação, a matriz  $C = \begin{pmatrix} 14 & 13 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ , como também a movimentação do braço robótico para esta posição:
  - A11 = A base gira  $14^\circ$  no sentido horário, chegando na posição  $14^\circ$
  - A12 = O braço sobe  $13^\circ$  e chega na altura de  $13^\circ$
  - A21 = O braço avança  $2^\circ$  para frente e chega na posição  $2^\circ$

A22 = A garra se abre e chega na posição 1º

Como esta operação não é tão facilmente dedutível quanto às outras, o professor pode realizar duas diferentes intervenções: pedir para que os estudantes tentem deduzir a operação, instigando para que os mesmos trabalhem com operações entre linhas e colunas; ou para que eles pesquisem outras operações possíveis entre duas matrizes e realizem experimentos para verificar e demonstrar a operação.

O professor pode até sugerir que os estudantes partam do mesmo princípio da adição de matrizes, multiplicar elemento a elemento e anotar o que ocorre, e a partir daí, verificar que não é o fato ocorrido e assim, partir para novas hipóteses.

Uma outra sugestão é que os estudantes realizem experimentações utilizando multiplicações do tipo  $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ , depois  $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  e assim sucessivamente até concluir que na multiplicação de matrizes ocorre uma multiplicação de linhas por colunas.

Essas intervenções relacionam-se com a investigação matemática uma vez que tentar deduzir ou pesquisar as operações envolvidas entre os elementos das linhas e colunas das matrizes induz os estudantes a elaborarem hipóteses e prova-las através da experimentação, que vem a ser a prova do ocorrido.

Ao realizar a pesquisa ou deduzir o conceito de multiplicação de matrizes, os estudantes podem realizar novas inserções de matrizes, analisar a movimentação do braço, coletar os resultados, analisar e verificar se o ocorrido na experimentação condiz com os resultados conceituais realizados por eles, assim criando um ciclo de experimentação, investigação matemática e generalização do conceito aprendido.

Ao realizar a pesquisa ou deduzir o conceito de multiplicação de matrizes, os estudantes podem realizar novas inserções de matrizes, analisar a movimentação do braço, coletar os resultados, analisar e verificar se o ocorrido na experimentação condiz com os resultados conceituais realizados por eles, assim criando um ciclo de experimentação, investigação matemática e generalização do conceito aprendido.

### **A.3. SUGESTÃO DE AVALIAÇÃO**

Durante todas as etapas, o professor deve orientar os estudantes a anotar suas dúvidas, descobertas e conclusões em seu caderno.

A avaliação do aprendizado deve ser feita continuamente, durante todo o processo, através das observações e conclusões realizadas pelos estudantes durante

as experimentações, como também através de atividades e exercícios aplicados após as experimentações (exercícios de fixação, resolução de situações-problemas, entre outros). Estes últimos, por sua vez, terão como objetivo verificar se os estudantes conseguem transpor os conhecimentos obtidos nas atividades para outros contextos trazidos pelos exercícios, além de possíveis generalizações.

É importante nesta atividade que o professor observe a participação do estudante nas discussões e nas hipóteses elaboradas durante a investigação. A participação do estudante e a ação do professor como orientador da atividade são quesitos essenciais na aplicação deste roteiro.

#### A.4. REFERÊNCIAS

ARDUINO GENUINO. Disponível em: <[www.arduino.cc](http://www.arduino.cc)> Acesso em: 04 de jan. 2016

ARDUINO 3X3 LED MATRIX DISPLAY. Disponível em: <<http://basbrun.com>> Acesso em: 04 de jan. 2017

BLOG FILIPE FLOP. Disponível em: <http://blog.filipeflop.com> Acesso em: 04 de Janeiro de 2017

SILVA, Fábio Anderson de Assumpção. **Utilizando o Arduino como atividade aberta de investigação matemática para o ensino de conceitos de matrizes**. São Paulo, SP, 2017. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática), IFSP – Campus São Paulo, São Paulo, 2017..

VINITRÔNICA. Disponível em: [www.vinitronica.com.br](http://www.vinitronica.com.br). Acesso em: 04 de Janeiro de 2017;

## ANEXO A – CONCEITOS DE MATRIZES

A seguir, demonstramos os conceitos de matrizes e suas operações utilizadas e citadas neste trabalho, como também uma visão de Panciera e Ferreira (2006) de como contextualizar estes conceitos.

### MATRIZES

- **Definição:** Matriz  $m \times n$  é uma tabela de  $m \cdot n$  números reais dispostos em  $m$  linhas (filas horizontais) e  $n$  colunas (filas verticais). Exemplos:

$$1. A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & 4 & 2 \end{bmatrix} \text{ é uma matriz } 2 \times 3;$$

$$2. B = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \text{ é uma matriz } 2 \times 2;$$

$$3. C = \left\| \begin{array}{ccc} 3 & -2 & 5 \\ 1 & 0 & 2 \\ 0 & 4 & \sqrt{3} \\ \frac{1}{2} & -1 & -6 \end{array} \right\| \text{ é uma matriz } 4 \times 3.$$

Como podemos notar nos exemplos 1, 2 e 3 respectivamente, uma matriz pode ser representada por colchetes, parênteses ou duas barras verticais.

### Representação de uma matriz:

As matrizes costumam ser representadas por letras maiúsculas e seus elementos por letras minúsculas, acompanhadas de dois índices que indicam, respectivamente, a linha e a coluna ocupadas pelo elemento.

Exemplo: Uma matriz **A** do tipo  $m \times n$  é representada por:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

ou, abreviadamente,  $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ , onde  $i$  e  $j$  representam, respectivamente, a linha e a coluna que o elemento ocupa,  $\begin{cases} 1 \leq i \leq m \\ 1 \leq j \leq n \end{cases}$ .

Por exemplo, na matriz anterior,  $a_{23}$  é o elemento da segunda linha com o da terceira coluna.

**Exemplo 1:** Seja a matriz  $A = [a_{ij}]_{2 \times 2}$ , onde  $a_{ij} = 2i + j$ :

Genericamente, temos:  $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}_{2 \times 2}$ . Utilizando a regra de formação dos

elementos dessa matriz, temos:

$$a_{ij} = 2i + j$$

$$a_{11} = 2(1) + 1 = 3$$

$$a_{21} = 2(2) + 1 = 5$$

$$a_{12} = 2(1) + 2 = 4$$

$$a_{22} = 2(2) + 2 = 6$$

$$\text{Assim, } A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}.$$

### **Matrizes especiais:**

Matriz linha: É toda matriz do tipo  $1 \times n$ , isto é, com uma única linha.

$$\text{Ex: } A = (4 \quad 7 \quad -3 \quad 1)_{1 \times 4}.$$

Matriz coluna: É toda matriz do tipo  $n \times 1$ , isto é, com uma única coluna.

$$\text{Ex: } B = \begin{bmatrix} 4 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}_{3 \times 1}.$$

Matriz quadrada: É toda matriz do tipo  $n \times n$ , isto é, com o mesmo número de linhas e colunas. Neste caso, dizemos que a matriz é de ordem  $n$ .

$$\text{Ex: } C = \begin{pmatrix} 4 & 7 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}_{2 \times 2} \quad D = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 0 \\ 0 & \pi & \sqrt{3} \\ 2 & 7 & 3 \end{pmatrix}_{3 \times 3}$$

Matriz de ordem 2      Matriz de ordem 3

Seja A uma matriz quadrada de ordem n.

