

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E
TECNOLOGIA DE SÃO PAULO

EDSON BISPO FERREIRA

**Um estudo sobre a previsão do retorno elástico em processos de conformação
de chapas metálicas: descrição teórica e simulação numérica**

São Paulo

2018

EDSON BISPO FERREIRA

**Um estudo sobre a previsão do retorno elástico em processos de conformação
de chapas metálicas: descrição teórica e simulação numérica**

Dissertação apresentada ao Departamento de Engenharia Mecânica do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo, Campus São Paulo como requisito para a obtenção do título de Mestre em Ciências em Engenharia Mecânica.

Área de concentração: Engenharia Mecânica

Orientador: Dr. Givanildo Alves dos Santos

São Paulo

2018

Catálogo na fonte
Biblioteca Francisco Montojos - IFSP Campus São Paulo
Dados fornecidos pelo(a) autor(a)

F383e	Ferreira, Edson Bispo Um estudo sobre a previsão do retorno elástico em processos de conformação de chapas metálicas: descrição teórica e simulação numérica / Edson Bispo Ferreira. São Paulo: [s.n.], 2018. 111 f. Orientador: Givanildo Alves dos Santos Dissertação (Mestrado Acadêmico em Engenharia Mecânica) - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo, IFSP, 2018. 1. Conformação de Chapas Metálicas A Frio. 2. Retorno Elástico. 3. Método dos Elementos Finitos. I. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo II. Título. CDD 620.1
-------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Agradecimentos

Especial agradecimento à minha companheira Mirian pelo apoio e paciência em todos esses anos, ao sempre prestativo professor Givanildo pelos ensinamentos, pela atenção e pela confiança e ao departamento de pesquisa e desenvolvimento da Termomecanica São Paulo SA, bem como à Fundação Salvador Arena pela realização de diversos ensaios especificamente para o desenvolvimento desse trabalho.

Resumo

Esse trabalho apresenta os aspectos teóricos e práticos da descrição e da previsão do retorno elástico (*springback*) em processos de conformação de chapas metálicas a frio, acompanhados de simulações numéricas auxiliadas pela mecânica computacional. Para o embasamento das simulações numéricas é destacada uma descrição dos elementos da mecânica das estruturas incluindo-se relações constitutivas para grandes deformações plásticas, com a descrição das propriedades mecânicas dos materiais usuais, acompanhada de uma descrição da adequação para a respectiva aplicação via método dos elementos finitos. As simulações numéricas desse trabalho, contam com a reprodução qualitativa de exemplos com a utilização da ferramenta computacional comercial de análise: Adina[®], além da discussão da sensibilidade do retorno elástico em relação a alguns parâmetros do próprio processo de conformação como o coeficiente atrito e os raios de arredondamento das arestas das ferramentas e a alguns parâmetros da modelagem como o número e tipo dos elementos na malha de elementos finitos e algoritmos de solução. As simulações realizadas contemplam duas geometrias com duas variações cada do material que compõe a chapa a ser conformada: uma liga de aço de alta resistência (IFHS- interstitial free high strength) e uma liga de latão (CuZn30). Embora muito tenha sido desenvolvido na tentativa de aumentar a precisão da previsão do retorno elástico nos processos de conformação de chapas metálicas, trata-se de um dos grandes desafios da mecânica das estruturas, pois o retorno elástico, como mostrado nesse trabalho, é bastante sensível aos diversos parâmetros do próprio processo de conformação, além de que sua previsão é substancialmente influenciada por parâmetro da própria simulação numérica.

Palavras-chave: Conformação de chapas metálicas a frio. Retorno elástico. Método dos elementos finitos.

Abstract

This work presents the theoretical and practical aspects of the description and prediction of springback in cold sheet metal forming processes, accompanied by numerical simulations aided by computational mechanics. For the base of the numerical simulations a description of the elements of the mechanics of the structures is included, such as constitutive relations for large plastic strain, and the description of the mechanical properties of usual materials, accompanied by a description of the suitability for the respective application through the Finite Element Method. The numerical simulations developed in this work rely on the qualitative reproduction of examples using the commercial computational tool: Adina[®], and a discussion of the springback sensitivity in relation to some parameters of the conformation process itself, such as the friction coefficient and the radii of rounding of tool edges and some modeling parameters such as number and type of elements in the finite element mesh and solution algorithms. The simulations carried out contemplate two geometries with two variations of the material that composes the sheet to be conformed: a high strength steel alloy (IFHS) and a brass (CuZn30) alloy. Although it much has been developed in an attempt to increase the accuracy of the springback prediction in sheet metal forming processes, this is one of the great challenges of the mechanics of the structures, since the springback, as shown in this work, is quite sensitive to the various parameters of the conformation process, in addition to that its prediction is substantially influenced by parameter of the numerical simulation.

Keywords: Cold sheet forming process. Springback. Finite element method.

Lista de figuras

Figura 1 – Resultados típicos de ensaios de tração e de compressão	17
Figura 2 – Resultados típicos de ensaio com carregamento e descarregamento . . .	18
Figura 3 – Exemplo de critério de escoamento para materiais isotrópicos no plano	20
Figura 4 – Superfície de escoamento de Von Mises	21
Figura 5 – Laminação de chapas	21
Figura 6 – Corpo de prova sob tração	22
Figura 7 – Orientação de extração do corpo de prova	23
Figura 8 – Tensão de escoamento σ_{θ}	25
Figura 9 – Conformações por compressão direta	26
Figura 10 – Conformações de chapas metálicas	27
Figura 11 – Exemplo típico de conformação em diversos passos	27
Figura 12 – Conformação em diversos passos: inicial e final	27
Figura 13 – Conformação em diversos passos: intermediários	28
Figura 14 – Exemplo de Tailored Blank	28
Figura 15 – Esquema simplificado do processo de conformação de chapas	29
Figura 16 – Defeitos/falhas possíveis em estampagem profunda	29
Figura 17 – Janela de conformabilidade	30
Figura 18 – Amostras - Ensaio Erichsen	30
Figura 19 – Ensaio Erichsen - Amostra 1	31
Figura 20 – Ensaio Erichsen - Amostra 2	31
Figura 21 – Ensaio Erichsen - Amostra 3	32
Figura 22 – Ensaio Erichsen - Amostra 4	32
Figura 23 – Ensaio Erichsen - Amostra 5	33
Figura 24 – Retorno elástico esquemático	34
Figura 25 – Geometria de uma barra deformada	34
Figura 26 – Relação constitutiva de um material elasto-plástico perfeito	35
Figura 27 – Variação da tensão ao longo da altura da seção	36
Figura 28 – Relação Momento x Curvatura	38
Figura 29 – Comparação do retorno elástico para alguns materiais	39

Figura 30 – Movimento de um sólido deformável da configuração a) para a configuração b)	41
Figura 31 – Equacionamento geral da mecânica dos sólidos deformáveis	42
Figura 32 – Deformação de uma fibra genérica infinitesimal de um sólido	42
Figura 33 – Cubo de Cauchy na configuração corrente	47
Figura 34 – Corte paralelo ao plano xy do Cubo de Cauchy na configuração corrente	47
Figura 35 – Malha genérica do MEF	55
Figura 36 – Graus de liberdade do elemento de barra de viga 2D com 2 nós	56
Figura 37 – Graus de liberdade do elemento de casca com 4 nós	57
Figura 38 – Geometria do contato	60
Figura 39 – Modelo 1 - Em destaque 1/4 da geometria modelada	62
Figura 40 – Modelo 2 - Em destaque 1/4 da geometria modelada	64
Figura 41 – Amostras para o ensaio de tração	66
Figura 42 – Modelo 1 - Aço - refinamento h	68
Figura 43 – Modelo 1 - Latão - refinamento h	68
Figura 44 – Modelo 1 - Aço - 300x1 Elementos	68
Figura 45 – Modelo 1 - Latão - 300x1 Elementos	69
Figura 46 – Modelo 1 - Resumo do refinamento h	69
Figura 47 – Modelo 1 - Força de conformação	70
Figura 48 – Modelo 1 - Aço - $\mu = 0.50$ apenas entre punção e chapa	71
Figura 49 – Modelo 1 - Latão - $\mu = 0.50$ apenas entre punção e chapa	71
Figura 50 – Modelo 1 - Aço - μ igual em todas as interfaces	72
Figura 51 – Modelo 1 - Latão - μ igual em todas as interfaces	72
Figura 52 – Modelo 1 - Retorno elástico x coeficiente de atrito	72
Figura 53 – Modelo 1 - Força de conformação x coeficiente de atrito	73
Figura 54 – Modelo 1 - Aço - Raio de arredondamento do punção, R_p	73
Figura 55 – Modelo 1 - Latão - Raio de arredondamento do punção, R_p	74
Figura 56 – Modelo 1 - Raio de arredondamento da face do punção	74
Figura 57 – Modelo 1 - Aço - Raio de arredondamento da matriz, R_m	75
Figura 58 – Modelo 1 - Latão - Raio de arredondamento da matriz, R_m	75
Figura 59 – Modelo 1 - Raio de arredondamento da face da matriz	75
Figura 60 – Modelo 1 - Aço - Coeficientes de Lankford	76
Figura 61 – Modelo 1 - Latão - Coeficientes de Lankford	76

Figura 62 – Modelo 1 - Variação do coeficiente de Lankford r_{45}	77
Figura 63 – Modelo 1 - Variação do coeficiente de Lankford r_{90}	77
Figura 64 – Modelo 1 - Variação do coeficiente de Lankford r_0	78
Figura 65 – Modelo 1 - Aço - Giro da direção de laminação	78
Figura 66 – Modelo 1 - Latão - Giro da direção de laminação	79
Figura 67 – Modelo 1 - Variação da direção de laminação	79
Figura 68 – Modelo 1 - Aço - Variação da espessura da chapa	80
Figura 69 – Modelo 1 - Latão -Variação da espessura da chapa	80
Figura 70 – Modelo 1 - Variação da espessura da chapa	80
Figura 71 – Modelo 1 - Aço - Minimização do retorno elástico	81
Figura 72 – Modelo 1 - Latão - Minimização do retorno elástico	81
Figura 73 – Modelo 1 - Aço - Elemento de casca	82
Figura 74 – Modelo 1 - Latão - Elemento de casca	82
Figura 75 – Modelo 1 - Número de nós do elemento de casca - refinamento p	83
Figura 76 – Modelo 1 - Aço - Variação do número de pontos de integração na espessura	83
Figura 77 – Modelo 1 - Latão - Variação do número de pontos de integração na espessura	84
Figura 78 – Modelo 1 - Pontos de integração ao longo da espessura	84
Figura 79 – Modelo 1 - Aço - Formulação para grandes deslocamentos	85
Figura 80 – Modelo 1 - Formulação para grandes deformações plásticas	85
Figura 81 – Modelo 1 - Aço - Variação do algoritmo de contato	86
Figura 82 – Modelo 1 - Latão - Variação do algoritmo de contato	86
Figura 83 – Modelo 1 - Algoritmo de contato	87
Figura 84 – Modelo 1 - Regularidade da malha	87
Figura 85 – Modelo 1 - Regularidade da malha	88
Figura 86 – Modelo 1 - Resumo - Regularidade da malha	88
Figura 87 – Regiões para detecção do retorno elástico	89
Figura 88 – Modelo 2 - Aço - Refinamento h	90
Figura 89 – Modelo 2 - Latão - Refinamento h	90
Figura 90 – Modelo 2 - Aço - Configuração deformada	91
Figura 91 – Modelo 2 - Latão - Configuração deformada	92
Figura 92 – Modelo 2 - refinamento h - Resumo do retorno elástico	92
Figura 93 – Modelo 2 - Aço - Coeficiente de atrito	93

Figura 94 – Modelo 2 - Latão - Coeficiente de atrito	93
Figura 95 – Modelo 2 - Aço - Arredondamento das arestas horizontais do punção .	94
Figura 96 – Modelo 2 - Latão - Arredondamento das arestas horizontais do punção	95
Figura 97 – Modelo 2 - Aço - Arredondamento das arestas horizontais da matriz . .	95
Figura 98 – Modelo 2 - Latão - Arredondamento das arestas horizontais da matriz .	96
Figura 99 – Modelo 2 - Aço - Coeficientes de Lankford	97
Figura 100 – Modelo 2 - Latão - Coeficientes de Lankford	97
Figura 101 – Modelo 2 - Aço - Direção da laminação	98
Figura 102 – Modelo 2 - Latão - Direção da laminação	99
Figura 103 – Modelo 2 - Aço - Espessura da chapa	99
Figura 104 – Modelo 2 - Latão - Espessura da chapa	100
Figura 105 – Modelo 2 - Aço - Número de nós no elemento de casca	101
Figura 106 – Modelo 2 - Latão - Número de nós no elemento de casca	101
Figura 107 – Modelo 2 - Aço - Número de pontos de integração	102
Figura 108 – Modelo 2 - Latão - Número de pontos de integração	103
Figura 109 – Modelo 2 - Aço - Formulação da plasticidade	103
Figura 110 – Modelo 2 - Latão - Formulação da plasticidade	104
Figura 111 – Modelo 2 - Regularidade da malha	105
Figura 112 – Modelo 2 - Aço - Regularidade da malha	105
Figura 113 – Modelo 2 - Latão - Regularidade da malha	106

Lista de tabelas

Tabela 1 – Resultado dos ensaios Erichsen	33
Tabela 2 – Propriedades mecânicas de alguns materiais de uso industrial	39
Tabela 3 – Propriedades mecânicas de latão 70/30	66

Sumário

1	Introdução	13
1.1	<i>Objetivo</i>	14
1.1.1	Objetivos específicos	14
1.2	<i>Justificativa para a pesquisa</i>	14
2	Materiais usuais para a conformação de chapas metálicas . . .	16
3	Conformação de chapas metálicas	26
3.1	<i>Conformabilidade de chapas metálicas</i>	29
3.2	<i>Retorno elástico na conformação de chapas</i>	33
4	Mecânica dos sólidos deformáveis	40
4.1	<i>Equações de compatibilidade</i>	45
4.2	<i>Equações de equilíbrio</i>	48
4.3	<i>Equações constitutivas</i>	49
4.3.1	Grandes deformações elasto-plásticas	50
4.4	<i>Classificação das análises</i>	52
5	Método dos elementos finitos	54
5.1	<i>Métodos de integração</i>	57
5.2	<i>Condições de contato</i>	60
6	Análises numéricas	62
6.1	<i>Modelo 1 - Canal curto</i>	67
6.1.1	Análise da convergência para a definição do modelo de referência .	67
6.1.2	Sensibilidade do retorno elástico aos parâmetros da conformação . .	70
6.1.3	Sensibilidade do retorno elástico aos parâmetros da modelagem . .	82
6.2	<i>Modelo 2 - Caixa quadrada</i>	89
6.2.1	Análise da convergência para a definição do modelo de referência .	89
6.2.2	Sensibilidade do retorno elástico aos parâmetros da conformação . .	93
6.2.3	Sensibilidade do retorno elástico aos parâmetros da modelagem . .	101
7	Conclusões	107

Referências	109
-----------------------	-----

1 Introdução

A capacidade de moldar os elementos naturais para suprir determinada necessidade humana é intrínseca às atividades dos engenheiros mecânicos, aeronáuticos, civis, navais, entre outros. Essa capacidade foi herdada dos povos primitivos e é transmitida de geração para geração, sendo que de tempos em tempos alguma evolução técnica e/ou tecnológica é incorporada nesse processo.

A operação de modificação da forma de qualquer elemento pode ser dividida simplificada em três etapas: a) preparação do ambiente, b) preparação da matéria prima e c) a conformação propriamente dita, obviamente estas fases podem ser subdivididas, além de se poder contar com fases auxiliares de controle para a inclusão de eventuais ajustes (DIETER, 2016).

Com vistas ao constante aprimoramento, nunca se poderá afirmar que o nível máximo de evolução do processo foi alcançado, entretanto grande avanço pode ser observado, em especial na contribuição da mecânica computacional das estruturas, em que com o auxílio de ferramentas computacionais, praticamente todo o processo de conformação, item c) do parágrafo anterior, pode ser simulado numericamente na intenção de assim diminuir o grande custo envolvido no procedimento tradicional de tentativa e erro (BANABIC, 2010).

O que se espera em um processo de conformação é obter a forma final do elemento conformado mais próxima possível da forma desejada (*net shape*), de modo que um bom projeto do processo de conformação deve levar em consideração os diversos fatores inerentes ao próprio processo, além de incluir o efeito do retorno elástico, que é o movimento contrário à conformação, que partes do elemento em conformação mostram quando as ferramentas e os dispositivos são removidos (remoção do carregamento e das fixações), esta acomodação ocorre, pois parte da energia introduzida pelos esforços na operação é armazenada como energia elástica (DAMETEW, 2012).

A precisão da previsão do retorno elástico com simulação numérica segundo Chatti e Hermi (2011), Abspoel et al. (2017) e H.Wiebenga e Boogaard (2014) não é grande, pois depende fortemente da adequada:

- Caracterização do material: equação constitutiva, efeito Bauschinger, critério de escoamento e critério de falha (YOSHIDA; HAMASAKI; UEMORI, 2013; ANAND;

ASLAN; CHESTER, 2012; SMITH et al., 2014; SUMIKAWA et al., 2016; HORTON; ALLWOOD, 2017) (YOSHIDA; HAMASAKI; UEMORI, 2015) (SOUTO; ANDRADE-CAMPOS; THUILLIER, 2015);

- Formulação do elemento finito (PARK; OH, 2004; SCHWARZE; VLADIMIROV; REESE, 2011; SUSSMAN; BATHE, 2013);
- Condição de contato (LEE; BARLAT; LEE, 2015; FRANKE; HESCH; BETSCH, 2013);
- Definição dos parâmetros do processo de solução: refinamento da malha, tamanho do passo de carregamento (BANABIC, 2010) e
- Escolha do método de solução: integração implícita ou explícita no tempo (BILOTTA; LEONETTI; GARCEA, 2012) (BURCHITZ; MEINDERS, 2008) (WALI et al., 2016).

1.1 *Objetivo*

Este trabalho se destina a identificar os elementos que conduzem à variabilidade da precisão na previsão do retorno elástico em simulações numéricas de processos de conformação de chapas metálicas.

1.1.1 *Objetivos específicos*

Para uma descrição detalhada da previsão do retorno elástico em processos de conformação de chapas metálicas via método dos elementos finitos são necessárias a organização e a apresentação de diversos conceitos e parâmetros intermediários, de modo, que este trabalho tem também a finalidade de indicar um procedimento sistemático para a criação, modelagem e a interpretação dos resultados das análises.

1.2 *Justificativa para a pesquisa*

A pesquisa em questão, pode ser classificada como teórica do ponto de vista do gênero, quanto à natureza é aplicada, com objetivo descritivo em uma abordagem qualitativa.

A quantificação do retorno elástico em processos de conformação de chapas metálicas é um dos maiores desafios da moderna indústria de manufatura devido ao fato de que sua previsão tem grande sensibilidade na variação de alguns parâmetros de modelagem, e ainda, o retorno elástico se intensifica em processos que incluem aços e alumínio avançados e de alta resistência, cuja utilização é crescente, não sendo possível se estabelecer uma configuração simples e universal dos parâmetros de modelagem, o que acaba sempre por remeter à continuidade da utilização do tradicional, relativamente lento e custoso, procedimento de tentativa e erro.

2 Materiais usuais para a conformação de chapas metálicas

Simplificadamente, os materiais podem ser agrupados em função do seu comportamento mecânico em três classes principais: a) materiais, cujo comportamento é função apenas do estado corrente de deformação são ditos *elásticos*, b) se o comportamento do material é função do histórico do estado de deformação esse material é dito *plástico* e c) se o comportamento do material é função apenas do estado corrente de taxa de deformação, então esse material é dito *viscoso*. Combinações das três classes são possíveis e bastante comuns para representar uma gama enorme de materiais industrialmente utilizados, muitos materiais mostram não linearidade entre os níveis de tensão e as respectivas deformações que experimentam, mesmo quando pequenas deformações estão envolvidas e podem ser bem descritos utilizando-se uma combinação entre as fases elástica e plástica. Dentre estes materiais estão o aço, o alumínio, o concreto, além de geo materiais como as rochas e os solos (WRIGGERS, 2008).

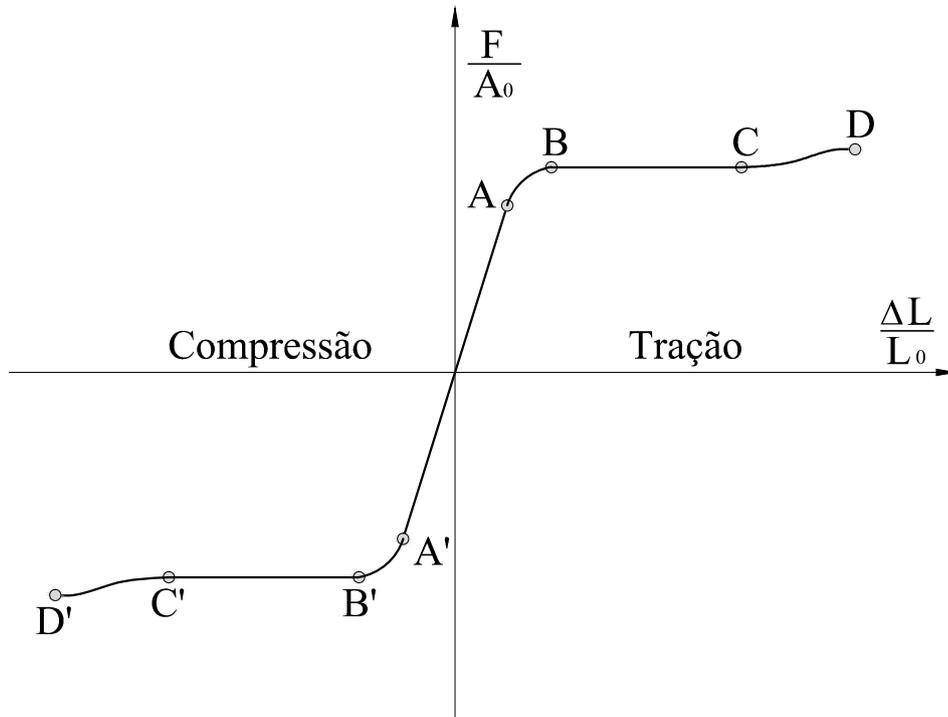
O processo de conformação de chapas metálicas, de que trata esta pesquisa, requer materiais dúcteis, ou seja, aqueles que são capazes de mostrar grandes deformações plásticas, segundo Smith et al. (2014) entre 0.4 e 0.5 antes da ruptura. E ainda, essas chapas que estarão sujeitas à conformação já sofreram, necessariamente, um processo de conformação primário: a laminação, que já lhes imprimiu certas características intrínsecas do próprio processo de laminação, a mais importante é a ortotropia. Ortotropia é um caso particular da anisotropia, que por sua vez, significa propriedades mecânicas dependentes da direção, no caso da ortotropia as três direções de referência são perpendiculares entre si, sendo que o eixo mais importante coincide com a direção da laminação.

Em geral, nos processos de conformação de materiais tradicionais a *deformação plástica* é a parcela mais importante, de modo que o comportamento da fase plástica deve ser bem caracterizado e é tratado pela teoria da plasticidade. O modelo fenomenológico da teoria da plasticidade é totalmente baseado na característica de que o escoamento plástico do material é um processo irreversível (KACHANOV, 2004).

Modelo elasto-plástico. A figura 1 mostra, esquematicamente, os resultados de tensão e de deformação em relação à área inicial A_0 e ao comprimento inicial L_0 , respectivamente de dois ensaios uniaxiais em dois corpos de prova idênticos de aço com

baixo teor de carbono (aço doce, com grande utilização industrial): o tramo da direita representa o ensaio em tração e o tramo da esquerda representa o ensaio em compressão.

Figura 1 – Resultados típicos de ensaios de tração e de compressão



Fonte: (KACHANOV, 2004)

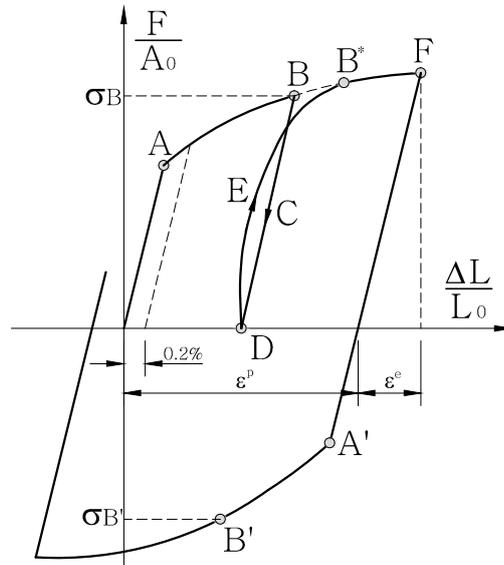
Algumas características importantes comuns aos materiais elasto-plásticos e que variam de material para material e que podem variar também em função de determinadas condições e que interferem nas propriedades mecânicas estão destacadas a seguir:

O ponto A corresponde ao chamado *limite de proporcionalidade* e se encontra ligeiramente abaixo do ponto B, que é o *limite de elasticidade*. O trecho BC é o *patamar de escoamento* no qual a deformação aumenta bastante enquanto o nível da tensão permanece relativamente constante. A partir do ponto B parte da deformação experimentada é permanente para os materiais convencionais.

Encruamento. Após o ponto C, o aumento da deformação requer novamente o aumento da tensão, o trecho CD corresponde ao encruamento do material, que é um ganho de rigidez associado à deformação plástica experimentada.

A figura 2 mostra, esquematicamente, os resultados da relação entre tensão e deformação com A_0 e L_0 em um ensaio uniaxial com carregamentos e descarregamentos sucessivos.

Figura 2 – Resultados típicos de ensaio com carregamento e descarregamento



Fonte: (JOHNSON; MELLOR, 1980)

Alguns materiais como o cobre recozido, o alumínio e algumas ligas de aço não mostram um patamar de escoamento bem definido, de modo que é largamente utilizada a definição do início do escoamento, ou seja do limite da elasticidade, ao ponto que liga a curva à uma paralela ao trecho inicial afastada deste de 0.2%, como indicado na figura 2.

Ciclo de histerese. Para os metais, em geral, a curva de descarregamento BCD da figura 2 é uma reta, e a partir do ponto D se o corpo de prova for novamente carregado, então a curva percorrerá o trecho DEB*, que é ligeiramente diferente do trecho BCD, de modo que ocorre certo encruamento, reduzindo sua deformação plástica no novo estágio de carregamento, este fenômeno é chamado de ciclo de histerese e é também responsável por prover o amortecimento intrínseco que os materiais apresentam quando sujeitos à vibração.

Deformação anisotrópica. O encruamento tem, naturalmente, uma característica direcional pois está associado à direção da deformação plástica, um dos principais efeitos dessa anisotropia é o efeito Bauschinger, que é a diminuição da tensão de escoamento (por tração ou compressão) que ocorre quando o elemento acaba de experimentar deformação plástica de sinal oposto (por compressão ou tração). Nos metais, em geral, eliminando-se o efeito da flambagem, a tensão de escoamento à tração é muito parecida com a tensão de escoamento à compressão se comparados em ensaios separados. No exemplo de ensaio representado na figura 2 o corpo de prova experimentou escoamento em tração atingindo σ_B e em seguida foi levado ao escoamento devido à compressão atingindo $\sigma_{B'}$ e por consequência do efeito Bauschinger: $\sigma_{B'} < \sigma_B$, parte da explicação para este fenômeno

é devido ao fato de que quando o material é levado ao escoamento algumas discordâncias atômicas são eliminadas facilitando o movimento no sentido contrário.

Influência da taxa de deformação. Se o carregamento é realizado em intervalos regulares e em temperatura ambiente, então as propriedades mecânicas do aço, por exemplo, e de alguns metais refratários: nióbio, molibdênio e tungstênio, são quase independentes da taxa de deformação. Entretanto a taxa de deformação é muito importante para os metais maleáveis (chumbo, estanho, etc.), também para o aço, cobre, alumínio, etc. quando sujeitos à elevada temperatura ou a longos períodos de carregamento permanente. A influência da taxa de deformação é fortemente dependente da temperatura, diminui com a redução da temperatura e praticamente desaparece em temperaturas baixas.

Fluência. Alguns materiais mostram aumento de deformação com nível de tensão praticamente constante quando sujeitos à alta temperatura e este fenômeno é percebido em outros materiais quando são expostos a carregamento que permanecem atuando por longos períodos, este aumento de deformação por aumento da temperatura e/ou por carregamento que permanece aplicado por longos períodos é chamado de fluência. Já outros materiais mostram diminuição da tensão com nível de deformação praticamente constante, esse tipo de fluência é a relaxação. E ainda, o encruamento diminui com o tempo, esta diminuição do encruamento com o tempo também é chamada de relaxação e se intensifica com o aumento da temperatura e praticamente desaparece sob temperatura elevada. A perda do encruamento por temperatura elevada recebe o nome de recozimento¹.

Critério de escoamento. A figura 1 mostra um exemplo típico de relação entre tensão e deformação *uniaxial*, entretanto é importante conhecer o comportamento dos materiais quando sujeitos a um estado complexo de tensão, em particular é importante conhecer em que *condição específica* ocorre a mudança do comportamento elástico para o comportamento plástico em um estado complexo de tensão. Essa *condição específica* é chamada de critério de escoamento e pode ser caracterizada por uma tensão de referência, que a partir de alguma consideração teórica, resume o estado de tensão do elemento em análise. Essa tensão de referência, que é constante para o estado de tensão em análise, é chamada de *limite de escoamento*.

¹ Recozimento é o tratamento térmico que conta com o aumento da temperatura seguido de resfriamento lento

Nos materiais isotrópicos (isotropia é o caso particular mais simples da anisotropia), aqueles cujas propriedades mecânicas independem da direção, o limite de escoamento: K , é uma função simétrica das tensões principais:

$$K = f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) \quad (1)$$

Também é comum expressar o limite de escoamento em função dos invariantes do tensor de tensão:

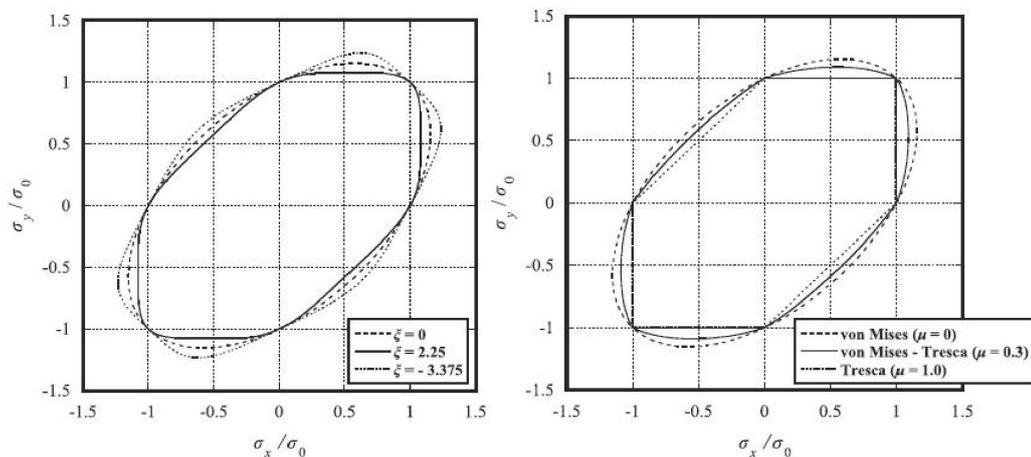
$$K = f[\bar{\sigma}, I_2(T_\sigma), I_3(T_\sigma)] \quad (2)$$

Como a influência da tensão média: $\bar{\sigma}$ é desprezível na maioria dos problemas práticos e a dependência é, na realidade, uma função da diferença entre as tensões principais: D_σ , então pode-se escrever um equação genérica geral deixando-se implícita a tensão de referência para o limite de escoamento, na forma:

$$f[I_2(D_\sigma), I_3(D_\sigma)] = 0 \quad (3)$$

Nessa forma são escritos os critérios consagrados: de *Tresca*, que considera a tensão de referência como a máxima tensão de cisalhamento e de *Von Mises*, que considera a tensão de referência como aquela que gera a máxima energia de distorção, criando-se regiões bem definidas no espaço das tensões em que ocorrem ou não o escoamento, como indicado na figura 3 com a) Escoamento de Drucker e b) Escoamento de Tresca/ Von Mises:

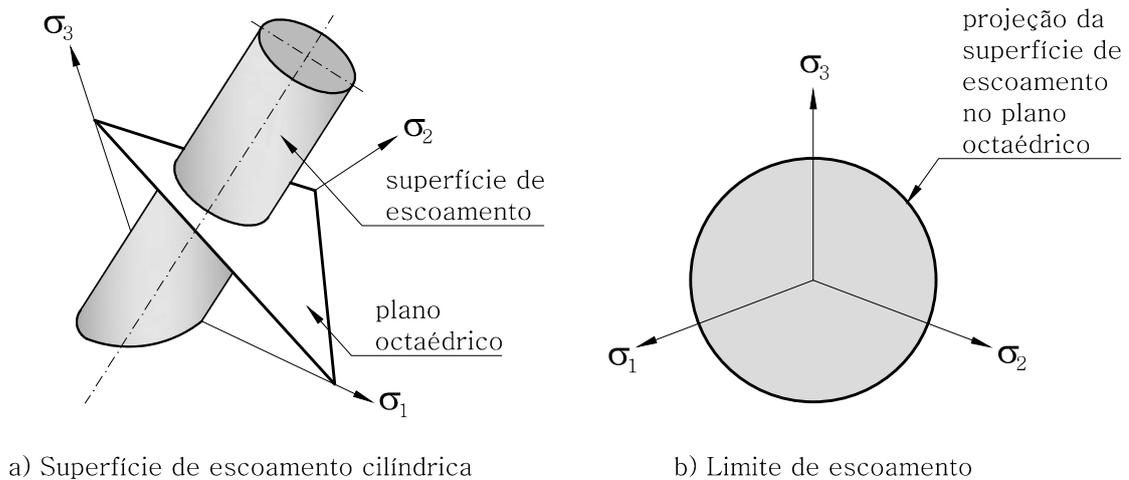
Figura 3 – Exemplo de critério de escoamento para materiais isotrópicos no plano



Fonte: (YOSHIDA; HAMASAKI; UEMORI, 2013)

Tomando-se vantagem da interpretação geométrica da equação 2 trata-se de um cilindro, cujo eixo é a linha reta com $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$ e raio K , como indicado na figura 4 a) e a superfície do cilindro é a superfície de escoamento do material, de modo que para o estado de tensão de cada ponto em análise pode-se perceber o plano que corta o cilindro estabelecendo-se assim, neste caso um círculo apresentado na figura 4 b), cuja borda define o limite de escoamento.

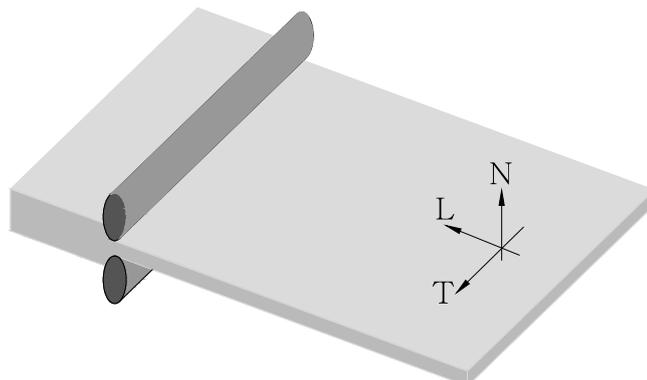
Figura 4 – Superfície de escoamento de Von Mises



Fonte: (BANABIC, 2010)

Como mencionado anteriormente, as chapas metálicas são obtidas, normalmente, pelo processo de laminação (figura 5) o que intensifica a anisotropia do material, sendo que o comportamento mecânico ao longo do eixo L (longitudinal, paralelo à laminação) tem fundamental importância no processo subsequente de conformação desta chapa, foco deste estudo. O sistema de eixos ortogonais é composto ainda pelos eixo T (transversal à laminação) e N (perpendicular à laminação).