Diagonal principal de uma matriz quadrada é o conjunto de elementos dessa matriz, tais que  $i = j$ .

Diagonal secundária de uma matriz quadrada é o conjunto de elementos dessa matriz, tais que  $i + j = n + 1$ .

Exemplo:

$$A_3 = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 5 \\ 3 & 0 & -3 \\ 5 & 7 & -6 \end{pmatrix}$$

Descrição da matriz:

O subscrito 3 indica a ordem da matriz;

A diagonal principal é a diagonal formada pelos elementos  $-1$ ,  $0$  e  $-6$ ;

A diagonal secundária é a diagonal formada pelos elementos  $5$ ,  $0$  e  $5$ ;

$a_{11} = -1$  é elemento da diagonal principal, pois  $i = j = 1$ ;

$a_{31} = 5$  é elemento da diagonal secundária, pois  $i + j = n + 1 = 3 + 1$ .

Matriz nula: É toda matriz em que todos os elementos são nulos.

Notação:  $O_{m \times n}$

$$\text{Exemplo: } O_{2 \times 3} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Matriz diagonal: É toda matriz quadrada onde só os elementos da diagonal principal são diferentes de zero.

$$\text{Exemplo: } A_2 = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B_3 = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 7 \end{pmatrix}.$$

Matriz identidade: É toda matriz quadrada onde todos os elementos que não estão na diagonal principal são nulos e os da diagonal principal são iguais a 1.

Notação:  $I_n$  onde n indica a ordem da matriz identidade.

$$\text{Exemplo: } I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{ou: } I_n = [a_{ij}], \quad a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se } i = j \\ 0, & \text{se } i \neq j \end{cases}$$

Matriz transposta: Chamamos de matriz transposta de uma matriz A a matriz que é obtida a partir de A, trocando-se ordenadamente suas linhas por colunas ou suas colunas por linhas.

Notação:  $A^t$ .

$$\text{Exemplo: Se } A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 0 \\ -1 & -2 & 1 \end{bmatrix} \text{ então } A^t = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Desse modo, se a matriz A é do tipo m x n,  $A^t$  é do tipo n x m. Note que a primeira linha de A corresponde à primeira coluna de  $A^t$  e a segunda linha de A corresponde à segunda coluna de  $A^t$ .

Matriz simétrica: Uma matriz quadrada de ordem n é simétrica quando  $A = A^t$ .

OBS: Se  $A = -A^t$ , dizemos que a matriz A é anti-simétrica.

Exemplo: Se  $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \\ 1 & 4 & 5 \end{pmatrix}_{3 \times 3}$        $A^t = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \\ 1 & 4 & 5 \end{pmatrix}_{3 \times 3}$

Matriz oposta: Chamamos de matriz oposta de uma matriz A a matriz que é obtida a partir de A, trocando-se o sinal de todas os seus elementos.

Notação:  $-A$

Exemplo: Se  $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$  então  $-A = \begin{bmatrix} -3 & 0 \\ -4 & 1 \end{bmatrix}$

Igualdade de matrizes: Duas matrizes, A e B, do mesmo tipo  $m \times n$ , são iguais se, todos os elementos que ocupam a mesma posição são idênticos.

Notação:  $A = B$ .

Exemplo: Se  $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -1 & b \end{bmatrix}$   $B = \begin{bmatrix} 2 & c \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$  e  $A = B$ , então  $c = 0$  e  $b = 3$

Simbolicamente:  $A = B \Leftrightarrow a_{ij} = b_{ij}$  para todo  $1 \leq i \leq m$  e todo  $1 \leq j \leq n$ .

### **Adição de Matrizes:**

Dadas as matrizes  $A = [a_{ij}]_{m \times n}$  e  $B = [b_{ij}]_{m \times n}$ , chamamos de soma das matrizes A e B a matriz  $C = [c_{ij}]_{m \times n}$ , tal que  $c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$ , para todo  $1 \leq i \leq m$  e todo  $1 \leq j \leq n$ .

Notação:  $A + B = C$

OBS:  $A + B$  existe se, e somente se, A e B são do mesmo tipo ( $m \times n$ ).

Propriedades: A, B e C são matrizes do mesmo tipo ( $m \times n$ ), valem as seguintes propriedades:

Associativa:

$$\boxed{(A + B) + C = A + (B + C)}$$

Comutativa

$$A + B = B + A$$

Elemento Neutro

$$A + O = O + A = A$$

Onde O é a matriz nula  $m \times n$ .

Elemento Oposto

$$A + (-A) = (-A) + A = O$$

Exemplos:

$$1) \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+2 & 4+(-1) \\ 0+0 & 7+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 0 & 9 \end{bmatrix}$$

$$2) \begin{bmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2+3 & 3+1 & 0+1 \\ 0+1 & 1+(-1) & -1+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 4 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

### **Subtração de Matrizes:**

Dadas as matrizes  $A = [a_{ij}]_{m \times n}$  e  $B = [b_{ij}]_{m \times n}$ , chamamos de diferença entre as matrizes A e B a soma de A com a matriz oposta de B.

Notação:  $A - B = A + (-B)$

OBS:  $A + B$  existe se, e somente se, A e B são do mesmo tipo ( $m \times n$ ).

Exemplo:

$$1) \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 4 & -7 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 4 & -7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3-1 & 0-2 \\ 4+0 & -7+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 4 & -5 \end{bmatrix}$$

### **Multiplicação de um número real por uma matriz:**

Dados um número real  $x$  e uma matriz A do tipo  $m \times n$ , o produto de  $x$  por A é uma matriz do tipo  $m \times n$ , obtida pela multiplicação de cada elemento de A por  $x$ .

Notação:  $B = x.A$

OBS: Cada elemento  $b_{ij}$  de B é tal que  $b_{ij} = x_{a_{ij}}$

Propriedades: Sendo A e B matrizes do mesmo tipo (m x n) e x e y números reais quaisquer, valem as seguintes propriedades:

Associativa:

$$x.(y.A) = (x.y).A$$

Distributiva de um número real em relação a adição de matrizes:

$$x.(A+B) = x.A + x.B$$

Distributiva de uma matriz em relação a soma de dois números reais:

$$(x + y).A = x.A + y.A$$

Elemento Neutro:  $x.A = A$ , para  $x = 1$ , ou seja:

$$1.A = A$$

Exemplo:

$$1) 3 \cdot \begin{bmatrix} 2 & 7 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \cdot 2 & 3 \cdot 7 \\ 3 \cdot (-1) & 3 \cdot 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 21 \\ -3 & 0 \end{bmatrix}$$

### **Multiplicação de matrizes:**

O produto de uma matriz por outra não pode ser determinado através do produto dos seus respectivos elementos. A multiplicação de matrizes não é análoga à multiplicação de números reais.