Figura 5 – Laminação de chapas



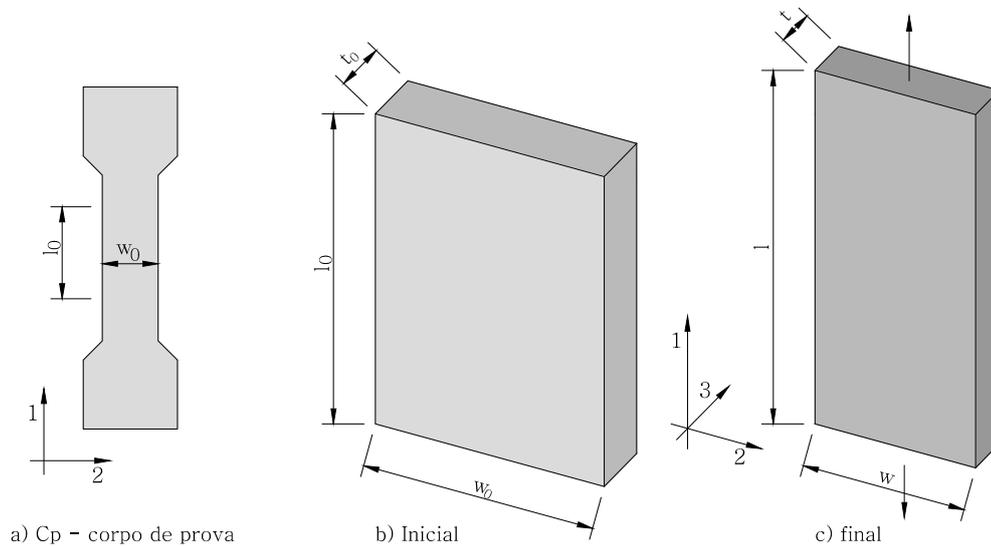
Fonte: Autor

A variação do comportamento mecânico com as direções L, T e N é estabelecido pelo coeficiente de anisotropia, r também chamado de parâmetro de Lankford. Esse parâmetro é determinado por um ensaio uniaxial de tração em um corpo de prova na forma de tira (ASPENBERG; LARSSON; NILSSON, 2012) (CAPILLA; HAMASAKI; YOSHIDA, 2017).

O coeficiente de anisotropia é definido, com base na figura 6 que destaca a região central do corpo de prova no ensaio de tração, como:

$$r = \frac{\varepsilon_{22}}{\varepsilon_{33}} \quad (4)$$

Figura 6 – Corpo de prova sob tração



Fonte: (BANABIC, 2010)

Em termos de deformação verdadeira, r pode ser escrito como:

$$r = \frac{\ln \frac{w}{w_0}}{\ln \frac{t}{t_0}} \quad (5)$$

Levando-se em consideração a manutenção do volume constante $\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33} = 0$ a equação 4 pode ser reescrita na forma:

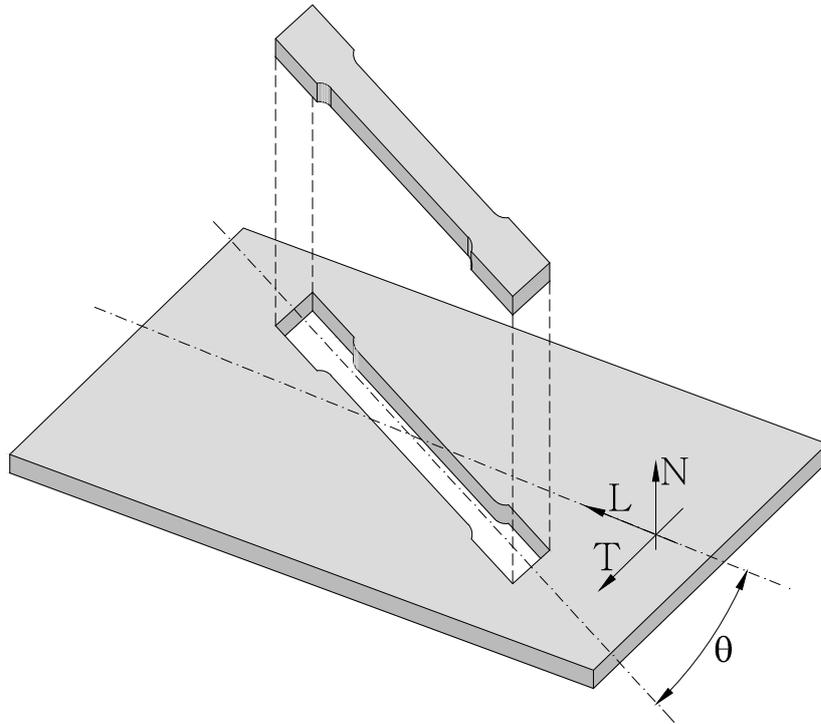
$$r = -\frac{\varepsilon_{22}}{\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22}} \quad (6)$$

Que se levado à equação 5 trás o coeficiente r como obtido na prática industrial:

$$r = \frac{\ln \frac{w}{w_0}}{\ln \frac{l_0 w_0}{l w}} \quad (7)$$

O ângulo θ formado entre os eixos L e 1 interfere no valor de r , devido à própria anisotropia, de modo que também tem interesse o coeficiente $r = r(\theta)$ obtido a partir da figura 7:

Figura 7 – Orientação de extração do corpo de prova



Fonte: (BANABIC, 2010)

Para a definição da anisotropia da chapa, com base em ensaios unidimensionais, são tomados os coeficientes r_0 , r_{45} e r_{90} , que correspondem respectivamente aos corpos de prova extraídos com θ igual a 0° , 45° e 90° , suficientes e necessários para definir o *coeficiente normal de anisotropia* r_n e a *anisotropia planar* Δ_n indicados a seguir:

$$r_n = \frac{r_0 + 2r_{45} + r_{90}}{4} \quad (8)$$

$$\Delta r = \frac{r_0 + r_{90} - 2r_{45}}{2} \quad (9)$$

Associadas às direções de r_0 , r_{45} e r_{90} , durante os ensaios uniaxiais também são tomadas as tensões para a deformação plástica 0.1 de referência, de modo que se define: σ_0 , σ_{45} e σ_{90} .

Alguns critérios de escoamento modernos foram definidos de modo a incluir as informações: r_b , σ_b que são respectivamente o parâmetro de anisotropia bidimensional

e a tensão bidimensional para uma deformação plástica de referência, que podem ser inferidos pelos coeficientes obtidos nos ensaios uniaxiais ou obtidos diretamente de forma mais realista em ensaios bidimensionais, cuja realização é bem mais complexa (fixação do corpo de prova e aplicação dos esforços de tração nas duas direções simultaneamente) (HANABUSA; TAKIZAWA; KUWABARA, 2013) (LEOTOING et al., 2013).

Com a definição detalhada acima dos coeficientes, pode-se então se estabelecer os critérios de escoamento para os materiais anisotrópicos. Segundo Abspoel et al. (2017), diversos modelos constitutivos avançados foram apresentados nos últimos vinte anos, entretanto o modelo de Hill-1948 ainda é o mais utilizados nas simulações atuais de conformação de chapas metálicas, pela simplicidade com que utilizam os coeficientes para descrever o comportamento mecânico dos materiais. Hill-1948 é uma generalização do critério de Von Mises e pode ser expresso na forma:

$$\sqrt{F(\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^2 + G(\sigma_{zz} - \sigma_{xx})^2 + H(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + 2L\sigma_{yz}^2 + 2M\sigma_{zx}^2 + 2N\sigma_{xy}^2} = 1 \quad (10)$$

Em que x é a direção da laminação, y é a direção transversal à laminação e z é a direção normal à chapa. Chamando de σ_L a tensão de escoamento na direção da laminação, σ_T a tensão de escoamento na direção transversal à laminação, σ_N a tensão de escoamento na direção normal à laminação e τ_{LT} , τ_{LN} e τ_{TN} as respectivas tensões de escoamento de cisalhamento, pode-se a partir da equação 10 escrever:

$$\frac{1}{\sigma_L^2} = G + H; \frac{1}{\sigma_T^2} = H + F; \frac{1}{\sigma_N^2} = F + G; 2L = \frac{1}{\tau_{TN}^2}; 2M = \frac{1}{\tau_{LN}^2}; 2N = \frac{1}{\tau_{LT}^2} \quad (11)$$

Nos problemas de conformação de chapas não existem esforços cisalhantes nas direções TN e LN, de modo que pode-se considerar tendendo a infinito as tensões de escoamento de cisalhamento nestas direções, ou seja:

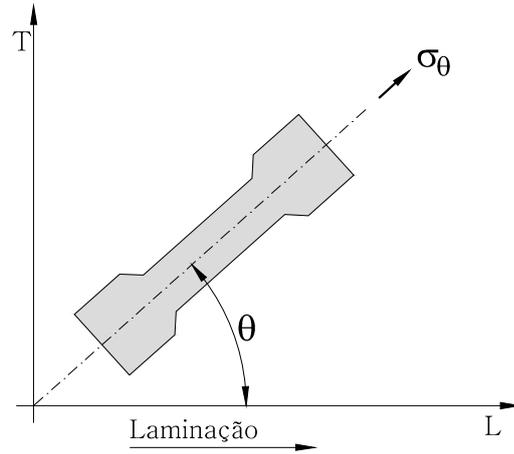
$$L = M = 0 \quad (12)$$

A partir da regra de escoamento adotada (neste caso: Hill-1948) e com base na figura 8, pode-se estabelecer as relações entre as tensões de escoamento e os coeficientes de

anisotropia com auxílio da equação 4 reescrita em termos de coeficiente de anisotropia plástico instantâneo: r_θ .

$$r_\theta = \frac{\dot{\epsilon}_{\theta+90^\circ}}{\dot{\epsilon}_{33}} \quad (13)$$

Figura 8 – Tensão de escoamento σ_θ



Fonte: Autor

$$F = \frac{r_0}{r_{90}(1 + r_0)} \quad (14)$$

$$G = \frac{1}{(1 + r_0)} \quad (15)$$

$$H = \frac{r_0}{(1 + r_0)} \quad (16)$$

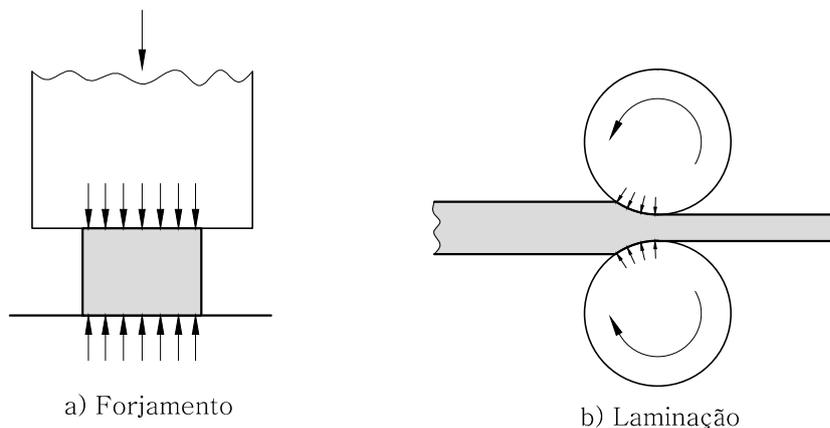
$$N = \frac{(r_0 + r_{90})(1 + 2r_{45})}{2r_{90}(1 + r_0)} \quad (17)$$

3 Conformação de chapas metálicas

A importância industrial dos metais é indiscutível, em grande parte pela relativa facilidade com que os elementos constituídos por estes materiais podem ter sua forma modificada através de diversos processos. Considerando-se apenas os materiais dúcteis e as operações a frio e a morno¹: a forma final de elementos metálicos pode ser obtida, basicamente, de duas maneiras: a) por processos envolvendo deformações plásticas, nos quais a massa e o volume originais são mantidos e o metal é forçado mecanicamente a se deformar plasticamente, pois experimenta tensão superior à sua tensão de escoamento e b) por remoção (ou usinagem) de parte do material mantendo-se apenas a porção que garanta a forma final desejada (DIETER, 2016).

Existem diversos processos de conformação de metais, que podem ser organizados em cinco grupos de acordo com o tipo e a forma de aplicação do esforço de conformação: compressão direta, compressão indireta, tração, flexão e cisalhamento. O forjamento e a laminação fazem parte do grupo, cujo esforço de conformação é a compressão direta, conforme indicado na figura 9.

Figura 9 – Conformações por compressão direta



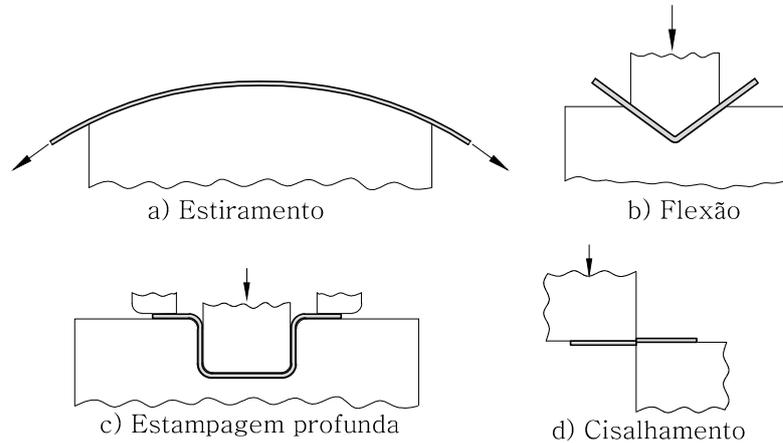
Fonte: (DIETER, 2016)

O forjamento e a laminação são conformações ditas volumétricas em que a mudança de forma é bastante significativa e o processo também é caracterizado por uma pequena relação entre a área superficial da peça a ser conformada e o respectivo volume. Já a conformação de chapas é caracterizada por uma relação grande entre a área superficial da peça a ser conformada e o respectivo volume e este é um processo secundário, pois

¹ Temperatura de operação em que não ocorre a recristalização

para a obtenção da chapa a ser conformada já ocorreu, necessariamente, uma conformação primária que é a laminação. Na conformação de chapas metálicas os esforços podem ser de tração, flexão e/ou cisalhamento, como indicado na figura 10.

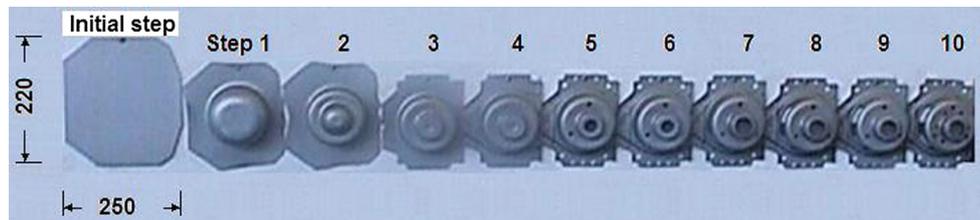
Figura 10 – Conformações de chapas metálicas



Fonte: (DIETER, 2016)

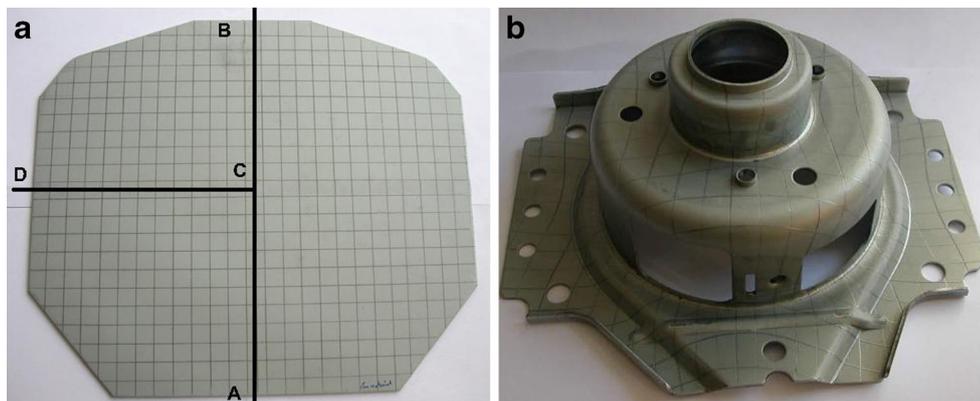
As figuras 11 a 13 mostram as fases de um processo industrial de conformação de chapa comum:

Figura 11 – Exemplo típico de conformação em diversos passos



Fonte: (PACHECO et al., 2017)

Figura 12 – Conformação em diversos passos: inicial e final



Fonte: (PACHECO et al., 2017)

Figura 13 – Conformação em diversos passos: intermediários



Fonte: (PACHECO et al., 2017)

A figura 14 apresenta outro exemplo típico de processo industrial de conformação de chapa: o *tailored blank*, em que uma chapa base recebe elementos adicionais e então o conjunto é conformado. O objetivo principal desse procedimento é produzir um elemento final com enrijecimentos locais, ou seja, com aumento localizado de rigidez para garantir a estabilidade e/ou a redução de concentração de tensão em determinadas regiões, seja por inclusão de dobras ou seja por variação de espessura, sendo que essa variação de espessura pode ser discreta com o acréscimo de chapa com espessura constante ou pode ser suave com a inclusão de chapa com variação de espessura obtida previamente por laminação e o acréscimo dessas chapas à base pode ser feito por soldagem ou por união com adesivo.

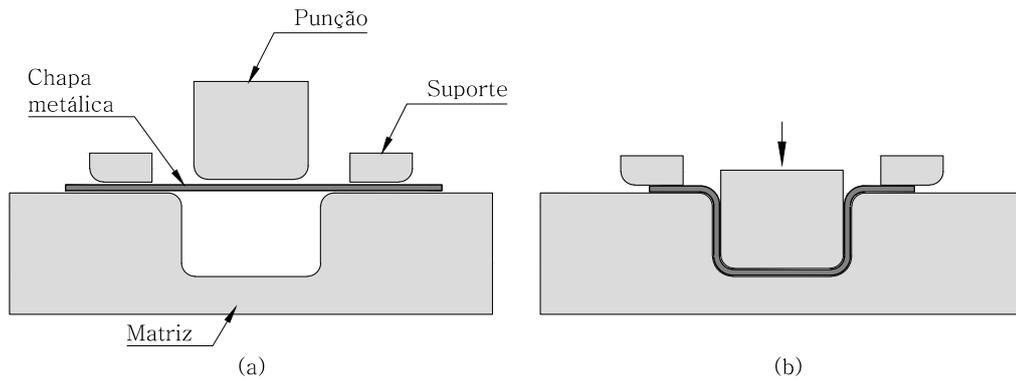
Figura 14 – Exemplo de Tailored Blank



Fonte: (MERKLEIN et al., 2014)

Segundo Groover (2017), a conformação de chapas envolve, normalmente, dois tipos de ferramentas: o punção e a matriz, mostrados esquematicamente nas figuras 15 (a) e (b), e é organizada em três operações básicas: dobramento, estampagem e corte, entretanto é relativamente comum a utilização da expressão: *estampagem*, para a caracterização de todo o processo de conformação. O punção é a parte móvel encarregada de transmitir o esforço, já a matriz é a base fixa que contém a forma negativa da geometria final, forma final essa, que se obtém com a combinação das três operações básica citadas.