Assim, o produto das matrizes  $A = [a_{ij}]_{m \times p}$  e  $B = [b_{ij}]_{p \times n}$  é a matriz  $C = [c_{ij}]_{m \times n}$ , onde cada elemento  $c_{ij}$  é obtido através da soma dos produtos dos elementos correspondentes da i-ésima linha de A pelos elementos da j-ésima coluna de B.

OBS: Elementos correspondentes de matrizes do mesmo tipo  $m \times n$ , são os elementos

que ocupam a mesma posição nas duas matrizes. Exemplo: Sejam  $A = \begin{bmatrix} 1 & 6 & 4 \\ 3 & 0 & 2 \end{bmatrix}$  e

$B = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 2 \\ 7 & 3 & 4 \end{bmatrix}$ . Os elementos  $a_{13} = 4$  e  $b_{13} = 2$  são elementos correspondentes.

#### Decorrência da definição:

A matriz produto  $A.B$  existe apenas se o número de colunas da primeira matriz (A) é igual ao número de linhas da segunda matriz (B).

Assim:  $A_{m \times p}$  e  $B_{p \times n} \Rightarrow (A.B)_{m \times n}$

Note que a matriz produto terá o número de linhas (m) do primeiro fator e o número de colunas (n) do segundo fator.

Exemplos:

Se  $A_{3 \times 2}$  e  $B_{2 \times 5} \Rightarrow (A.B)_{3 \times 5}$

Se  $A_{4 \times 1}$  e  $B_{2 \times 3} \Rightarrow$  que não existe produto

$A_{4 \times 2}$  e  $B_{2 \times 1} \Rightarrow (A.B)_{4 \times 1}$

Propriedades: Verificadas as condições de existência, para a multiplicação de matrizes são válidas as seguintes propriedades:

Associativa:

$$(A.B).C = A.(B.C)$$

Distributiva em relação à adição:

$$A.(B+C) = A.B + A.C$$

$$(A+B).C = A.C + B.C$$

Elemento Neutro:

$$\boxed{A \cdot I_n = I_n \cdot A = A}$$

onde  $I_n$  é a matriz identidade de ordem  $n$ .

Atenção: Não valem as seguintes propriedades:

Comutativa, pois, em geral,  $A \cdot B \neq B \cdot A$

Sendo  $O_{m \times n}$  uma matriz nula,  $A \cdot B = O_{m \times n}$  não implica, necessariamente, que  $A = O_{m \times n}$  ou  $B = O_{m \times n}$ .

Exemplos:

1) Sendo  $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$  e  $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ , vamos determinar  $A \cdot B$  e  $B \cdot A$  e comparar os resultados

Solução:

$$A \cdot B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$a_{11} = 1^{\text{a}} \text{ linha e } 1^{\text{a}} \text{ coluna} = 2 \cdot 1 + 3 \cdot 3 = 2 + 9 = 11$$

$$a_{12} = 1^{\text{a}} \text{ linha e } 2^{\text{a}} \text{ coluna} = 2 \cdot 2 + 3 \cdot 4 = 4 + 12 = 16$$

$$a_{21} = 2^{\text{a}} \text{ linha e } 1^{\text{a}} \text{ coluna} = 4 \cdot 1 + 1 \cdot 3 = 4 + 3 = 7$$

$$a_{22} = 2^{\text{a}} \text{ linha e } 2^{\text{a}} \text{ coluna} = 4 \cdot 2 + 1 \cdot 4 = 8 + 4 = 12$$

Assim:

$$A \cdot B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}_{2 \times 2} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} 2 \cdot 1 + 3 \cdot 3 & 2 \cdot 2 + 3 \cdot 4 \\ 4 \cdot 1 + 1 \cdot 3 & 4 \cdot 2 + 1 \cdot 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 + 9 & 4 + 12 \\ 4 + 3 & 8 + 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11 & 16 \\ 7 & 12 \end{bmatrix}_{2 \times 2}$$

$$B \cdot A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}_{2 \times 2} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} 1 \cdot 2 + 2 \cdot 4 & 1 \cdot 3 + 2 \cdot 1 \\ 3 \cdot 2 + 4 \cdot 4 & 3 \cdot 3 + 4 \cdot 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 + 8 & 3 + 2 \\ 6 + 16 & 9 + 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & 5 \\ 22 & 13 \end{bmatrix}_{2 \times 2}$$

Comparando os resultados, observamos que  $A.B \neq B.A$ , ou seja, a propriedade comutativa para multiplicação de matrizes não vale.

$$\text{Seja } A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 1 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}_{3 \times 2} \text{ e } B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 0 & 4 \end{bmatrix}_{2 \times 3}, \text{ determine:}$$

A.B

B.A

Solução:

$$\begin{aligned} \text{a) } A.B &= \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 1 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}_{3 \times 2} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 0 & 4 \end{bmatrix}_{2 \times 3} = \begin{bmatrix} 2.1+3.(-2) & 2.2+3.0 & 2.3+3.4 \\ 0.1+1.(-2) & 0.2+1.0 & 0.3+1.4 \\ -1.1+4.(-2) & -1.2+4.0 & -1.3+4.4 \end{bmatrix}_{3 \times 3} = \\ &= \begin{bmatrix} 2+(-6) & 4+0 & 6+12 \\ 0+(-2) & 0+0 & 0+4 \\ -1+(-8) & -2+0 & -3+16 \end{bmatrix}_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} -4 & 4 & 18 \\ -2 & 0 & 4 \\ -9 & -2 & 13 \end{bmatrix}_{3 \times 3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } B.A &= \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 0 & 4 \end{bmatrix}_{2 \times 3} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 1 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}_{3 \times 2} = \begin{bmatrix} 1.2+2.0+3.(-1) & 1.(3)+2.(1)+3.(4) \\ -2.(2)+0.(0)+4.(-1) & -2.(3)+0.(1)+4.4 \end{bmatrix}_{2 \times 2} = \\ &= \begin{bmatrix} 2+0+(-3) & 3+2+12 \\ -4+0+(-4) & -6+0+16 \end{bmatrix}_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} -1 & 17 \\ -8 & 10 \end{bmatrix}_{2 \times 2} \end{aligned}$$

Conclusão: Verificamos que  $A.B \neq B.A$

### **Matriz Inversa:**

Dada uma matriz A, quadrada, de ordem n, se existir uma matriz  $A^{-1}$ , de mesma ordem, tal que  $A.A^{-1} = A^{-1}.A = I_n$ , então  $A^{-1}$  é matriz inversa de A. (Em outras palavras: Se A.