Figura 15 – Esquema simplificado do processo de conformação de chapas

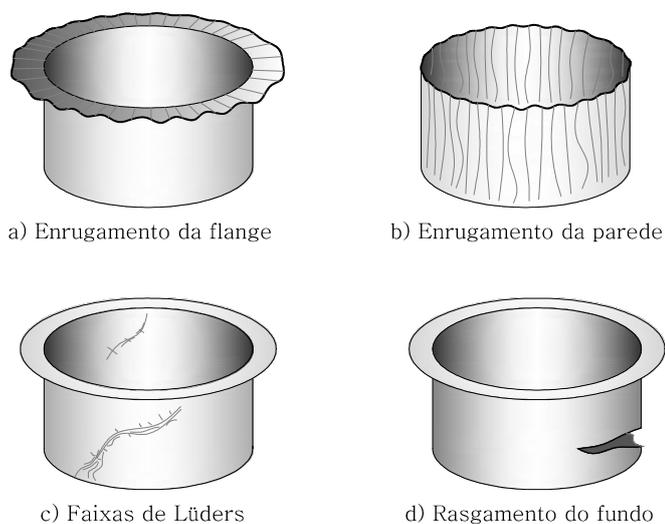


Fonte: Autor

3.1 Conformabilidade de chapas metálicas

Na conformação de chapas metálicas, dois padrões de deformações podem ser identificados a) no estiramento: $\epsilon_x > 0$ e $\epsilon_y > 0$ e b) na estampagem profunda: $\epsilon_x > 0$ e $\epsilon_y < 0$. Na estampagem profunda, objeto desta pesquisa, quando a deformação experimentada supera certo limite do material envolvido surgem os defeitos e/ou falhas destacados na figura 16, que são obviamente indesejáveis no processo industrial. O conhecimento prévio da capacidade da chapa (incluindo material e geometria) de ser conformada, ou seja o conhecimento de sua conformabilidade também é de crucial importância na indústria, de modo que alguns ensaios foram propostos para se estabelecer uma janela de conformação.

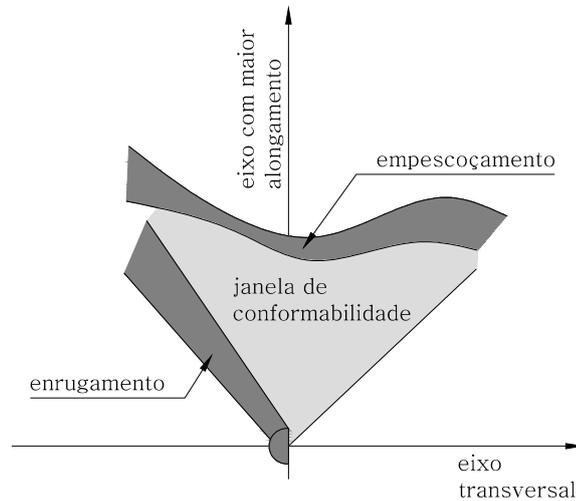
Figura 16 – Defeitos/falhas possíveis em estampagem profunda



Fonte: Autor

O diagrama da figura 17 mostra simplificada e esquematicamente a janela de conformabilidade, cuja definição se dá pelos ensaios de conformabilidade disponíveis.

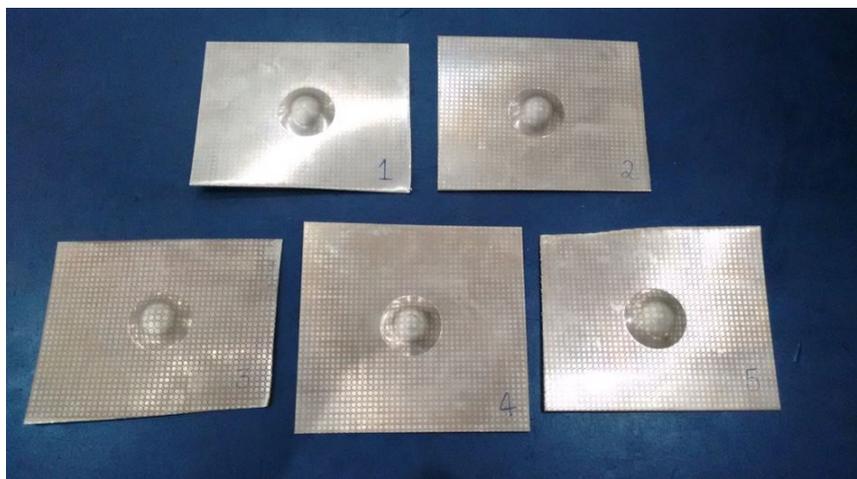
Figura 17 – Janela de conformabilidade



Fonte: (BANABIC, 2010)

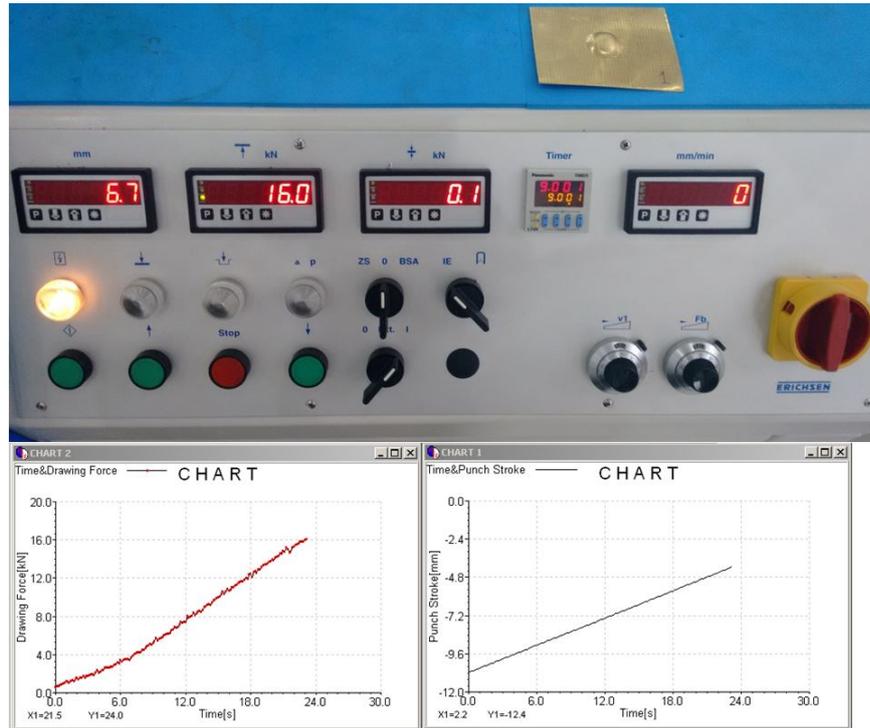
O primeiro ensaio para se conhecer a conformabilidade de chapas metálicas foi proposto em 1914 pelo engenheiro alemão A. M. Erichsen. O ensaio consiste em estirar uma chapa sobre uma matriz esférica até a ocorrência de fratura. A profundidade de penetração medida em milímetros é o *índice Erichsen* do corpo de prova avaliado. Em 1920 o engenheiro americano T. Y. Olsen propôs um ajuste na geometria das ferramentas para a realização deste ensaio, mas o conceito se mantém. A seguir são apresentados os resultados dos ensaios de Erichsen realizados para a caracterização do material a ser utilizado no segundo modelo do capítulo 6.

Figura 18 – Amostras - Ensaio Erichsen



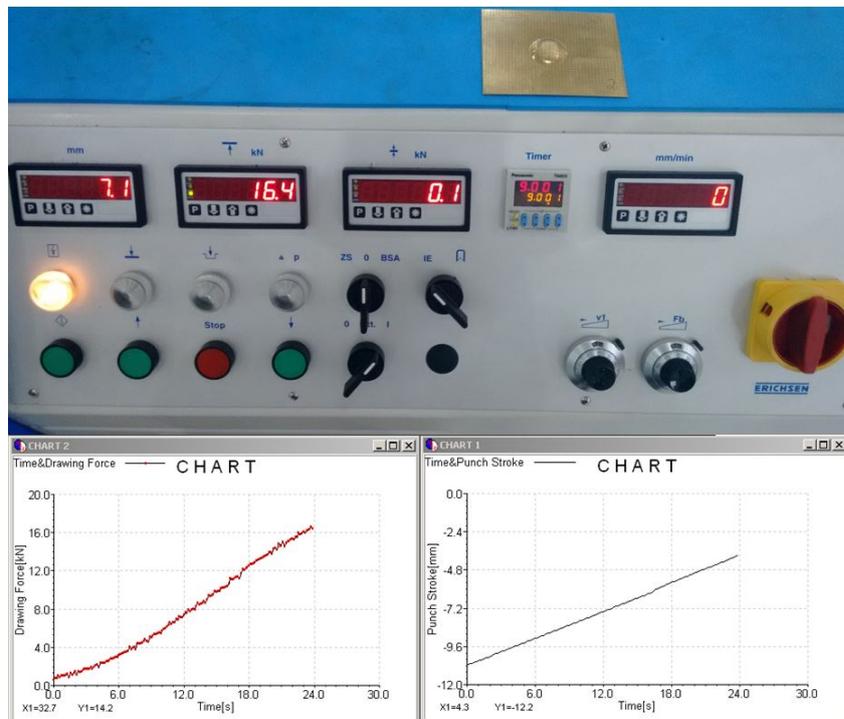
Fonte: Gentilmente cedido por Termomecanica São Paulo SA

Figura 19 – Ensaio Erichsen - Amostra 1



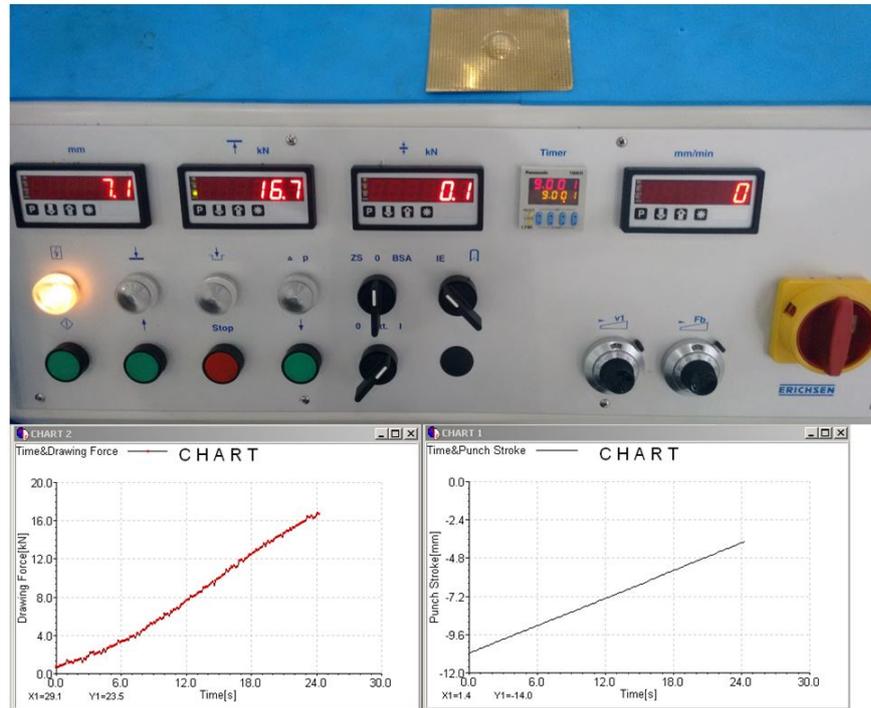
Fonte: Gentilmente cedido por Termomecanica São Paulo SA

Figura 20 – Ensaio Erichsen - Amostra 2



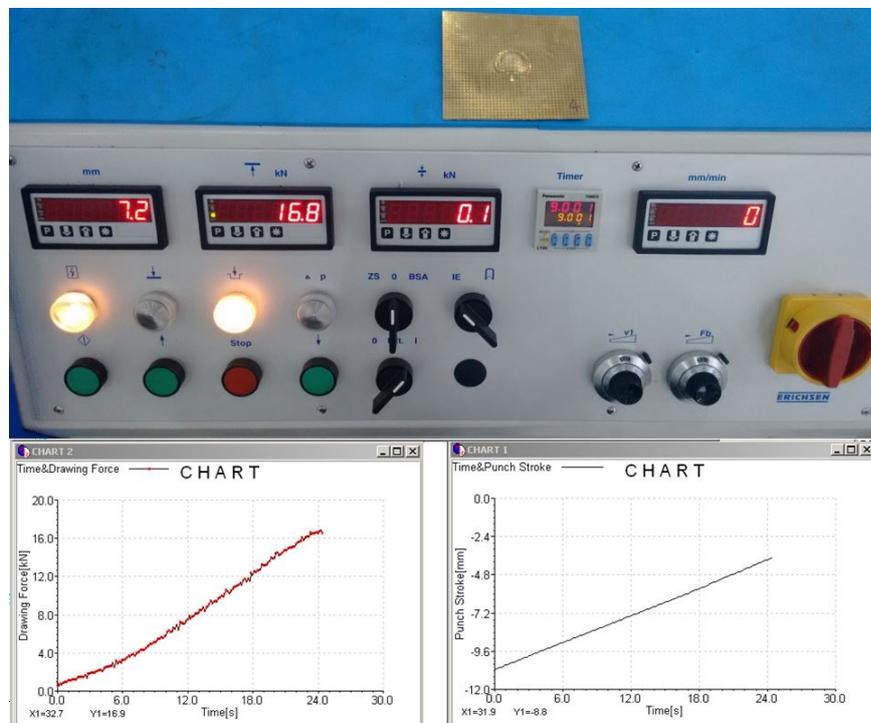
Fonte: Gentilmente cedido por Termomecanica São Paulo SA

Figura 21 – Ensaio Erichsen - Amostra 3



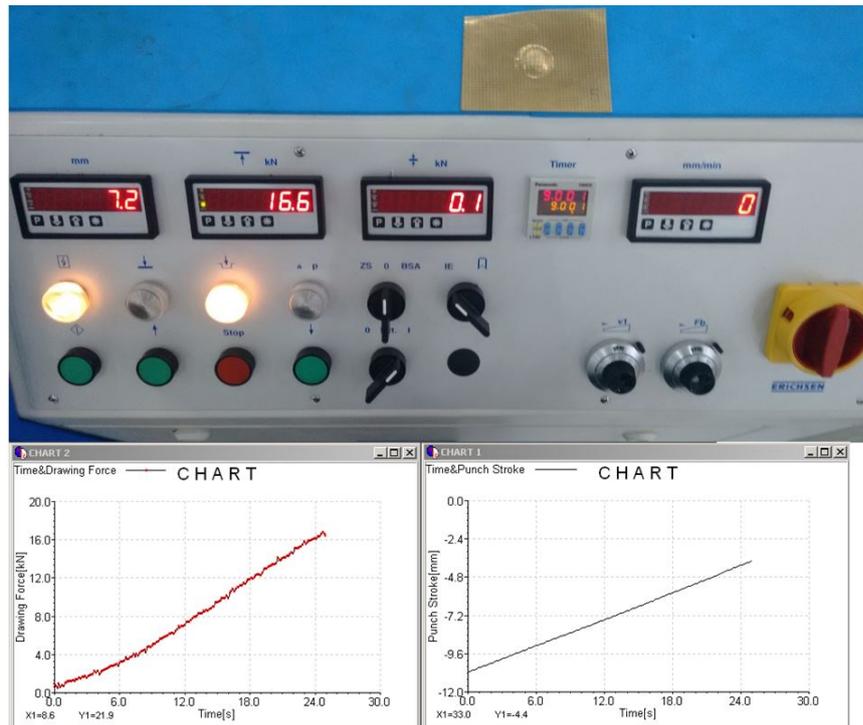
Fonte: Gentilmente cedido por Termomecanica São Paulo SA

Figura 22 – Ensaio Erichsen - Amostra 4



Fonte: Gentilmente cedido por Termomecanica São Paulo SA

Figura 23 – Ensaio Erichsen - Amostra 5



Fonte: Gentilmente cedido por Termomecanica São Paulo SA

Tabela 1 – Resultado dos ensaios Erichsen

Amostra	Força Máxima (kN)	IE (mm)
1	16.0	6.7
2	16.4	7.1
3	16.7	7.1
4	16.8	7.2
5	16.6	7.2
Média	16.5	7.1

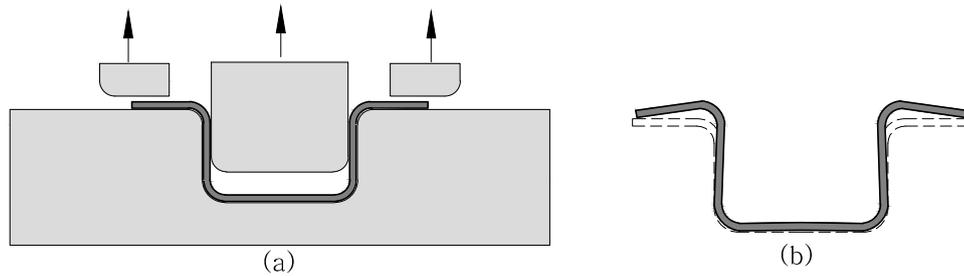
Fonte: Gentilmente cedido por Termomecanica São Paulo SA

3.2 Retorno elástico na conformação de chapas

Quando os dispositivos de conformação, mostrados na figura 24 (a), são removidos: a energia elástica armazenada na chapa metálica durante a aplicação do carregamento é aliviada, de modo que parte da chapa se movimenta no sentido contrário à conformação imposta, este fenômeno é o retorno elástico (*springback*), e está apresentado simplificada-mente na figura 24 (b). O retorno elástico tem fundamental importância nos processos industriais de conformação de chapas metálicas, pois se o desvio da forma esperada superar certa tolerância, acarretará problemas nas fases subsequentes de montagem ou até mesmo

na utilização do componente. E ainda, com a crescente utilização de aços e alumínio avançados e de alta resistência, devido à excelente relação entre peso e resistência (resistência específica), a preocupação com o retorno elástico também cresce, pois esse se intensifica com o aumento da tensão de escoamento associado à redução do módulo de elasticidade (BANABIC, 2010; LEE et al., 2013; HASSAN et al., 2016).

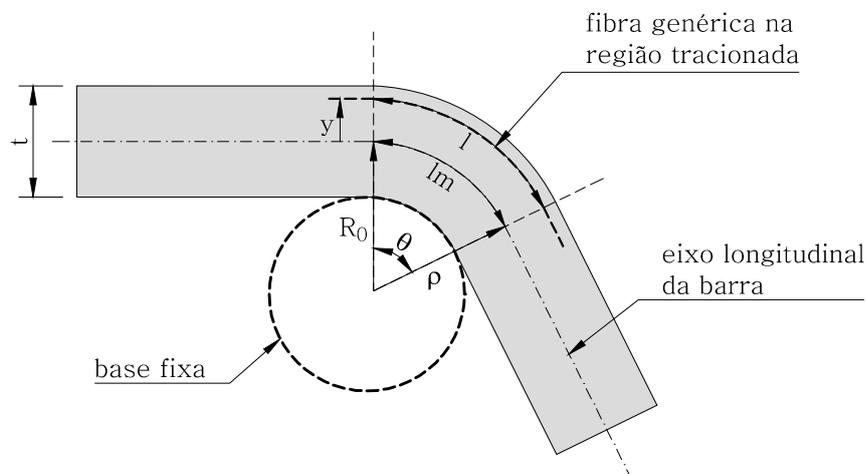
Figura 24 – Retorno elástico esquemático



Fonte: Autor

A finalidade desse trabalho é avaliar o retorno elástico em geometrias e estados de tensões complexos, entretanto sempre vale apresentar modelos simples para o embasamento teórico, de modo que a seguir será apresentada uma descrição teórica da flexão pura de uma barra prismática metálica de seção transversal $b \cdot t$, sendo que essa flexão é limitada por uma base circular fixa sem atrito, com a finalidade de auxiliar na interpretação qualitativa do fenômeno do retorno elástico. A figura 25 mostra a geometria da barra representativa deformada:

Figura 25 – Geometria de uma barra deformada

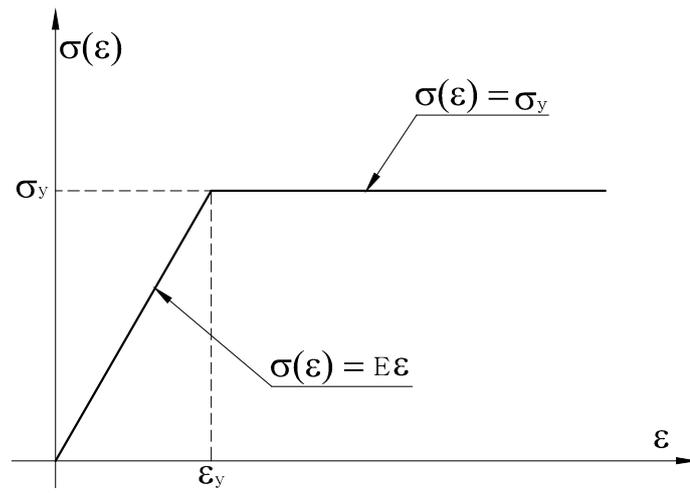


Fonte: Autor

As seguintes simplificações foram introduzidas:

- A seção transversal da barra permanece plana (Hipótese de Navier);
- Medida de engenharia para a deformação;
- Material elasto-plástico perfeito representado na figura 26;
- Raio de dobramento $R > 3t$ (teoria de vigas com eixo reto) e
- Espessura e curvatura são constantes.

Figura 26 – Relação constitutiva de um material elasto-plástico perfeito



Fonte: Autor

Em que E é o módulo de elasticidade longitudinal do material que compõe o elemento e I é o momento de inércia à flexão da seção transversal em relação ao eixo central local paralelo à largura b .

A flexão da barra em um ângulo θ define, em relação à linha média (centro geométrico), o raio de curvatura ρ da seção e portanto a curvatura da seção que é $1/\rho$. Após a flexão, o comprimento do segmento da linha média será $lm = \rho\theta$ (que neste caso de flexão pura é igual ao comprimento inicial l_0). Note que a linha média não coincide, necessariamente, com a linha neutra, pois a posição da linha neutra será movida para adiante do eixo na presença de tração (não é o caso desta descrição) ou para pequenos raios internos da dobra, $R < 3t$. A fibra genérica tracionada afastada y da linha média terá o comprimento l após a flexão, tal que a variação de comprimento pode assim, ser expressa:

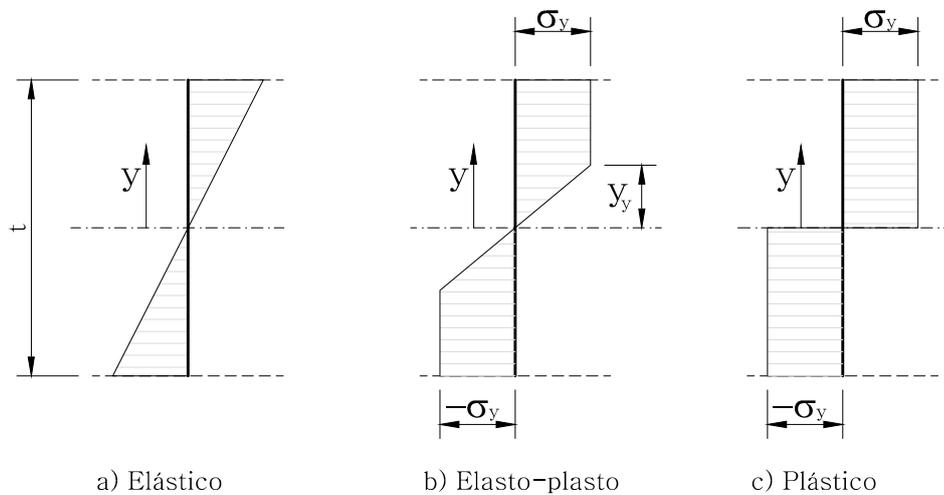
$$\Delta l = l - lm = (\rho + y)\theta - \rho\theta = y\theta \quad (18)$$

De modo que a deformação (utilizando-se a convenção de positivo para alongamento) pode ser escrita na forma:

$$\varepsilon(y) = \frac{\Delta l}{l_m} = \frac{y\theta}{\rho\theta} = \frac{y}{\rho} \quad (19)$$

A figura 27 mostra a variação da tensão devido à flexão ao longo da altura t da seção da barra:

Figura 27 – Variação da tensão ao longo da altura da seção



Fonte: Autor

O momento fletor em qualquer seção pode ser obtido com:

$$M = \int_A \sigma y dA \quad (20)$$

Na região elástica vale a figura 27 a) na qual a tensão em qualquer ponto da seção pode ser obtida, de acordo com a figura 26, com $\sigma(\varepsilon) = E\varepsilon$, que com a consideração da equação 19 fica:

$$\sigma(\varepsilon) = E \frac{y}{\rho} \quad (21)$$

Considerando-se negativo o momento fletor que traciona as fibras superiores, como neste caso, a equação 20 pode ser reescrita, com a inclusão da equação 21, como:

$$M = -\frac{E}{\rho} \int_A y^2 dA = -\frac{EI}{\rho} \quad (22)$$

A partir deste ponto o índice y será sempre associado ao escoamento. Se a fibra extrema superior da seção estiver experimentando escoamento: ε_y , então, nessa fibra a tensão será: $\sigma(\varepsilon_y) = \sigma_y$ e com a equação 19 na equação 21 tem-se:

$$M_y = -EI (1/\rho)_y \quad (23)$$

E nessa condição a equação 21 também pode ser reescrita com $y = t/2$ na forma :

$$\sigma(\varepsilon_y) = E \frac{t/2}{\rho} = \sigma_y \rightarrow \frac{1}{\rho} = (1/\rho)_y = \frac{2\sigma_y}{tE} \quad (24)$$

Na seção em regime elasto-plástico mostrado na figura 27 b), chamando-se de $y = y_y$ a distância do ponto do início da plastificação a partir do eixo, então o momento total dessa seção pode ser escrito na forma:

$$\begin{aligned} M &= \int b \sigma y dy = 2 \int_{y_y}^{t/2} b \sigma_y y dy + 2 \int_0^{y_y} y \frac{y}{y_y} b \sigma_y dy \\ M &= 2\sigma_y b \frac{y^2}{2} \Big|_{y_y}^{t/2} + 2 \frac{\sigma_y b}{y_y} \frac{y^3}{3} \Big|_0^{y_y} \\ M &= \sigma_y b \left(\frac{t^2}{4} - y_y^2 \right) + \frac{2}{3} y_y^2 \sigma_y b \\ M &= \frac{bt^2}{4} \sigma_y \left[1 - \frac{1}{3} \left(\frac{y_y}{t/2} \right)^2 \right] \end{aligned} \quad (25)$$

Note que na equação 25 deve valer e vale $M = M_y$ para $y_y = t/2$, pois:

$$M = \frac{bt^2}{6} \sigma_y = M_y \quad (26)$$

Note também que na equação 25 surge o consagrado $M = \frac{3}{2} M_y$ para $y_y = 0$, que ocorre com a seção totalmente plastificada :

$$M = \frac{3}{2} \frac{bt^2}{6} \sigma_y = \frac{3}{2} M_y \quad (27)$$

Da equação 19 também pode-se escrever na fibra extrema $y = t/2$, que experimenta plastificação:

$$(1/\rho)_y = \frac{\varepsilon_y}{t/2} \rightarrow \varepsilon_y = (1/\rho)_y (t/2) \quad (28)$$

Chamando-se de $y = y_y$ o ponto da figura 27 b) de início da plastificação, então a equação 19 também pode-se escrever para este ponto:

$$(1/\rho) = \frac{\varepsilon_y}{y_y} \rightarrow \varepsilon_y = (1/\rho) y_y \quad (29)$$

Igualando-se as equações 28 e 29 chega-se a:

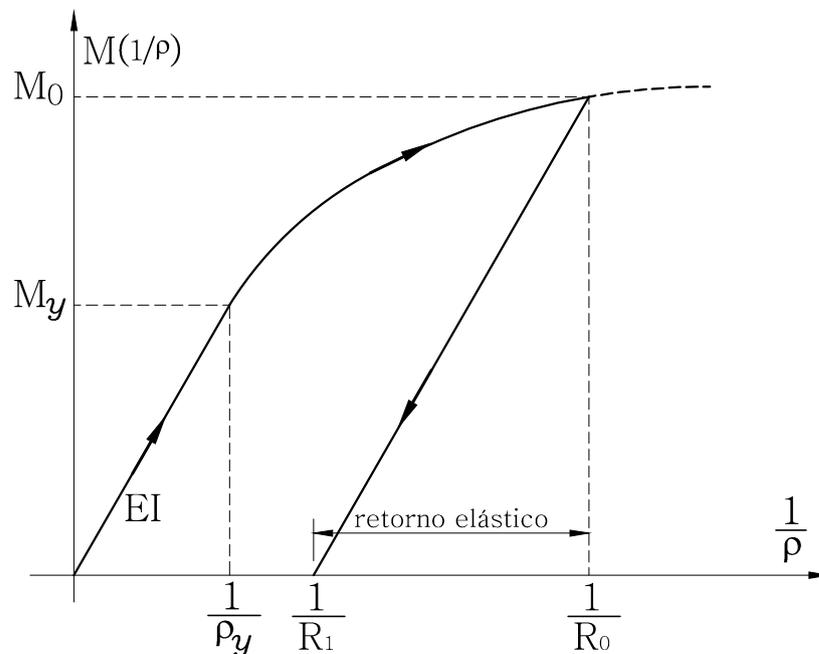
$$\frac{y_y}{t/2} = \frac{(1/\rho)_y}{(1/\rho)} \quad (30)$$

Substituindo-se a equação 30 na equação 25 vem:

$$M = \frac{3}{2} M_y \left[1 - \frac{1}{3} \left(\frac{(1/\rho)_y}{(1/\rho)} \right)^2 \right] \quad (31)$$

A figura 28 apresenta um diagrama típico da relação momento x curvatura de um material elasto-plástico perfeito, que experimentou apenas momento fletor, cujo valor máximo atingido foi M_0 , que é maior que o momento de plastificação (ou de escoamento) M_y . O elemento fletido mostrou a curvatura final $\frac{1}{R_0}$ e após a remoção total do momento fletor atuante apresentou a curvatura permanente $\frac{1}{R_1}$:

Figura 28 – Relação Momento x Curvatura



Fonte: Autor

Note que o retorno elástico pode então ser medido como a diferença entre a curvatura atingida com o carregamento máximo e a curvatura remanescente após o descarregamento

total, ou seja o retorno elástico é $\frac{1}{R_0} - \frac{1}{R_1}$. A equação 31 descreve o trecho de carregamento entre M_y e M_0 do gráfico da figura 28. Já a equação da reta de descarregamento elástico, que é paralela ao trecho elástico inicial, pode ser escrita como:

$$M\left(\frac{1}{\rho}\right) = \frac{M_y}{(1/\rho)_y} \left(\frac{1}{\rho} - \frac{1}{R_1}\right) \quad (32)$$

As equações 31 e 32 se interceptam no ponto $\frac{1}{\rho} = \frac{1}{R_0}$, então:

$$\frac{3}{2}M_y \left[1 - \frac{1}{3} \left(\frac{(1/\rho)_y}{(1/R_0)}\right)^2\right] = \frac{M_y}{(1/\rho)_y} \left(\frac{1}{R_0} - \frac{1}{R_1}\right) \quad (33)$$

Incluindo-se a equação 24 na equação 33 tem-se:

$$\left[\frac{1}{R_0} - \frac{1}{R_1}\right] = 3\frac{\sigma_y}{tE} - 4R_0^2 \left(\frac{\sigma_y}{tE}\right)^3 \quad (34)$$

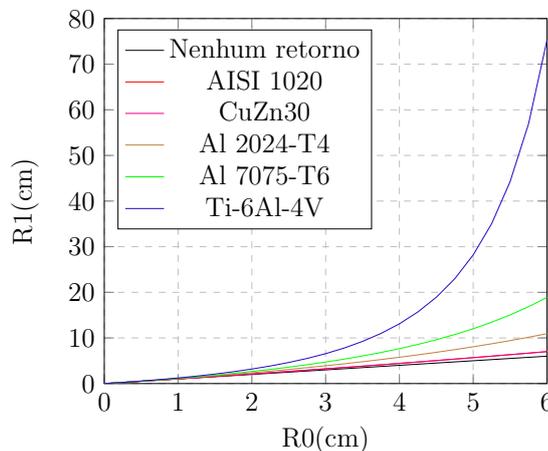
A figura 29 mostra a comparação da evolução do retorno elástico no modelo do desenvolvimento anterior, com base na equação 34, para alguns materiais para uma barra com espessura $t=1.60\text{mm}$, cujas propriedades mecânicas estão indicadas na tabela 2.

Tabela 2 – Propriedades mecânicas de alguns materiais de uso industrial

Material	$E(kN/cm^2)$	$\sigma_y(kN/cm^2)$	σ_y/E
AISI 1020	20300	26.0	1/780
CuZn30	10325	13.2	1/780
Al 2024-T4	7310	30.3	1/240
Al 7075-T6	7100	46.9	1/150
Ti-6Al-4V	11700	118.5	1/100

Fonte: (DOWLING, 2007)

Figura 29 – Comparação do retorno elástico para alguns materiais



Fonte: Autor

4 Mecânica dos sólidos deformáveis

Para a consideração de geometrias e estados de tensões mais complexos na previsão do retorno elástico de processos de conformação de chapas metálicas deve-se lançar mão da mecânica dos sólidos deformáveis, de modo a garantir maior proximidade entre o modelo matemático e o problema estrutural real. Nessa linha, será apresentada a seguir os conceitos básicos da mecânica dos sólidos deformáveis capazes de representar problemas estruturais de grande complexidade como os que trata esse trabalho.

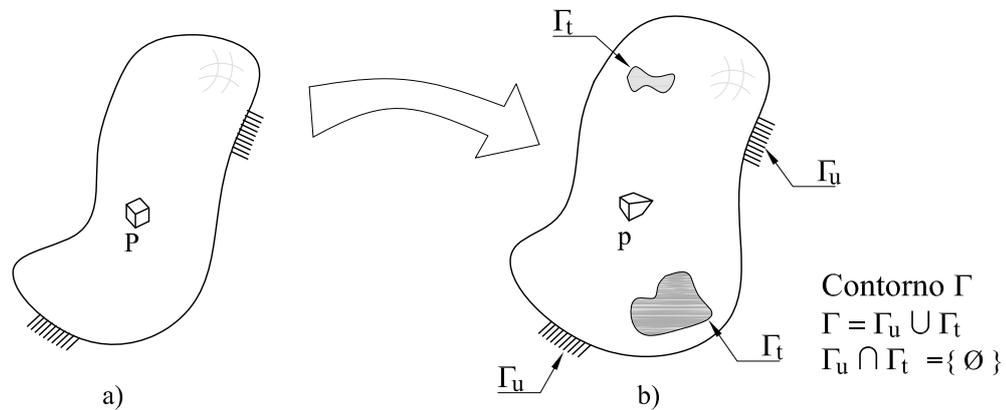
Um sólido deformável pode ser, teoricamente, caracterizado como infinitos pontos ligados pela rigidez do material que o constitui, formando uma região contínua no espaço. De modo, que a mecânica dos sólidos deformáveis pode ser tratada como uma sub área da mecânica dos meios contínuos, nesta condição, seu objetivo também será o de descrever as grandezas de campo (são aquelas que variam de ponto para ponto): deslocamentos, velocidades, acelerações, deformações e tensões.

Para a descrição das grandezas de campo de um sólido deformável é necessária, por sua vez, a adequada descrição da cinemática da mudança de configurações, entendendo *configuração* como o mapeamento da posição de cada um dos pontos que compõem o sólido, de modo, que descrever adequadamente a cinemática da mudança de configuração significa estabelecer uma relação *consistente* entre duas configurações em análise.

Quanto maior for o rigor do sentido da palavra *consistente*, utilizada acima, tão mais exata será a descrição da mudança de configuração, de modo que, são possíveis diversos níveis de rigor na inclusão das definições, que é justamente o que caracteriza cada uma das *teorias das estruturas* disponíveis.

A figura 30 apresenta um sólido deformável, a) na configuração de referência e b) na configuração em análise, ou seja na configuração corrente, sujeito aos deslocamentos prescritos em algumas regiões do seu contorno externo, bem como às forças concentradas aplicadas, além de forças por unidade de área aplicadas e ainda às forças por unidade de volume.

Figura 30 – Movimento de um sólido deformável da configuração a) para a configuração b)



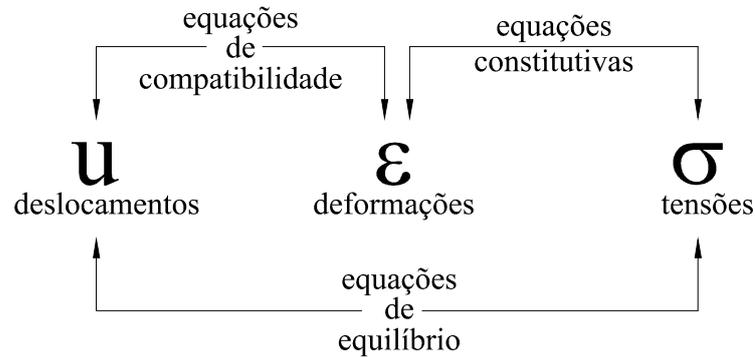
Fonte: (BONET; WOOD, 2009)

Γ_u é a região do contorno externo com deslocamentos prescritos e Γ_t é a região do contorno externo com carregamentos prescritos.