$A^{-1} = A^{-1}.A = I_n$ , isto implica que  $A^{-1}$  é a matriz inversa de A, e é indicada por  $A^{-1}$ ).

Notação:  $A^{-1}$

Exemplo: Sendo  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}_{2 \times 2}$ , vamos determinar a matriz inversa de A, se existir.

Solução:

Existindo, a matriz inversa é de mesma ordem de A.

Como, para que exista inversa, é necessário que  $A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = I_n$ , vamos trabalhar em duas etapas:

1º Passo: Impomos a condição de que  $A \cdot A^{-1} = I_n$  e determinamos  $A^{-1}$ :

$$A^{-1} = I_n \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}_{2 \times 2} \cdot \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}_{2 \times 2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 1.a + 2.c & 1.b + 2.d \\ -2.a + 1.c & -2.b + 1.d \end{bmatrix}_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}_{2 \times 2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} a + 2c & b + 2d \\ -2a + c & -2b + d \end{bmatrix}_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}_{2 \times 2}$$

A partir da igualdade de matrizes, resolvemos o sistema acima pelo método da adição e chegamos à:

$$\begin{cases} a + 2c = 1 & (-2) \\ -2a + c = 0 & \downarrow \oplus \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a + 4c = 2 \\ -2a + c = 0 \\ \hline 5c = 2 \Rightarrow c = \frac{2}{5} \end{cases}$$

$$-2a + c = 0$$

$$-2a + \frac{2}{5} = 0 \Rightarrow a = \frac{1}{5}$$

$$\begin{cases} b + 2d = 0 \quad (-2) \\ -2b + d = 1 \quad \swarrow \oplus \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2b + 4d = 0 \\ -2b + d = 1 \\ \hline 5d = 1 \Rightarrow d = \frac{1}{5} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} -2b + d &= 1 \\ -2b + \frac{1}{5} &= 1 \Rightarrow b = -\frac{2}{5} \end{aligned}$$

Assim temos:

$$A' = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} \frac{1}{5} & -\frac{2}{5} \\ \frac{2}{5} & \frac{1}{5} \end{bmatrix}_{2 \times 2}$$

2º Passo: Verificamos se  $A' A = I_2$ :

$$\begin{aligned} A' \cdot A &= \begin{bmatrix} \frac{1}{5} & -\frac{2}{5} \\ \frac{2}{5} & \frac{1}{5} \end{bmatrix}_{2 \times 2} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}_{2 \times 2} = \\ &= \begin{bmatrix} \frac{1}{5} \cdot 1 + (-\frac{2}{5}) \cdot (-2) & \frac{1}{5} \cdot 2 + (-\frac{2}{5}) \cdot 1 \\ \frac{2}{5} \cdot 1 + \frac{1}{5} \cdot (-2) & \frac{2}{5} \cdot 2 + \frac{1}{5} \cdot 1 \end{bmatrix}_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} \frac{1}{5} + \frac{4}{5} & \frac{2}{5} - \frac{2}{5} \\ \frac{2}{5} - \frac{2}{5} & \frac{4}{5} + \frac{1}{5} \end{bmatrix}_{2 \times 2} = \\ &= \begin{bmatrix} \frac{5}{5} & 0 \\ 0 & \frac{5}{5} \end{bmatrix}_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I_2 \end{aligned}$$

Portanto temos uma matriz  $A'$ , tal que:  $A \cdot A' = A' \cdot A = I_2$

Logo,  $A'$  é inversa de  $A$  e pode ser representada por:

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{5} & -\frac{2}{5} \\ \frac{2}{5} & \frac{1}{5} \end{bmatrix}_{2 \times 2}.$$

Nesta etapa do trabalho, vimos a parte conceitual de Matrizes e como ela é apresentada no ensino médio.

Pancierera e Ferreira (2006) mostram como a modelagem matemática pode ser aplicada no ensino de Matrizes e afirmam:

A Modelagem Matemática como uma metodologia de ensino, vem ao encontro da nova visão de Educação Matemática, que valoriza não apenas adquirir conhecimentos, mas o desenvolvimento de capacidades, atitudes e valores, relacionando a Matemática com o mundo real (PANCIERA e FERREIRA, 2006, pag. 02).

Neste trabalho, ela desenvolveu situações-problemas envolvendo o estudo de matrizes para os estudantes do ensino médio com a preocupação de fornecer conteúdo contextualizado e interdisciplinar.

Uma das situações problemas desenvolvidas nesta pesquisa foi como mostrar ao estudante uma abordagem de matrizes, utilizando a modelagem matemática associada a educação física, buscando uma melhoria na qualidade de vida desses adolescentes, estimulando-os também, a atividade física.

Com isso, Panciera e Ferreira (2006) introduzem a matéria de forma contextualizada, de uma forma que estimule o estudante a aprender e o estimule a mudar sua realidade, instruindo-o de forma adequada e lhe dando parâmetros de comportamento para uma vida saudável e sadia, mostrando que a matemática modifica a realidade.

#### *Situação-Problema 1:*

Fernando é um estudante que pesa 73 quilos. Ela quer perder peso por meio de um programa de dieta e de exercícios. Após consultar o quadro a seguir, ele montou o programa de exercícios do quadro a seguir. Quantas calorias ele vai queimar por dia se seguir esse programa?

Quadro A.1 – Horas por dia para cada atividade.

Peso	Caminhar a 3Km/h	Correr a 9Km/h	Andar de bicicleta a 9Km/h	Jogar futebol
69	213	651	304	420
73	225	688	321	441
77	237	726	338	468
81	249	764	356	492

Fonte: Extraído de Panciera e Ferreira (2006, pag. 03).

Suponhamos um acompanhamento deste estudante através de um programa de exercícios ao longo da semana, conforme quadro a seguir.

Quadro A.2 – Programa de Exercícios.

	Caminhar	Correr	Andar de bicicleta	Jogar futebol
Segunda-feira	1,0	0,0	1,0	0,0
Terça-feira	0,0	0,0	0,0	2,0
Quarta-feira	0,4	0,5	0,0	0,0
Quinta-feira	0,0	0,0	0,5	2,0
Sexta-feira	0,4	0,5	0,0	0,0

Fonte: Extraído de Panciera e Ferreira (2006, pag. 04).

Após este levantamento vamos cruzar as informações: As informações do estudante Fernando estão localizadas no Quadro A.1, segunda linha. Essa informação pode ser representada por uma matriz  $X$   $4 \times 1$  e as do Quadro A.2, através de uma matriz  $A$   $5 \times 4$ .