O equacionamento geral da mudança de configuração de um sólido deformado pode ser assim descrito: Considere um cubo infinitesimal P de referência, em destaque na figura 30, que é forçado a se movimentar como um corpo rígido, entretanto, existem regiões do contorno externo do sólido com restrições de movimento impostas que impedem a livre ocorrência de movimento de corpo rígido, de modo que ocorrerá certo movimento de corpo rígido, que corresponde ao alongamento ou encurtamento e/ou distorção (*deformação*) dos cubos adjacente somado à *deformação* do próprio cubo de referência. À medida em que o cubo de referência experimenta uma combinação dos movimentos relativos descritos (deformações), surgirão tensões internas com o propósito de reconstituir os movimentos relativos percebidos. A intensidade destas tensões internas é função da rigidez do sólido, que por sua vez é uma função da geometria e do material constituinte.

A figura 31 mostra o inter relacionamento entre os conjuntos de equações que regem a mecânica dos sólidos deformáveis:

Figura 31 – Equacionamento geral da mecânica dos sólidos deformáveis

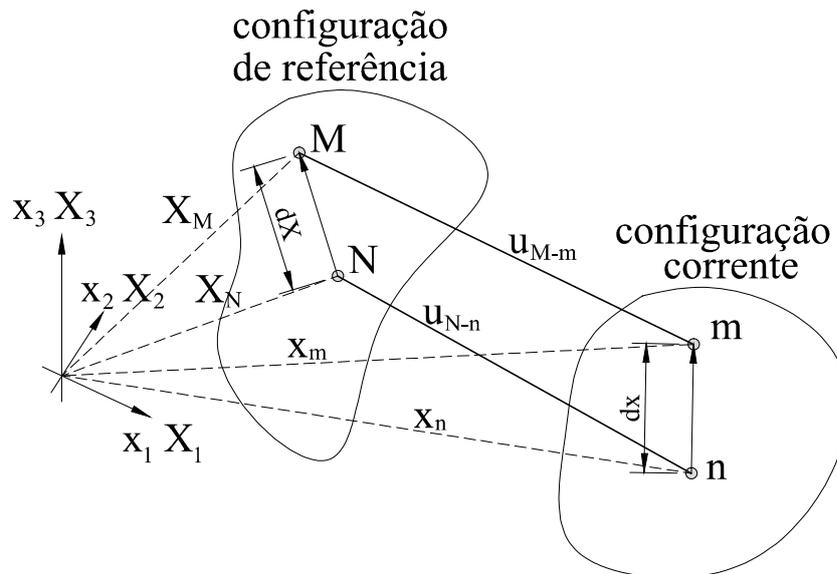


Fonte: Autor

Medida de deformação. Deformação é o movimento relativo, que pode ser de *alongamento* ou *encurtamento* associado à direção normal à superfície em análise e *ângulo de distorção* associado à direção tangencial à superfície em análise. A descrição da deformação é puramente matemática, ou seja, não depende do material envolvido.

A figura 32 apresenta uma fibra de controle de comprimento dX na configuração de referência, que é deformada para o comprimento dx na configuração corrente:

Figura 32 – Deformação de uma fibra genérica infinitesimal de um sólido



Fonte: (REDDY, 2008)

A mudança de forma da fibra de controle descrita na figura 32 pode assim ser expressa:

$$d\mathbf{x} = \mathbf{F} \cdot d\mathbf{X} \quad (35)$$

$$d\mathbf{X} = \mathbf{F}^{-1} \cdot d\mathbf{x} \quad (36)$$

Em que \mathbf{F} é o operador gradiente em relação a \mathbf{X} : ∇_0 e \mathbf{F}^{-1} é o operador gradiente em relação a \mathbf{x} : ∇ :

$$\mathbf{F} = \nabla_0 = \begin{bmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial X_1} & \frac{\partial x_1}{\partial X_2} & \frac{\partial x_1}{\partial X_3} \\ \frac{\partial x_2}{\partial X_1} & \frac{\partial x_2}{\partial X_2} & \frac{\partial x_2}{\partial X_3} \\ \frac{\partial x_3}{\partial X_1} & \frac{\partial x_3}{\partial X_2} & \frac{\partial x_3}{\partial X_3} \end{bmatrix} \quad (37)$$

$$\mathbf{F}^{-1} = \nabla = \begin{bmatrix} \frac{\partial X_1}{\partial x_1} & \frac{\partial X_1}{\partial x_2} & \frac{\partial X_1}{\partial x_3} \\ \frac{\partial X_2}{\partial x_1} & \frac{\partial X_2}{\partial x_2} & \frac{\partial X_2}{\partial x_3} \\ \frac{\partial X_3}{\partial x_1} & \frac{\partial X_3}{\partial x_2} & \frac{\partial X_3}{\partial x_3} \end{bmatrix} \quad (38)$$

Como as transformações indicadas relacionam um único par de configurações significa que seu determinante é positivo definido e portanto são inversíveis. Os determinantes dos gradientes indicados são também chamados de *Jacobiano da transformação*: \mathbf{J} .

O quadrado das distâncias entre os pontos M e N e entre os pontos m e n são respectivamente:

$$(dS)^2 = d\mathbf{X} \cdot d\mathbf{X} \quad (39)$$

$$(ds)^2 = d\mathbf{x} \cdot d\mathbf{x} \quad (40)$$

A equação 40, considerando-se a equação 35 pode ser reescrita na forma:

$$(ds)^2 = d\mathbf{x} \cdot d\mathbf{x} = d\mathbf{X} \cdot (\mathbf{F}^T \cdot \mathbf{F}) \cdot d\mathbf{X} = d\mathbf{X} \cdot \mathbf{C} \cdot d\mathbf{X} \quad (41)$$

Em que \mathbf{C} é uma das inúmeras formas de se medir a deformação e é chamado de tensor das deformações de Cauchy-Green¹:

$$\mathbf{C} = \mathbf{F}^T \cdot \mathbf{F} \quad (42)$$

¹ Também chamado de right Cauchy-Green, pois o gradiente \mathbf{F} está à direita na equação 42

Analogamente a equação 39 considerando-se a equação 36 pode ser reescrita na forma:

$$(dS)^2 = d\mathbf{X} \cdot d\mathbf{X} = d\mathbf{x} \cdot (\mathbf{F}^{-T} \cdot \mathbf{F}^{-1}) \cdot d\mathbf{x} = d\mathbf{x} \cdot \mathbf{b}^{-1} \cdot d\mathbf{x} \quad (43)$$

Em que \mathbf{b} é chamado de tensor das deformações de Finger (também identificado com left Cauchy-Green):

$$\mathbf{b} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{F}^T \quad (44)$$

Uma outra forma usual de se medir a deformação é tomar a diferença dos quadrados dos comprimentos da fibra de controle:

$$(ds)^2 - (dS)^2 = d\mathbf{x} \cdot d\mathbf{x} - d\mathbf{X} \cdot d\mathbf{X} = d\mathbf{X} \cdot (\mathbf{F}^T \cdot \mathbf{F}) \cdot d\mathbf{X} - d\mathbf{X} \cdot d\mathbf{X} = d\mathbf{X} \cdot (\mathbf{F}^T \cdot \mathbf{F} - \mathbf{I}) \cdot d\mathbf{X} \quad (45)$$

$$2\mathbf{E} = \mathbf{F}^T \cdot \mathbf{F} - \mathbf{I} \quad (46)$$

$$(ds)^2 - (dS)^2 = 2d\mathbf{X} \cdot \mathbf{E} \cdot d\mathbf{X} \quad (47)$$

$$\mathbf{E} = \frac{(ds)^2 - (dS)^2}{2 \cdot (dS)^2} \quad (48)$$

Em que \mathbf{E} é chamado de tensor das deformações de Green:

$$\mathbf{E} = \frac{1}{2}(\mathbf{F}^T \cdot \mathbf{F} - \mathbf{I}) = \frac{1}{2}(\mathbf{C} - \mathbf{I}) \quad (49)$$

Analogamente, a equação 45 pode ser reescrita na forma:

$$(ds)^2 - (dS)^2 = d\mathbf{x} \cdot d\mathbf{x} - d\mathbf{x} \cdot (\mathbf{F}^{-T} \cdot \mathbf{F}^{-1}) \cdot d\mathbf{x} = d\mathbf{x} \cdot (\mathbf{I} - \mathbf{F}^{-T} \cdot \mathbf{F}^{-1}) \cdot d\mathbf{x} \quad (50)$$

$$2\mathbf{e} = \mathbf{I} - \mathbf{F}^{-T} \cdot \mathbf{F}^{-1} \quad (51)$$

$$(ds)^2 - (dS)^2 = 2d\mathbf{x} \cdot \mathbf{e} \cdot d\mathbf{x} \quad (52)$$

$$\mathbf{e} = \frac{(ds)^2 - (dS)^2}{2 \cdot (ds)^2} \quad (53)$$

Em que \mathbf{e} é chamado de tensor das deformações de Almansi:

$$\mathbf{e} = \frac{1}{2}(\mathbf{I} - \mathbf{F}^{-T} \cdot \mathbf{F}^{-1}) = \frac{1}{2}(\mathbf{I} - \mathbf{b}^{-1}) \quad (54)$$

Note nas equações 41 e 47 que as deformações estão descritas em relação ao comprimento da fibra de controle na configuração de referência, esta formulação é chamada de *lagrangeana*, já nas equações 43 e 52 as deformações estão descritas em relação ao comprimento da fibra de controle na configuração corrente e esta formulação é dita *euleriana*.

4.1 Equações de compatibilidade

Considerando-se ainda a figura 32 pode-se escrever o deslocamento \mathbf{u} de um ponto como a diferença das coordenadas nas duas configurações:

$$\mathbf{u} = \mathbf{x} - \mathbf{X} \rightarrow \mathbf{x} = \mathbf{X} + \mathbf{u} \quad (55)$$

$$\nabla_0 \mathbf{x} = \nabla_0 \mathbf{X} + \nabla_0 \mathbf{u} \quad (56)$$

$$\mathbf{F} = \mathbf{I} + \mathbf{L} \quad (57)$$

Em que \mathbf{L} é o gradiente dos deslocamentos em relação a \mathbf{X}

$$\mathbf{L} = \nabla_0 \mathbf{u} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u_1}{\partial X_1} & \frac{\partial u_1}{\partial X_2} & \frac{\partial u_1}{\partial X_3} \\ \frac{\partial u_2}{\partial X_1} & \frac{\partial u_2}{\partial X_2} & \frac{\partial u_2}{\partial X_3} \\ \frac{\partial u_3}{\partial X_1} & \frac{\partial u_3}{\partial X_2} & \frac{\partial u_3}{\partial X_3} \end{bmatrix} \quad (58)$$

Substituindo-se a equação 57 na equação 49 chega-se a :

$$\mathbf{E} = \frac{1}{2}[(\mathbf{I} + \mathbf{L}) \cdot (\mathbf{I} + \mathbf{L})^T - \mathbf{I}] = \frac{1}{2}(\mathbf{L} + \mathbf{L}^T + \mathbf{L} \cdot \mathbf{L}^T) \quad (59)$$

$$\mathbf{E}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial X_j} + \frac{\partial u_j}{\partial X_i} + \frac{\partial u_k}{\partial X_i} \frac{\partial u_k}{\partial X_j} \right) \quad (60)$$

$$\mathbf{E}_{11} = \frac{\partial u_1}{\partial X_1} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial u_1}{\partial X_1} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_2}{\partial X_1} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_3}{\partial X_1} \right)^2 \right] \quad (61)$$

$$\mathbf{E}_{22} = \frac{\partial u_2}{\partial X_2} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial u_1}{\partial X_2} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_2}{\partial X_2} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_3}{\partial X_2} \right)^2 \right] \quad (62)$$

$$\mathbf{E}_{33} = \frac{\partial u_3}{\partial X_3} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial u_1}{\partial X_3} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_2}{\partial X_3} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_3}{\partial X_3} \right)^2 \right] \quad (63)$$

$$\mathbf{E}_{12} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_1}{\partial X_2} + \frac{\partial u_2}{\partial X_1} + \frac{\partial u_1}{\partial X_1} \frac{\partial u_1}{\partial X_2} + \frac{\partial u_2}{\partial X_1} \frac{\partial u_2}{\partial X_2} + \frac{\partial u_3}{\partial X_1} \frac{\partial u_3}{\partial X_2} \right) \quad (64)$$

$$\mathbf{E}_{13} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_1}{\partial X_3} + \frac{\partial u_3}{\partial X_1} + \frac{\partial u_1}{\partial X_1} \frac{\partial u_1}{\partial X_3} + \frac{\partial u_2}{\partial X_1} \frac{\partial u_2}{\partial X_3} + \frac{\partial u_3}{\partial X_1} \frac{\partial u_3}{\partial X_3} \right) \quad (65)$$

$$\mathbf{E}_{23} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_2}{\partial X_3} + \frac{\partial u_3}{\partial X_2} + \frac{\partial u_1}{\partial X_2} \frac{\partial u_1}{\partial X_3} + \frac{\partial u_2}{\partial X_2} \frac{\partial u_2}{\partial X_3} + \frac{\partial u_3}{\partial X_2} \frac{\partial u_3}{\partial X_3} \right) \quad (66)$$

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{11} & \mathbf{E}_{12} & \mathbf{E}_{13} \\ \mathbf{E}_{21} & \mathbf{E}_{21} & \mathbf{E}_{23} \\ \mathbf{E}_{31} & \mathbf{E}_{32} & \mathbf{E}_{33} \end{bmatrix} \quad (67)$$

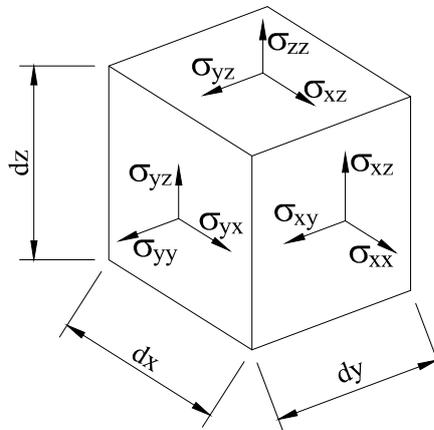
Da equação 60 se percebe a igualdade $\mathbf{E}_{ij} = \mathbf{E}_{ji}$, de modo que serão seis equações diferenciais independentes, que trazem os componentes do tensor das deformações de Green apresentadas nas equações 61 a 66 e organizados na equação 67, note que para a exata caracterização do estado de deformação de um ponto são necessários nove componentes, que podem ser escritos na forma matricial com dimensão 3x3 também chamada de *tensor de segunda ordem*. Procedimento análogo seria utilizado para apresentar os componentes dos demais tensores de deformação.

As equações de compatibilidade são aquelas que relacionam os deslocamentos com as deformações. Se os deslocamentos são conhecidos, então a obtenção das deformações é relativamente simples, o contrário entretanto não é tão simples, pois existem seis equações diferenciais independentes e apenas três deslocamentos desconhecidos, de modo que infinitas soluções seriam possíveis, entretanto existem as equações de compatibilidade de Saint Venant, que são necessárias e suficientes para garantir a unicidade entre as relações entre deformações e deslocamentos.

Medida de tensão. A figura 33 mostra as tensões que surgem nas superfícies do cubo infinitesimal em equilíbrio na configuração corrente, que é chamado de tensor das tensões de Cauchy:

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \quad (68)$$

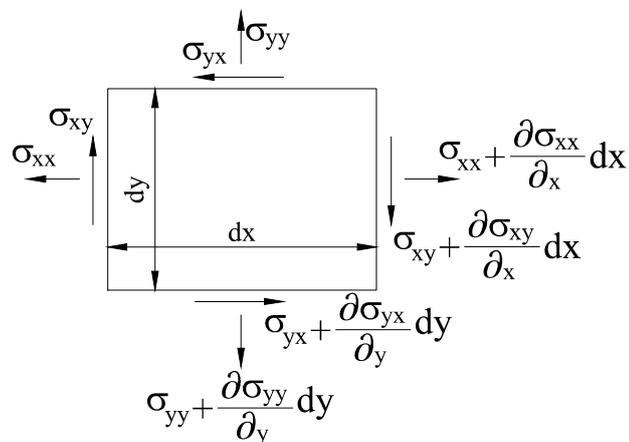
Figura 33 – Cubo de Cauchy na configuração corrente



Fonte: Autor

A figura 34 mostra as tensões que surgem nas superfícies laterais de um corte paralelo ao plano xy do cubo infinitesimal na configuração corrente:

Figura 34 – Corte paralelo ao plano xy do Cubo de Cauchy na configuração corrente



Fonte: Autor

A equação 69 apresenta o equilíbrio dos momentos em relação ao centro do cubo:

$$\sigma_{xy}dydz\frac{dx}{2} + (\sigma_{xy} + \frac{\partial\sigma_{xy}}{\partial x}dx)dydz\frac{dx}{2} - \sigma_{yx}dxdz\frac{dy}{2} - (\sigma_{yx} + \frac{\partial\sigma_{yx}}{\partial y}dy)dxdz\frac{dy}{2} = 0 \quad (69)$$

$$dv = dxdydz \quad (70)$$

Com a equação 70 que apresenta um infinitésimo de volume e considerando-se que os termos com multiplicação de quatro infinitésimos têm ordem de grandeza desprezível se comparados aos que têm multiplicação de três infinitésimos, pode-se perceber a simetria dos componentes com índices xy e yx e analogamente para os demais pares o que torna o tensor com apenas seis componentes independentes:

$$\sigma_{xy} = \sigma_{yx} \quad (71)$$

$$\sigma_{xz} = \sigma_{zx} \quad (72)$$

$$\sigma_{zy} = \sigma_{yz} \quad (73)$$

4.2 Equações de equilíbrio

Estabelecendo-se o equilíbrio de forças na direção horizontal da figura 34 com inclusão da força de volume b_x vem:

$$\begin{aligned} & -\sigma_{xx}dydz + (\sigma_{xx} + \frac{\partial\sigma_{xx}}{\partial x}dx)dydz \\ & -\sigma_{yx}dxdz + (\sigma_{yx} + \frac{\partial\sigma_{yx}}{\partial y}dy)dxdz \\ & -\sigma_{zx}dxdy + (\sigma_{zx} + \frac{\partial\sigma_{zx}}{\partial z}dz)dxdy \\ & +b_xdxdydz = 0 \end{aligned}$$

$$\left(\frac{\partial\sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial\sigma_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial\sigma_{zx}}{\partial z} + b_x \right) dxdydz = 0$$

Analogamente ao desenvolvimento anterior, tem-se o conjunto de equações de equilíbrio:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial z} + b_x \right) &= 0 \\ \left(\frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zy}}{\partial z} + b_y \right) &= 0 \\ \left(\frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + b_z \right) &= 0 \end{aligned} \quad (74)$$

O desenvolvimento acima é exato e fisicamente intuitivo, entretanto o tensor de Cauchy utilizado retrata a tensão na configuração deformada medida por unidade de área deformada, formulação euleriana, o que torna impossível de se operacionalizar diretamente com esse tensor em problemas práticos da mecânica dos sólidos deformáveis, já que a configuração deformada é, normalmente desconhecida, de modo que alguma transformação matemática será necessária para relacionar a tensão com a geometria na configuração de referência:

$$\mathbf{S} = \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{F}^{-T} \quad (75)$$

A equação 75 mostra o Segundo Tensor de Piolla-Kirchhoff \mathbf{S} obtido a partir do tensor de tensão de Cauchy: $\boldsymbol{\sigma}$, e que traz forças na configuração corrente relacionadas às áreas na configuração de referência. No caso geral, este tensor é não simétrico mesmo sendo simétrico o tensor de Cauchy de origem e

$$\mathbf{P} = J\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{F}^{-T} \quad (76)$$

A equação 76 mostra o Primeiro Tensor de Piolla-Kirchhoff \mathbf{P} obtido a partir do tensor de tensão de Cauchy: $\boldsymbol{\sigma}$, e que relaciona as forças na configuração corrente às áreas na configuração de referência. Este tensor é simétrico.