Então, por meio destas informações podemos dizer quantas calorias Fernando vai queimar após cada dia de exercício físico, simplesmente calculando  $A \cdot X$ :

$$\begin{pmatrix} 1,0 & 0,0 & 1,0 & 0,0 \\ 0,0 & 0,0 & 0,0 & 2,0 \\ 0,4 & 0,5 & 0,0 & 0,0 \\ 0,0 & 0,0 & 0,5 & 2,0 \\ 0,4 & 0,5 & 0,0 & 0,0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 225 \\ 688 \\ 321 \\ 441 \end{pmatrix}$$

Se formarmos o produto  $AX$ , a primeira linha de  $A \cdot X$  vai representar as calorias que ele vai queimar na *segunda-feira*:

$$1,0 \cdot 225 + 0,0 \cdot 688 + 1,0 \cdot 321 + 0,0 \cdot 441 = 546$$

O produto da segunda linha de  $A \cdot X$  representam as calorias para *terça-feira*:

$$0,0 \cdot 225 + 0,0 \cdot 688 + 0,0 \cdot 321 + 2,0 \cdot 441 = 882$$

O produto da terceira linha de  $A \cdot X$  representam as calorias para *quarta-feira*:

$$0,4 \cdot 225 + 0,5 \cdot 688 + 0,0 \cdot 321 + 0,0 \cdot 441 = 434$$

O produto da quarta linha de  $A \cdot X$  representam as calorias para *quinta-feira*:

$$0,0 \cdot 225 + 0,0 \cdot 688 + 0,5 \cdot 321 + 2,0 \cdot 441 = 1042,5$$

O produto da quinta linha de  $A \cdot X$  representam as calorias para *sexta-feira*:

$$0,4 \cdot 225 + 0,5 \cdot 688 + 0,0 \cdot 321 + 0,0 \cdot 441 = 434$$

A matriz  $A$  é de ordem  $5 \times 4$ , e a matriz  $X$  é de ordem  $4 \times 1$  e a matriz-produto  $A \cdot X$  é de ordem  $5 \times 1$ .

$$A_{m \times n} \cdot X_{n \times p} = AX_{m \times p}$$

$$A \cdot X = \begin{pmatrix} 546 \\ 882 \\ 434 \\ 1042,5 \\ 434 \end{pmatrix}$$

Podemos, então perceber que a multiplicação de duas matrizes somente é possível se o número de colunas da primeira for o mesmo que o número de linhas da segunda.

Logo, Fernando vai queimar 546 calorias na segunda-feira, 882 calorias na terça-feira, 434 calorias na quarta-feira, 1042,5 calorias na quinta-feira e 434 calorias na sexta-feira com este programa de dieta e exercícios.



## ANEXO B – TRANSCRIÇÃO DA ENTREVISTA SEMIESTRUTURADA

Esta pesquisa foi submetida ao Comitê de Ética em Pesquisa da Plataforma Brasil e aprovado através do parecer CAAE: 51528715.0.0000.5473.

Abaixo apresentamos a transcrição de todas as questões e respostas dadas pelos estudantes e os resultados do gráfico em nuvens para as questões com 8 respostas.

a) Quais foram os conceitos aprendidos nesta simulação? Descreva-os.

A1: Posição dos elementos dentro de uma matriz e soma de matrizes

A2: Os conceitos forma sobre linha e coluna, posicionamento dos elementos, quais elementos pertencem as diagonais: principal e secundária, soma de matrizes e matriz quadrada.

A3: Linha e Coluna, soma de matrizes

A4: Aprendemos a programar os led's para acender identificando por linhas e colunas, e pelas diagonal principal e secundária e a soma de matrizes

A5: Aprendi os conceitos de matriz e que ela é dividida em linhas e colunas e que existem nelas diagonal principal e secundária e a soma de matrizes

A6: Aprendemos os conceitos básicos de matrizes, tais como sua estrutura, etc, utilizando linha e colunas. No final da aula aprendemos soma de matrizes.

A7: Os conceitos forma sobre linha e coluna, posicionamento dos elementos, quais elementos pertencem as diagonais: principal e secundária, matriz quadrada e soma de matrizes

A8: Aprendemos os conceitos de matrizes e suas posições, assim como adição de matrizes e algumas de suas utilizações



Figura B.1 – Gráfico em nuvem da questão 1.

b) Utilizando a matriz abaixo, responda as próximas questões:

$$\begin{bmatrix} 4 & 2 & -3 \\ 0 & -1 & 6 \\ 7 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

- 2) Qual é o valor numérico que está na posição 1x3? Como você chegou a este resultado?
- A1: valor - 3, pois no comando 1x3, o 1 é a linha e o 3 é a coluna  
A2: -3, pois 1 é a linha e o 3 é a coluna  
A3: valor - 3, pois 1x3, o 1 é a linha e o 3 é a coluna  
A4: -3, por que ele está na linha 1 e coluna 3  
A5: O valor posicionado ali é o - 3, pois ele está posicionado na linha 1 e na coluna 3 (1x3)  
A6: -3, pois 1 é a linha e o 3 é a coluna  
A7: valor - 3, pois no comando 1x3, o 1 é a linha e o 3 é a coluna  
A8: -3, pois 1 é a linha e o 3 é a coluna
- 3) Quais são os valores numéricos que estão na linha 2? Como você chegou a este resultado?
- A1: 0, -1, 6 , olhando a linha 2  
A2: 0, -1, 6 , olhando os elementos que estão na linha 2  
A3: 0, -1, 6 . por que são os números os números da linha 2  
A4: 0, -1, 6  
A5: Os valores são 0, -1, 6  
A6: 0, -1, 6  
A7: 0, -1, 6  
A8: 0, -1, 6
- 4) Quais são os valores numéricos da coluna 3? Como você chegou a este resultado?
- A1: -3, 6, 5, olhando a coluna 3  
A2: -3, 6, 5, pela coluna 3  
A3: -3, 6, 5, esses são os da terceira coluna  
A4: -3, 6, 5  
A5: Os valores são -3, 6, 5  
A6: -3, 6, 5  
A7: -3, 6, 5  
A8: -3, 6, 5
- 5) Quais são os valores que estão na diagonal principal? Como você chegou a este resultado?
- A1: 4, -1, 5  
A2: 4, -1, 5, olhando onde se posiciona os elementos  
A3: 4, -1, 5, a diagonal principal vai da esquerda para a direita  
A4: 4, -1, 5, são eles que estão dispostos na diagonal principal  
A5: Os valores são 4, -1, 5  
A6: 4, -1, 5  
A7: 4, -1, 5  
A8: 4, -1, 5









A4: “Quando digitei o segundo comando a12, já percebi que o primeiro número correspondia a linha e segundo número correspondia a coluna de uma matriz”.

j) Como se deu o movimento do braço mecânico?

A1: “Percebi que os valores digitados na matriz A geravam os movimentos dos servos motores e ficavam armazenados na memória do Arduino e quando eram digitados os valores da matriz B, estes eram somados a matriz A e geravam o novo movimento a partir de onde haviam parado. Isso mostra que os valores eram somados”.

**ANEXO C – CÓDIGO FONTE ARDUINO****Matriz de Led Arduino 3X3**

```
int ledPin2 = 2;
int ledPin3 = 3;
int ledPin4 = 4;
int ledPin5 = 5;
int ledPin6 = 6;
int ledPin7 = 7;
int ledPin8 = 8;
int ledPin9 = 9;
int ledPin10 = 10;
String a11 = "a11";
String a12 = "a12";
String a13 = "a13";
String a21 = "a21";
String a22 = "a22";
String a23 = "a23";
String a31 = "a31";
String a32 = "a32";
String a33 = "a33";
String dip = "dip";
String dis = "dis";
String rst = "rst";
String str;
char c;
char matriz[20];
int x=0;
void setup()
{
  Serial.begin(9600);
  pinMode(ledPin2, OUTPUT);
  pinMode(ledPin3, OUTPUT);
  pinMode(ledPin4, OUTPUT);
  pinMode(ledPin5, OUTPUT);
  pinMode(ledPin6, OUTPUT);
  pinMode(ledPin7, OUTPUT);
  pinMode(ledPin8, OUTPUT);
  pinMode(ledPin9, OUTPUT);
  pinMode(ledPin10, OUTPUT);
}
void loop()
{
  if(Serial.available())
  {
    do{
      c=Serial.read();
      matriz[x]=c;
      Serial.print(matriz[x],DEC);
      x++;
    }
```

```
delay(1); //Delay para o Arduino não perder o dado da Serial
}while(c!='\n');
matriz[x-1]='\0';
Serial.print(matriz);
str=matriz;
if (str==a11)
{
    digitalWrite(ledPin2, HIGH);
}
else
    if(str==a12)
    {
        digitalWrite(ledPin3, HIGH);
    }
    else
        if(str==a13)
        {
            digitalWrite(ledPin4, HIGH);
        }
        else
            if(str==a21)
            {
                digitalWrite(ledPin5, HIGH);
            }
            else
                if(str==a22)
                {
                    digitalWrite(ledPin6, HIGH);
                }
                else
                    if(str==a23)
                    {
                        digitalWrite(ledPin7, HIGH);
                    }
                    else
                        if(str==a31)
                        {
                            digitalWrite(ledPin8, HIGH);
                        }
                        else
                            if(str==a32)
                            {
                                digitalWrite(ledPin9, HIGH);
                            }
                            else
                                if(str==a33)
                                {
                                    digitalWrite(ledPin10, HIGH);
                                }
                                else
                                    if(str==dip)
```

```

    {
        digitalWrite(ledPin2, HIGH);
        digitalWrite(ledPin6, HIGH);
        digitalWrite(ledPin10, HIGH);
    }
else
    if(str==dis)
    {
        digitalWrite(ledPin4, HIGH);
        digitalWrite(ledPin6, HIGH);
        digitalWrite(ledPin8, HIGH);
    }
else
    if(str==rst)
    {
        digitalWrite(ledPin2, LOW);
        digitalWrite(ledPin3, LOW);
        digitalWrite(ledPin4, LOW);
        digitalWrite(ledPin5, LOW);
        digitalWrite(ledPin6, LOW);
        digitalWrite(ledPin7, LOW);
        digitalWrite(ledPin8, LOW);
        digitalWrite(ledPin9, LOW);
        digitalWrite(ledPin10, LOW);
    }
delay(100);
x=0;
}
}

```

### Braço Robótico Arduino – Adição de Matrizes

```

#include <Servo.h> //BIBLIOTECA DE FUNÇÕES COM MOTORES SERVOS
// DECLARAÇÃO DOS MOTORES USADOS NO PROJETO...
Servo servoa11;
Servo servoa12;
Servo servoa21;
Servo servoa22;
float provisorio = 0;
float tecla = 0;
float provisorio2 = 0;
float tecla2 = 0;
float provisorio3 = 0;
float tecla3 = 0;
float provisorio4 = 0;
float tecla4 = 0;
int posicao11 = 0;
int posicao12 = 0;
int posicao21 = 0;
int posicao22 = 0;
int opcao;

```

```

void direita(float valor) //FUNÇÃO RESPONSÁVEL POR GIRAR A BASE PARA A
DIREITA...
{
  servoa11.write(valor);
  delay(1300); //GIRA POR ATÉ ATINGIR UM ÂNGULO DE APROX.90 GRAUS E
PARA...
  //parado();
}
void setup() //FUNÇÃO ONDE SÃO ESPECIFICADAS AS CONFIGURAÇÕES DO
PROJETO...
{
  //ATRIBUIÇÃO DE PINOS PARA OS MOTORES
  servoa11.attach(10);
  servoa12.attach(11);
  servoa21.attach(12);
  servoa22.attach(13);
  Serial.begin(9600);
}
void loop()
{
  Serial.println("Digite a opcao no menu");
  Serial.println("1 - posição a11 base");
  Serial.println("2 - posição a12 altura");
  Serial.println("3 - posição a21 inclinação");
  Serial.println("4 - posição a22 garra");
  while (Serial.available() == 0) { }
  opcao = Serial.parseInt();
  switch (opcao) {
    case 1:{
      Serial.println("digite o valor da a11 (em graus)");
      while (Serial.available() == 0) { }
      delay (10000);
      tecla = Serial.parseFloat();
      float resultante = tecla + provisorio;
      if (resultante > 180) {
        resultante = 180;
      }
      if (resultante < 0) {
        resultante = 0;
      }
      Serial.print("valor da a11: ");
      Serial.println(resultante);
      servoa11.write(resultante);
      provisorio = resultante;
      break;}
    case 2:{
      Serial.println("digite o valor do a12 (em graus)");
      while (Serial.available() == 0) { }
      delay (10000);
      tecla2 = Serial.parseFloat();
      float resultante2 = tecla2 + provisorio2;

```

```
    if (resultante2 > 180) {
        resultante2 = 180;
    }
    if (resultante2 < 0) {
        resultante2 = 0;
    }
    Serial.print("valor do a12: ");
    Serial.println(resultante2);
    servoa12.write(resultante2);
    provisorio2 = resultante2;
    break;}
case 3:{
    Serial.println("digite o valor de a21 (em graus)");
    while (Serial.available() == 0) { }
    delay (10000);
    tecla3 = Serial.parseFloat();
    float resultante3 = tecla3 + provisorio3;
    if (resultante3 > 180) {
        resultante3 = 180;
    }
    if (resultante3 < 0) {
        resultante3 = 0;
    }
    Serial.print("valor da a21: ");
    Serial.println(resultante3);
    servoa21.write(resultante3);
    provisorio3 = resultante3;
    break;}
case 4:{
    Serial.println("digite o valor de a22 (em graus)");
    while (Serial.available() == 0) { }
    delay (10000);
    tecla4 = Serial.parseFloat();
    float resultante4 = tecla4 + provisorio4;
    if (resultante4 > 180) {
        resultante4 = 180;
    }
    if (resultante4 < 0) {
        resultante4 = 0;
    }
    Serial.print("valor de a22? ");
    Serial.println(resultante4);
    servoa22.write(resultante4);
    provisorio4 = resultante4;
    break;}
}
```