4.3 Equações constitutivas

As equações constitutivas relacionam tensão e deformação e são, na essência, modelos matemáticos de representação do comportamento dos materiais validados por resultados experimentais, trata de incluir as informações descritas no item 2.1. Boa parte da diferença

entre as previsões teóricas e os resultados experimentais é atribuída ao nível de precisão da representação do comportamento dos materiais (REDDY, 2008).

4.3.1 Grandes deformações elasto-plásticas

Nos problemas que envolvem grandes deformações plásticas a taxa de deformação é utilizada para a determinação da variação da superfície de escoamento. A taxa de deformação é a velocidade de modificação de um elemento infinitesimal no tempo, que pode ser expressa como:

$$v = \frac{dx}{dt} \quad (77)$$

Para todas as direções, tem-se:

$$\mathbf{v} = \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial t} \quad (78)$$

Na equação 79, l é a *velocidade relativa* entre dois pontos na mesma vizinhança e afastados de $d\mathbf{x}$:

$$l = \frac{d\mathbf{v}}{d\mathbf{x}} \quad (79)$$

Trata-se do *gradiente da velocidade* em relação à configuração corrente e que no caso geral para todas as direções pode ser escrito na forma:

$$\mathbf{l} = \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \mathbf{x}} = \nabla \mathbf{v} \quad (80)$$

Derivando-se o gradiente da transformação \mathbf{F} da equação 37 em relação ao tempo e incluindo-se a equação 78 vem:

$$\dot{\mathbf{F}} = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{X}} \right) = \frac{\partial}{\partial \mathbf{X}} \left(\frac{\partial \mathbf{x}}{\partial t} \right) = \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \mathbf{X}} = \nabla_0 \mathbf{v} \quad (81)$$

Por simples manipulação matemática da equação 81, vem:

$$\dot{\mathbf{F}} = \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \mathbf{X}} = \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \mathbf{x}} \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{X}} \quad (82)$$

Trazendo as equações 80 e 38 na equação 82, vem:

$$\mathbf{l} = \dot{\mathbf{F}} \mathbf{F}^{-1} \quad (83)$$

Em que $\dot{\mathbf{E}}$ é o tensor da *taxa de deformação* em relação à configuração de referência. O gradiente da velocidade \mathbf{l} pode ser escrito como:

$$\mathbf{l} = \mathbf{d} + \mathbf{w} \quad (84)$$

Em que \mathbf{d} é a parcela de deformação propriamente dita, que é chamado de *tensor taxa de deformação* que é simétrico e \mathbf{w} que é a parcela do giro de corpo rígido, que é chamado de *tensor de rotação* que é anti simétrico e podem ser escritos na forma:

$$\mathbf{d} = \frac{1}{2} (\mathbf{l} + \mathbf{l}^T) \quad (85)$$

$$\mathbf{w} = \frac{1}{2} (\mathbf{l} - \mathbf{l}^T) \quad (86)$$

Com as equações 79 e 84 pode-se escrever:

$$d\mathbf{v} = (\mathbf{d} + \mathbf{w})d\mathbf{x} \quad (87)$$

A equação 87 mostra que o movimento total é a soma da taxa de deformação com o giro de corpo rígido e ainda que essas duas parcelas são desacopladas, ou seja são separáveis e independentes. O tensor taxa de deformação \mathbf{d} pode ser separado ainda na porção elástica: \mathbf{d}^e e na porção plástica: \mathbf{d}^p , de modo que :

$$\mathbf{d} = \mathbf{d}^e + \mathbf{d}^p \quad (88)$$

Escrevendo-se o *critério de escoamento* na forma:

$$f = \bar{\sigma} - H(\bar{\varepsilon}^p) = 0 \quad (89)$$

A equação 89 indica que o escoamento ocorre quando a *tensão efetiva* $\bar{\sigma}$, que é uma função escalar do estado de tensão do ponto em análise, atinge um valor crítico H , que por sua vez é função da *deformação plástica efetiva* $\bar{\varepsilon}^p$

A *condição de normalidade* estabelece que a taxa de deformação plástica \mathbf{d}^p é normal à superfície de escoamento e aponta para fora, podendo então ser expressa na forma:

$$\mathbf{d}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial f}{\partial \sigma} \quad (90)$$

Durante a deformação plástica a tensão do ponto em análise permanece sobre a superfície de escoamento, de modo que a taxa do trabalho plástico pode ser escrito na forma:

$$\dot{W}^p = \bar{\sigma} \dot{\bar{\epsilon}}^p = \sigma : \mathbf{d}^p \quad (91)$$

Em que $\dot{\bar{\epsilon}}^p$ é a *taxa da deformação plástica efetiva*. Combinando-se as equações 90 e 91, pode-se escrever:

$$\dot{\lambda} = \dot{\bar{\epsilon}}^p \quad (92)$$

Os critérios de escoamento de Von Mises e Hill1948 podem ser escritos na forma quadrática:

$$\bar{\sigma} = (\sigma^T \mathbf{A} \sigma)^{1/2} \quad (93)$$

Em que \mathbf{A} é a matriz que descreve a anisotropia do material. O gradiente da superfície de escoamento pode ser expresso na forma:

$$\frac{\partial f}{\partial \sigma} = \frac{1}{\bar{\sigma}} \mathbf{A} \sigma \quad (94)$$

Substituindo-se a equação 94 na equação 90 com auxílio da equação 92, vem:

$$\mathbf{d}^p = \frac{\dot{\bar{\epsilon}}^p}{\bar{\sigma}} \mathbf{A} \sigma \quad (95)$$

A forma quadrática permite a inversão da matriz \mathbf{A} , podendo-se então escrever:

$$\sigma = \frac{\dot{\bar{\epsilon}}^p}{\bar{\sigma}} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{d}^p \quad (96)$$

Com as equações 91 e 93 pode-se escrever:

$$\dot{\bar{\epsilon}}^p = (\mathbf{d}^T \mathbf{A}^{-1} \mathbf{d})^{1/2} \quad (97)$$

4.4 Classificação das análises

Quando a relação tensão x deformação é não linear trata-se de uma situação com *não linearidade física* e quando grandes deslocamentos e rotações estão envolvidos trata-se de

uma situação com *não linearidade geométrica* que podem ou não ocorrem simultaneamente. Quando o problema em análise requer alguma condição de contato entre os corpos, com ou sem atrito então a não linearidade é introduzida pelas condições de contorno. Existem ainda os casos em que podem ocorrer não linearidades associadas à possibilidade de instabilidade e nesse caso a instabilidade pode ser de duas formas: *geométrica*, que é ligada à falta ou insuficiência de rigidez à rotação e é chamada genericamente de flambagem ou *material* que é devido às falhas locais por exemplo: de bandas de cisalhamento, empescoçamento e enrugamento.

De acordo com o tipo de análise necessária e do tipo de formulação escolhido, a tabela 1 mostra as medidas de deformação e de tensão necessárias, de modo que os pares conjugados adequados sejam considerados:

Quadro 1 – Classificação das análises que incluem não linearidade

Deslocamentos e Rotações	Deformações	Relação $\sigma \times \varepsilon$	Formulação	Medida de deformação	Medida de tensão
Pequenos	Pequenas	Não linear	Não Linearidade Física	Engenharia	Engenharia
Grandes	Pequenas	Linear / Não linear	Lagrangeana Total Lagrangeana Atualizada	Green Almansi	Segundo tensor de Piolla-Kirchhoff Cauchy
Grandes	Grandes	Linear / Não linear	Lagrangeana Total Lagrangeana Atualizada	Green Logarítmica	Segundo tensor de Piolla-Kirchhoff Cauchy

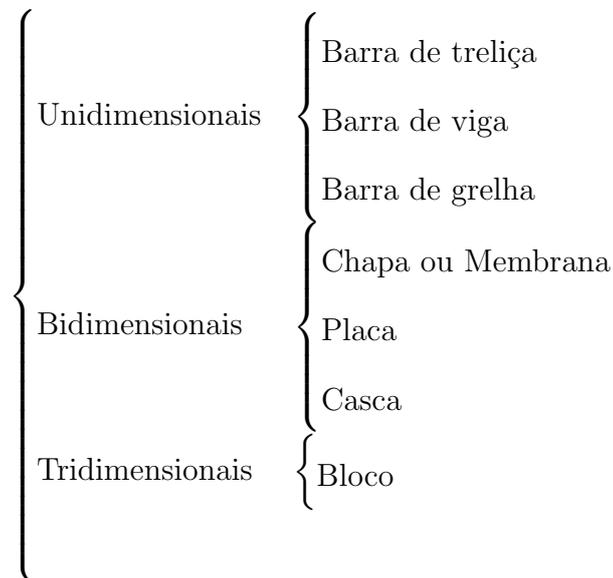
Fonte: (BATHE, 1996)

Sempre que existir algum tipo de não linearidade a solução das equações da mecânica das estruturas será do tipo incremental e iterativa com pequenos passos de carregamento que se acumulam até o carregamento total, sendo utilizado para tanto, algum algoritmo baseado no consagrado método de Newton-Raphson. Se a formulação é do tipo lagrangeana total, então a matriz de rigidez de referência da estrutura é a inicial e é sempre a mesma, já na opção pela formulação do tipo lagrangeana atualizada a matriz de rigidez de referência da estrutura é atualizada de tal forma que em cada passo de carregamento a matriz de rigidez de referência é a do passo anterior.

5 Método dos elementos finitos

Os sistemas físicos industriais são, geralmente, muito complexos em termos de geometria, fixações e materiais envolvidos, de modo que a solução analítica do comportamento estrutural, tal qual descrita no item anterior, é praticamente impossível. Nesses casos, são adotadas hipóteses simplificadoras, por exemplo: o denominado *comportamento estático* corresponde à hipótese simplificadora de aplicação gradual das ações externas para que as forças inerciais e de amortecimento possam ser desprezadas, já a dita *linearidade geométrica* é obtida com a hipótese simplificadora de que o elemento estrutural em análise só experimenta pequenos deslocamentos e pequenas deformações e assim por diante, fazendo com que a escolha do tipo de análise seja parte do procedimento de modelagem (SORIANO, 2003).

Organizados por hipótese simplificadora na forma geométrica seguida da hipótese simplificadora do tipo de movimento relativo que são capazes de perceber, os elementos estruturais podem ser dispostos nas seguintes famílias:

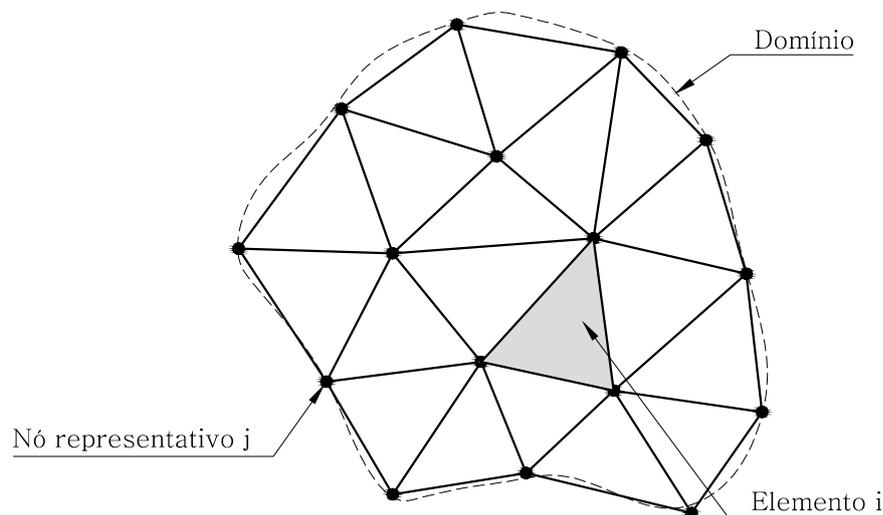


Mesmo com a inclusão das hipóteses simplificadoras de forma geométrica e do movimento relativo percebido como apresentado no esquema anterior, a solução analítica ainda não pode ser obtida para grande parte dos problemas práticos, sendo necessária a inclusão de novas simplificações, que em parte serão adicionadas pelo próprio processo de solução, a partir daí a solução analítica dá lugar às *soluções numéricas*. Nesse contexto, surgiram diversos métodos numéricos que transformam o problema contínuo em um problema discreto como a soma de diversos sub conjuntos interligados por um número finito de pontos, de modo que as incógnitas, ou seja, as grandezas de campo, não sejam

mais definidas em um número infinito de pontos, mas sim em poucos pontos *representativos*. Métodos numéricos com essa característica são o método das diferenças finitas (MDF), o método dos elementos de contorno (MEC) e o método dos elementos finitos (MEF), sendo o MEF, aquele que tem sido mais desenvolvido e largamente utilizado para a aplicação em diversos tipos de problemas da mecânica das estruturas.

Em uma visão macro simplificada, pode-se dizer que no MEF clássico toma-se o domínio contínuo, que representa a geometria do sistema físico e por algum critério, que muitas vezes depende do tipo de problema e/ou da experiência do analista, criam-se alguns pontos representativos da estrutura, que definem a denominada: *malha* do MEF, como a indicada na figura 35, e nesses pontos representativos são definidos então, quais movimentos independentes podem ser percebidos pelo modelo, ou seja quais são os *graus de liberdade* desses pontos representativos, a seguir lança-se mão do procedimento de se condensar nesses pontos representativos, as informações da estrutura que foram equacionadas nos elementos adjacentes, de modo que todos os elementos conectados a um determinado ponto contribuem para a parcela da informação de interesse na formulação, por exemplo, a rigidez¹ da estrutura que está acumulada nesse ponto.

Figura 35 – Malha genérica do MEF



Fonte: (REDDY, 2006)

Com base nas famílias indicadas no esquema acima e pela própria natureza do MEF, diversas possibilidades de formulação de elementos existem e novas formulações surgem a cada instante, como surgem também ajustes e enriquecimentos dos elementos

¹ Rigidez da estrutura ou do elemento é a sua capacidade de impedir movimento e depende de cada direção

existentes e essa sistemática é, em princípio, sem limites, o que torna o MEF muito flexível e bastante abrangente, tornando-o capaz de representar satisfatoriamente uma grande variedade de problemas da mecânica das estruturas.

Para a simulação de problemas de conformação de chapas duas classes de elementos finitos são usuais: barra de viga e casca. Nas simulações em 2D são empregados elementos de barra de viga para representar a seção transversal de barras prismáticas, como a da figura 40, podendo também ser um elemento de barra de viga axi simétrico para representar a parede de copos, como o passo 1 da figura 11 e para as simulações em 3D, como a da figura 14 ou mesmo o copo da figura 12, são empregados os elementos de casca.

A figura 36 mostra os movimentos que o elemento de barra de viga 2D pode perceber em cada nó (3 graus de liberdade por nó) e portanto para os quais é capaz de contribuir com rigidez:

Figura 36 – Graus de liberdade do elemento de barra de viga 2D com 2 nós



Fonte: Autor

u_1 e u_2 são os movimentos de translação na direção axial;

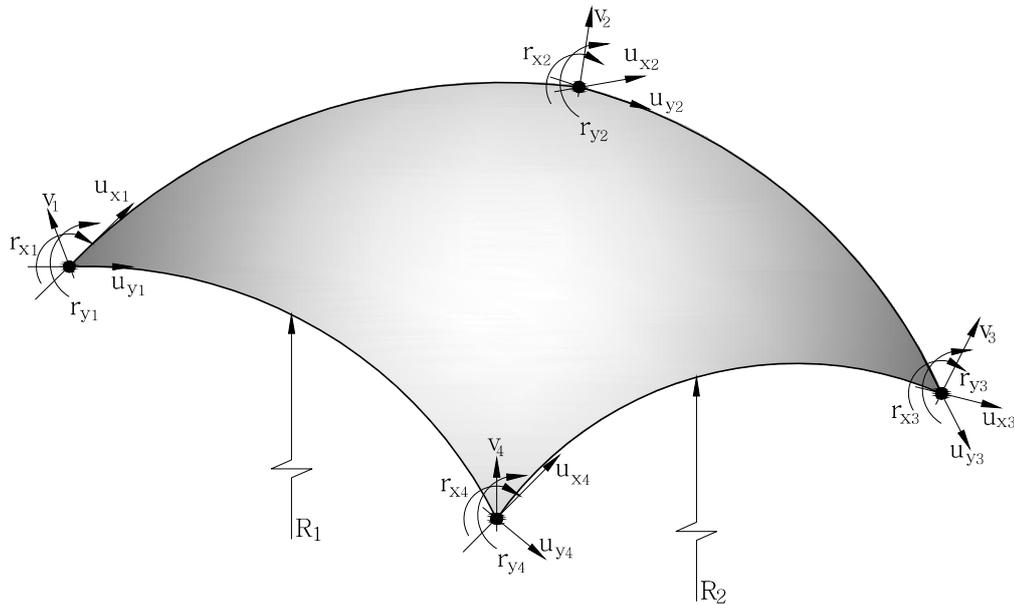
v_1 e v_2 são os movimentos de translação na direção perpendicular ao eixo e

r_1 e r_2 são os movimentos de rotação em torno do eixo que sai do plano.

O elemento de barra de viga axi simétrico 2D, que muitas vezes é chamado de elemento de casca axi simétrico 2D, é uma adaptação do elemento de barra de viga que foi acrescido da deformação e da tensão circunferenciais. Os elementos de barra de viga indicados acima podem ter ainda 1 ou 2 nós intermediários dependendo da respectiva formulação.