### Braço Robótico Arduino – Subtração de Matrizes

Nesta etapa da atividade, o estudante estará mais familiarizado com o Arduino e com a linguagem de programação, e por isso, ele pode incluir a primeira matriz  $B =$

$\begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix}$  nas suas respectivas variáveis dentro do programa.

```
#include <Servo.h> //BIBLIOTECA DE FUNÇÕES COM MOTORES SERVOS
// DECLARAÇÃO DOS MOTORES USADOS NO PROJETO...
Servo servoa11;
Servo servoa12;
Servo servoa21;
Servo servoa22;
float b11 = ;
float tecla = 0;
float b12 =;
float tecla2 = 0;
float b21 = ;
float tecla3 = 0;
float b22 = ;
float tecla4 = 0;
int posicao11 = 0;
int posicao12 = 0;
int posicao21 = 0;
int posicao22 = 0;
int opcao;
void direita(float valor) //FUNÇÃO RESPONSÁVEL POR GIRAR A BASE PARA A
DIREITA...
{
  servoa11.write(valor);
  delay(1300); //GIRA POR ATÉ ATINGIR UM ÂNGULO DE APROX.90 GRAUS E
  PARA...
  //parado();
}
void setup() //FUNÇÃO ONDE SÃO ESPECIFICADAS AS CONFIGURAÇÕES DO
PROJETO...
{
  //ATRIBUIÇÃO DE PINOS PARA OS MOTORES
  servoa11.attach(10);
  servoa12.attach(11);
  servoa21.attach(12);
  servoa22.attach(13);
  Serial.begin(9600);
}
void loop()
{
  Serial.println("Digite a opcao no menu");
  Serial.println("1 - posição a11 base");
  Serial.println("2 - posição a12 altura");
  Serial.println("3 - posição a21 inclinação");
  Serial.println("4 - posição a22 garra");
```

```
while (Serial.available() == 0) { }
opcao = Serial.parseInt();
switch (opcao) {
  case 1:{
    Serial.println("digite o valor da a11 (em graus)");
    while (Serial.available() == 0) { }
    delay (10000);
    tecla = Serial.parseFloat();
    float resultante = b11 - tecla;
    if (resultante > 180) {
      resultante = 180;
    }
    if (resultante < 0) {
      resultante = 0;
    }
    Serial.print("valor da a11: ");
    Serial.println(resultante);
    servoa11.write(resultante);
    b11 = resultante;
    break;}
  case 2:{
    Serial.println("digite o valor do a12 (em graus)");
    while (Serial.available() == 0) { }
    delay (10000);
    tecla2 = Serial.parseFloat();
    float resultante2 = b12 - tecla2;
    if (resultante2 > 180) {
      resultante2 = 180;
    }
    if (resultante2 < 0) {
      resultante2 = 0;
    }
    Serial.print("valor do a12: ");
    Serial.println(resultante2);
    servoa12.write(resultante2);
    b12 = resultante2;
    break;}
  case 3:{
    Serial.println("digite o valor de a21 (em graus)");
    while (Serial.available() == 0) { }
    delay (10000);
    tecla3 = Serial.parseFloat();
    float resultante3 = b21 - tecla3;
    if (resultante3 > 180) {
      resultante3 = 180;
    }
    if (resultante3 < 0) {
      resultante3 = 0;
    }
    Serial.print("valor da a21: ");
    Serial.println(resultante3);
```

```

servoa21.write(resultante3);
b21 = resultante3;
break;}
case 4:{
  Serial.println("digite o valor de a22 (em graus)");
  while (Serial.available() == 0) { }
  delay (10000);
  tecla4 = Serial.parseFloat();
  float resultante4 = b22 - tecla4;
  if (resultante4 > 180) {
    resultante4 = 180;
  }
  if (resultante4 < 0) {
    resultante4 = 0;
  }
  Serial.print("valor de a22? ");
  Serial.println(resultante4);
  servoa22.write(resultante4);
  b22 = resultante4;
  break;}
}
}

```

### Braço Robótico Arduino – Multiplicação de Matrizes por escalar

```

#include <Servo.h> //BIBLIOTECA DE FUNÇÕES COM MOTORES SERVOS
// DECLARAÇÃO DOS MOTORES USADOS NO PROJETO...
Servo servoa11;
Servo servoa12;
Servo servoa21;
Servo servoa22;
escalar = 0;
float provisorio = 180;
float tecla = 0;
float provisorio2 =180;
float tecla2 = 0;
float provisorio3 = 180;
float tecla3 = 0;
float provisorio4 = 180;
float tecla4 = 0;
int posicao11 = 0;
int posicao12 = 0;
int posicao21 = 0;
int posicao22 = 0;
int opcao;
void direita(float valor) //FUNÇÃO RESPONSÁVEL POR GIRAR A BASE PARA A
DIREITA...
{
  servoa11.write(valor);

```

```

delay(1300); //GIRA POR ATÉ ATINGIR UM ÂNGULO DE APROX.90 GRAUS E
PARA...
//parado();
}
void setup() //FUNÇÃO ONDE SÃO ESPECIFICADAS AS CONFIGURAÇÕES DO
PROJETO...
{
//ATRIBUIÇÃO DE PINOS PARA OS MOTORES
servoa11.attach(10);
servoa12.attach(11);
servoa21.attach(12);
servoa22.attach(13);
Serial.begin(9600);
}
void loop()
{
Serial.println("Digite a opcao no menu");
Serial.println("1 - posição a11 base");
Serial.println("2 - posição a12 altura");
Serial.println("3 - posição a21 inclinação");
Serial.println("4 - posição a22 garra");
Serial.println("5 - escalar");
while (Serial.available() == 0) { }
opcao = Serial.parseInt();
switch (opcao) {
case 5:{
Serial.println("digite o valor do escalar");
while (Serial.available() == 0) { }
delay (10000);
escalar = Serial.parseFloat();
Serial.print("valor do escalar: ");
Serial.println(escalar);
break;}

case 1:{
Serial.println("digite o valor da a11 (em graus)");
while (Serial.available() == 0) { }
delay (10000);
tecla = Serial.parseFloat();
float resultante = escalar * tecla;
if (resultante > 180) {
resultante = 180;
}
if (resultante < 0) {
resultante = 0;
}
Serial.print("valor da a11: ");
Serial.println(resultante);
servoa11.write(resultante);
provisorio = resultante;
break;}
}
}

```

```
case 2:{
  Serial.println("digite o valor do a12 (em graus)");
  while (Serial.available() == 0) { }
  delay (10000);
  tecla2 = Serial.parseFloat();
  float resultante2 = escalar * tecla2;
  if (resultante2 > 180) {
    resultante2 = 180;
  }
  if (resultante2 < 0) {
    resultante2 = 0;
  }
  Serial.print("valor do a12: ");
  Serial.println(resultante2);
  servoa12.write(resultante2);
  provisorio2 = resultante2;
  break;}
case 3:{
  Serial.println("digite o valor de a21 (em graus)");
  while (Serial.available() == 0) { }
  delay (10000);
  tecla3 = Serial.parseFloat();
  float resultante3 = escalar * tecla3;
  if (resultante3 > 180) {
    resultante3 = 180;
  }
  if (resultante3 < 0) {
    resultante3 = 0;
  }
  Serial.print("valor da a21: ");
  Serial.println(resultante3);
  servoa21.write(resultante3);
  provisorio3 = resultante3;
  break;}
case 4:{
  Serial.println("digite o valor de a22 (em graus)");
  while (Serial.available() == 0) { }
  delay (10000);
  tecla4 = Serial.parseFloat();
  float resultante4 = escalar * tecla4;
  if (resultante4 > 180) {
    resultante4 = 180;
  }
  if (resultante4 < 0) {
    resultante4 = 0;
  }
  Serial.print("valor de a22? ");
  Serial.println(resultante4);
  servoa22.write(resultante4);
  provisorio4 = resultante4;
  break;}
```

```
}
}
```

### Braço Robótico Arduino – Multiplicação de Matrizes

```
#include <Servo.h> //BIBLIOTECA DE FUNÇÕES COM MOTORES SERVOS
// DECLARAÇÃO DOS MOTORES USADOS NO PROJETO...
Servo servoa11;
Servo servoa12;
Servo servoa21;
Servo servoa22;
float provisorio = 0;
float tecla = 0;
float provisorio2 = 0;
float tecla2 = 0;
float provisorio3 = 0;
float tecla3 = 0;
float provisorio4 = 0;
float tecla4 = 0;
float provisorio5 = 0;
float tecla5 = 0;
float provisorio6 = 0;
float tecla6 = 0;
float provisorio7 = 0;
float tecla7 = 0;
float provisorio8 = 0;
float tecla8 = 0;
int posicao11 = 0;
int posicao12 = 0;
int posicao21 = 0;
int posicao22 = 0;
int posicaob11 = 0;
int posicaob12 = 0;
int posicaob21 = 0;
int posicaob22 = 0;
int opcao;
void direita(float valor) //FUNÇÃO RESPONSÁVEL POR GIRAR A BASE PARA A
DIREITA...
{
  servoa11.write(valor);
  delay(1300); //GIRA POR ATÉ ATINGIR UM ÂNGULO DE APROX.90 GRAUS E
  PARA...
  //parado();
}
void setup() //FUNÇÃO ONDE SÃO ESPECIFICADAS AS CONFIGURAÇÕES DO
PROJETO...
{
  //ATRIBUIÇÃO DE PINOS PARA OS MOTORES
  servoa11.attach(10);
  servoa12.attach(11);
  servoa21.attach(12);
```

```

servoa22.attach(13);
Serial.begin(9600);
}
void loop()
{
  Serial.println("Digite a opcao no menu");
  Serial.println("1 - posição a11 base");
  Serial.println("2 - posição a12 altura");
  Serial.println("3 - posição a21 inclinação");
  Serial.println("4 - posição a22 garra");
  Serial.println("5 - posição b11 base");
  Serial.println("6 - posição b12 altura");
  Serial.println("7 - posição b21 inclinação");
  Serial.println("8 - posição b22 garra");
  while (Serial.available() == 0) { }
  opcao = Serial.parseInt();
  switch (opcao) {
    case 1:{
      Serial.println("digite o valor da a11 (em graus)");
      while (Serial.available() == 0) { }
      delay (10000);
      tecla = Serial.parseFloat();
      Serial.print("valor da a11: ");
      Serial.println(tecla);
      break;}
    case 2:{
      Serial.println("digite o valor do a12 (em graus)");
      while (Serial.available() == 0) { }
      delay (10000);
      tecla2 = Serial.parseFloat();
      Serial.print("valor do a12: ");
      Serial.println(tecla2);
      break;}
    case 3:{
      Serial.println("digite o valor de a21 (em graus)");
      while (Serial.available() == 0) { }
      delay (10000);
      tecla3 = Serial.parseFloat();
      Serial.print("valor da a21: ");
      Serial.println(tecla3);
      break;}
    case 4:{
      Serial.println("digite o valor de a22 (em graus)");
      while (Serial.available() == 0) { }
      delay (10000);
      tecla4 = Serial.parseFloat();
      Serial.print("valor de a22? ");
      Serial.println(tecla4);
      break;}
    case 5:{
      Serial.println("digite o valor da b11 (em graus)");

```

```

while (Serial.available() == 0) { }
delay (10000);
tecla5 = Serial.parseFloat();
Serial.print("valor da b11: ");
Serial.println(tecla5);
break;}
case 6:{
  Serial.println("digite o valor do b12 (em graus)");
  while (Serial.available() == 0) { }
  delay (10000);
  tecla6 = Serial.parseFloat();
  Serial.print("valor do b12: ");
  Serial.println(tecla6);
  break;}
case 7:{
  Serial.println("digite o valor de b21 (em graus)");
  while (Serial.available() == 0) { }
  delay (10000);
  tecla7 = Serial.parseFloat();
  Serial.print("valor da b21: ");
  Serial.println(tecla7);
  break;}
case 8:{
  Serial.println("digite o valor de b22 (em graus)");
  while (Serial.available() == 0) { }
  delay (10000);
  tecla8 = Serial.parseFloat();
  Serial.print("valor de b22? ");
  Serial.println(tecla8);
  break;}
}
float resultante1 = (tecla1*tecla5) + (tecla2*tecla7);
float resultante2 = (tecla1*tecla6) + (tecla2*tecla8);
float resultante3 = (tecla3*tecla5) + (tecla3*tecla6);
float resultante4 = (tecla1*tecla5) + (tecla4*tecla8);
  Serial.print("valor de c11");
  Serial.println(resultante1);
  Servoa11.write(resultante1);
  Serial.print("valor de c12 ");
  Serial.println(resultante2);
  Servoa12.write(resultante2);
  Serial.print("valor de c21 ");
  Serial.println(resultante3);
  servoa22.write(resultante3);
  Serial.print("valor de c22");
  Serial.println(resultante4);
  servoa22.write(resultante4);
}

```