A figura 37 mostra os movimentos que o elemento de casca pode perceber em cada nó (5 graus de liberdade por nó) e portanto para os quais é capaz de contribuir com rigidez:

Figura 37 – Graus de liberdade do elemento de casca com 4 nós



Fonte: Autor

$u_{x1} \dots u_{y4}$ são os movimentos de translação 'paralelos' aos eixos curvos x e y;

$v_1 \dots v_4$ são os movimentos de translação na direção da espessura e

$r_{x1} \dots r_{y4}$ são os movimentos de rotação em torno dos eixos curvos x e y e

R_1 e R_2 são os raios de curvatura do elemento em cada direção.

Os elementos de casca podem ter 3, 4 ... 16 nós no total, dependendo da respectiva formulação.

5.1 Métodos de integração

A conformação de chapas metálicas é um problema essencialmente dinâmico do ponto de vista teórico, de modo que em princípio, para a solução da equação 98, que é a equação geral do movimento da mecânica das estruturas, a integração no tempo será necessária.

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} + \mathbf{G}(\mathbf{u}, \mu) = \mathbf{f}(t) \quad (98)$$

Em que \mathbf{M} é a matriz de massa da estrutura, \mathbf{C} é a matriz de amortecimento da estrutura, \mathbf{K} é a matriz de rigidez da estrutura $\mathbf{K} = \mathbf{K}_m + \mathbf{K}_g$, \mathbf{K}_m é a parcela que incorpora a descrição do material constituinte e das propriedades geométricas, \mathbf{K}_g é a parcela que incorpora a descrição geométrica, \mathbf{u} é o vetor dos deslocamentos, $\dot{\mathbf{u}}$ é o vetor das velocidades,

\ddot{u} é o vetor das acelerações, \mathbf{G} são as forças internas relativas às condições de contato do problema em questão, que podem ser normal e/ou tangencial às superfícies em contato e μ é o coeficiente de atrito entre as partes .

Para a solução da equação geral do movimento, o consagrado método de Newmark é o mais popular, cuja generalização é conhecida como *método α* (ou *método HHT: Hilber-Hughes-Taylor*), que transforma a equação 98 na forma:

$$\mathbf{M}\ddot{u} + (1 + \alpha)\mathbf{C}\dot{u} + (1 + \alpha)\mathbf{K}u + (1 + \alpha)\mathbf{G}(u, \mu) = (1 + \alpha)\mathbf{f}(t) \quad (99)$$

Tanto o método de Newmark quanto o método α são iterativos e calculam:

$$u_{n+1} = u_n + \Delta t \dot{u}_n + \frac{(\Delta t)^2}{2} [(1 - 2\beta)\ddot{u}_n + 2\beta\ddot{u}_{n+1}] \quad (100)$$

$$\dot{u}_{n+1} = \dot{u}_n + \Delta t [(1 - \gamma)\ddot{u}_n + \gamma\ddot{u}_{n+1}] \quad (101)$$

Com $0 < \beta < 1/2$ e $0 < \gamma < 1$. Os valores de β e γ , de certa forma definem se a integração será *implícita* ou *explícita*. No método HHT, o parâmetro α controla β e γ e para $\alpha = 0$ trata-se do caso particular que é o método de Newmark. Esses parâmetros são escolhidos de acordo com o tipo de problema a ser tratado.

Integração implícita. Mais eficiente para problemas com carregamentos de longa duração. Nesse método a aproximação descrita na equação 100 para o deslocamento é reescrita de modo a se tornar uma aproximação para a aceleração na forma:

$$\ddot{u}_{n+1} = \frac{1}{\beta(\Delta t)^2}(u_{n+1} - u_n) - \frac{1}{\beta\Delta t}\dot{u}_n - \frac{1 - 2\beta}{2\beta}\ddot{u}_n \quad (102)$$

Que associada à equação 101 e à equação 98 pode ser substituída na equação 99 levando ao final de um incremento Δt de tempo a um resíduo:

$$\begin{aligned} Res = \mathbf{M} & \left[\frac{1}{\beta(\Delta t)^2}(u_{n+1} - u_n) - \frac{1}{\beta\Delta t}\dot{u}_n - \frac{1 - 2\beta}{2\beta}\ddot{u}_n \right] \\ & + (1 + \alpha)\mathbf{C}\dot{u} \\ & + (1 + \alpha)\mathbf{K}u_{n+1} \\ & + (1 + \alpha)\mathbf{G}(u_{n+1}, \mu) \\ & - (1 + \alpha)\mathbf{f}(u_{n+1}) \end{aligned} \quad (103)$$

Tantas iterações serão executadas quantas forem necessárias para que o resíduo: Res da equação 103 seja inferior à tolerância definida, além de que o intervalo de tempo do passo, pode ser sub dividido durante o processo de solução para garantir a convergência.

Integração explícita. Mais adequado para problemas com grandes carregamentos em tempo curto e/ou com complexas condições de contato entre as partes envolvidas e/ou para a inclusão de critérios de falha, entretanto requer pequeno incremento de tempo. Nesse método os seguintes valores são atribuídos $\beta = 0$, $\gamma = 1/2$ e $\alpha = 0$, de modo que as equações 100 e 101 podem ser reescritas na forma:

$$u_{n+1} = u_n + \Delta t \dot{u}_n + \frac{(\Delta t)^2}{2} \ddot{u}_n \quad (104)$$

$$\dot{u}_{n+1} = \dot{u}_n + \frac{\Delta t}{2} [\ddot{u}_n + \ddot{u}_{n+1}] \quad (105)$$

As equações 104 e 105 podem ser reescritas na forma:

$$\ddot{u}_n = \frac{2}{(\Delta t)^2} (u_{n+1} - u_n) - \frac{2}{\Delta t} \dot{u}_n \quad (106)$$

Na próxima iteração: $n+1$, a aceleração será:

$$\ddot{u}_{n+1} = \frac{2}{(\Delta t)^2} (u_{n+2} - u_{n+1}) - \frac{2}{\Delta t} \dot{u}_{n+1} \quad (107)$$

Substituindo-se a equação 107 na equação 105 com auxílio da equação 106 vem:

$$\dot{u}_{n+1} = \frac{1}{2\Delta t} (u_{n+2} - u_n) \quad (108)$$

A equação 108 escrita na iteração corrente fica:

$$\dot{u}_n = \frac{1}{2\Delta t} (u_{n+1} - u_{n-1}) \quad (109)$$

Levando a equação 109 na equação 106, tem-se:

$$\ddot{u}_n = \frac{1}{(\Delta t)^2} (u_{n+1} - 2u_n + u_{n-1}) \quad (110)$$

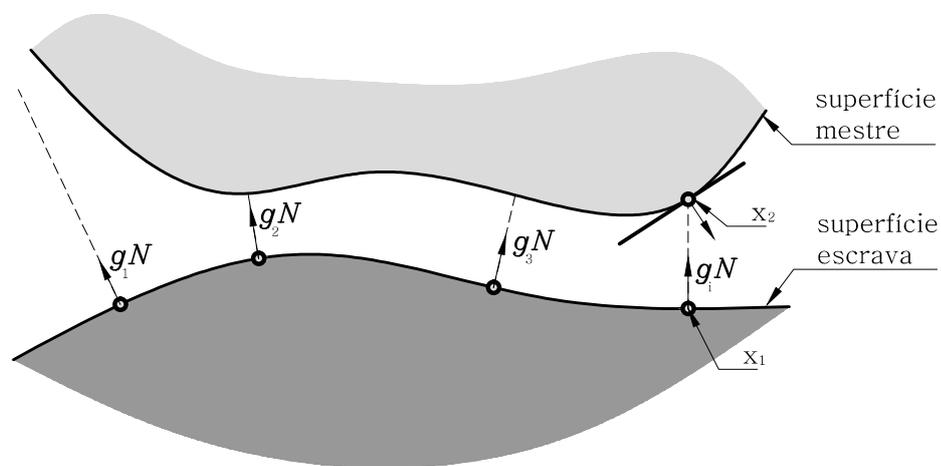
Substituindo-se as equações 109 e 110 na equação 98, vem a expressão *explícita* do deslocamento descrita, por exemplo em Wriggers (2008):

$$Mu_{n+1} = M(2u_n - u_{n-1}) - \frac{\Delta t}{2} \mathbf{C}(u_{n+1} - u_{n-1}) - (\Delta t)^2 (\mathbf{K}u_n + \mathbf{G}(u_n, \mu) - \mathbf{f}_n) \quad (111)$$

5.2 Condições de contato

O problema de conformação de chapas metálicas é um dos problemas estruturais mais sofisticados do ponto de vista de restrição de movimento, pois durante a evolução da conformação uma região da chapa a ser conformada é fixa por pressão de contato e a medida que a conformação avança a deformação plástica da chapa é restringida pelo atrito entre a chapa e a matriz e pelo atrito entre a chapa e o punção, além de que com a evolução da conformação a área da região de contato entre a chapa e a matriz aumenta. Para o equacionamento é comum se distinguir as superfícies com possibilidade de contato entre *superfícies mestres* e *superfícies escravas*, de modo que será computada a cada iteração do incremento de tempo a distância entre cada um dos pontos de referência de cada superfície escrava e a respectiva superfície mestre relacionada e com base em uma função gN que é o espaçamento (*gap*) normal à superfície escrava se verifica se houve ou não o contato entre as superfícies ou até mesmo se houve penetração, conforme indicado na figura 38:

Figura 38 – Geometria do contato



Fonte: Autor

Em que x_2 é o ponto da superfície mestre mais próximo do ponto x_1 de referência da superfície escrava. A partir de um sistema de eixo local com origem no ponto x_2 , se verifica se ocorreu a penetração (que obviamente é fictícia), em caso afirmativo será calculada a força suficiente para neutralizar esta penetração, ou seja trazer o ponto x_2 para a mesma posição do ponto x_1 , resultando em uma força normal de contato e uma força tangencial de contato (a força tangencial só surge no caso de consideração de coeficiente de atrito não nulo).

E para cada um dos nós de referência das superfícies escravas será feita a verificação:

$gN > 0$ Não ocorreu o contato,

$gN = 0$ Contato perfeito e

$gN < 0$ Ocorreu penetração.

Dois formas tradicionais para a incorporação das condições de contato no modelo de elementos finitos são o método da *penalidade* e o método do *lagrangeano aumentado*.

Método da penalidade. Ambos os métodos são aplicáveis aos problemas gerais de otimização e a expressão *penalidade* surge exatamente neste contexto, pois quando uma restrição é violada a função objetivo, que é aquela que se deseja minimizar é penalizada. Trazendo essa noção para o contexto das condições de contato tem-se que quando ocorre a penetração entre as superfícies (violação da restrição) em uma determinada direção a rigidez da estrutura nessa direção é fortemente incrementada neutralizando assim a penetração.

Método do lagrangeano aumentado. No método lagrangeano de otimização, as restrições são incorporadas à função objetivo por meio de multiplicadores de Lagrange, de modo que a função objetivo passa a ser chamada de Lagrangeano e a tarefa é calcular os multiplicadores de lagrange que minimizam o lagrangeano, já no método do lagrangeano aumentado o lagrangeano formado no método original é acrescido (aumentado) de uma função de penalidade, tal qual no método das penalidades. Trazendo essa noção para o contexto das condições de contato tem-se mais parâmetros para o controle sobre o ajuste da rigidez da estrutura na direção que ocorreu a penetração.

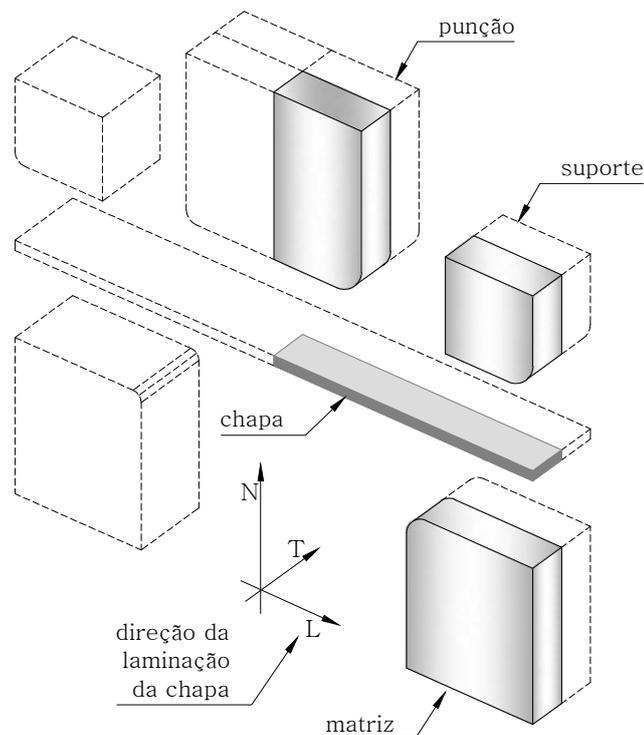
6 Análises numéricas

Nesse capítulo serão apresentados os dados da criação de modelos para as simulações numéricas, além dos resultados das análises de quatro modelos formados por dois modelos base: a) canal curto e b) caixa quadrada, com duas alternativas cada de material de composição da chapa conformada: a) aço de alta resistência e b) latão 70/30 com o objetivo de avaliar a sensibilidade do retorno elástico em relação à variabilidade de diversos parâmetros das respectivas modelagens. Para tanto, foi escolhido dentre tantos, um dos softwares de análise largamente utilizado ao redor do mundo: Adina[®]. A máquina utilizada conta com um processador i7 3.3GHz, 8GB de memória ram e sistema operacional 64 bits, sendo que o tempo médio de processamento foi da ordem de 45 minutos, chegando em alguns casos em 90 minutos.

Dados gerais do modelo 1 - canal curto:

Trata-se de uma geometria simples e bastante propensa ao retorno elástico acentuado, que pode ser explorada com diversas variações para a percepção da sensibilidade ao retorno elástico.

Figura 39 – Modelo 1 - Em destaque 1/4 da geometria modelada



Fonte: Autor

- Geometria:

Chapa a ser conformada:

- Dimensões: (L)350mm x (T)35mm e
- Espessura: (N)0.74mm.

Matriz:

- Raio de arredondamento das faces: 5mm.

Punção:

- Largura (na direção L): 50mm;
- Curso total (na direção N): 70mm e
- Raio de arredondamento das faces: 5mm.

- Folga entre a matriz e o punção 1mm de cada lado.

- Distância entre o punção e o suporte 6mm de cada lado.

- Coeficiente de atrito:

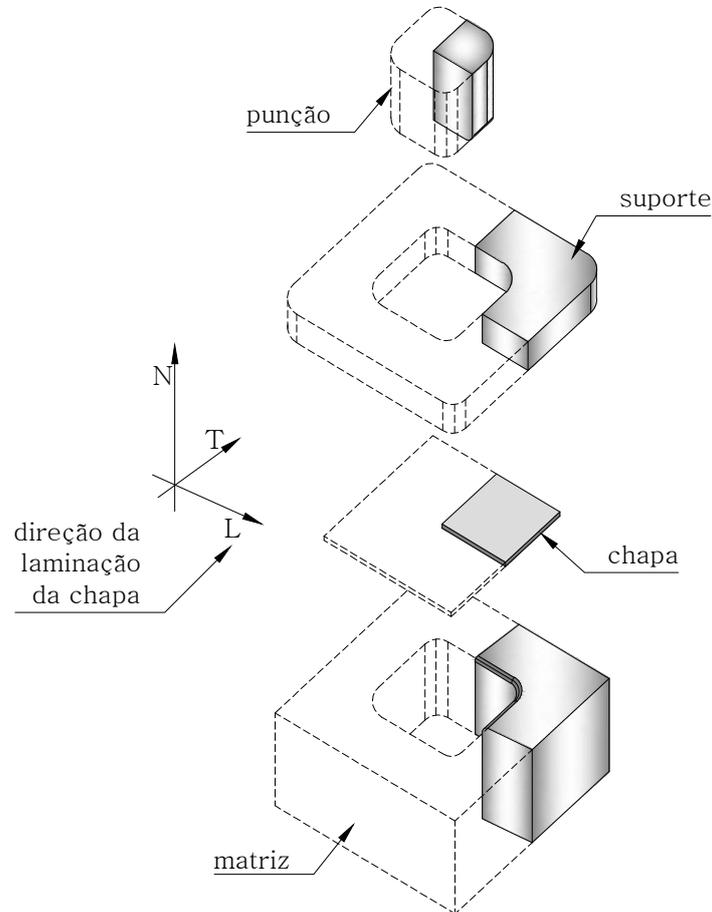
- Interface chapa e matriz: Coeficiente de atrito constante = 0.129
- Interface chapa e punção: Coeficiente de atrito constante = 0.129
- Interface chapa e suportes: Coeficiente de atrito constante = 0.129

- Velocidade de aplicação do carregamento:

Constante com valor de 100mm/s.

Dados gerais do modelo 2 - caixa quadrada:

Figura 40 – Modelo 2 - Em destaque 1/4 da geometria modelada



Fonte: Autor

• Geometria:

Trata-se uma geometria simples, entretanto complexa do ponto de vista industrial e do ponto de vista da simulação numérica, pela simetria apenas 1/8 da geometria representaria todo o problema real, porém como a anisotropia da chapa está sob análise, 1/4 da geometria será representada nos modelos para as análises.

Chapa a ser conformada:

- Dimensões: (L)150mm x (T)150mm e
- Espessura: (N)0.74mm.

Matriz:

- Raio de arredondamento das arestas verticais: 18.75mm e
- Raio de arredondamento das arestas horizontais: 8mm.

Punção:

- Largura (nas direções L e T): 70mm;
 - Curso total (na direção N): 40mm;
 - Raio de arredondamento das arestas verticais: 8mm e
 - Raio de arredondamento das arestas horizontais: 8mm.
- Folga entre a matriz e o punção 1mm de cada lado da chapa.
 - Distância entre o punção e o suporte 7mm de cada lado.
 - Coeficiente de atrito:
 - Interface chapa e matriz: Coeficiente de atrito constante = 0.15
 - Interface chapa e punção: Coeficiente de atrito constante = 0.15
 - Interface chapa e suportes: Coeficiente de atrito constante = 0.15
 - Velocidade de aplicação do carregamento:

Constante com valor de 40mm/s.

Materiais da chapa conformada

- Material 1 - Aço de alta resistência IFHS (interstitial free high strength) ((BANDYO-PADHYAY et al., 2015))

Módulo de elasticidade longitudinal: $E_L = E_T = E_N = 206 \cdot 10^3 N/mm^2$

Coeficiente de Poisson: $\mu_L = \mu_T = \mu_N = 0.3$

Módulo de elasticidade transversal: $G = \frac{E}{2(1 + \mu)}$

$G_{LN} = G_{LT} = G_{TN} = 79.2 \cdot 10^3 N/mm^2$

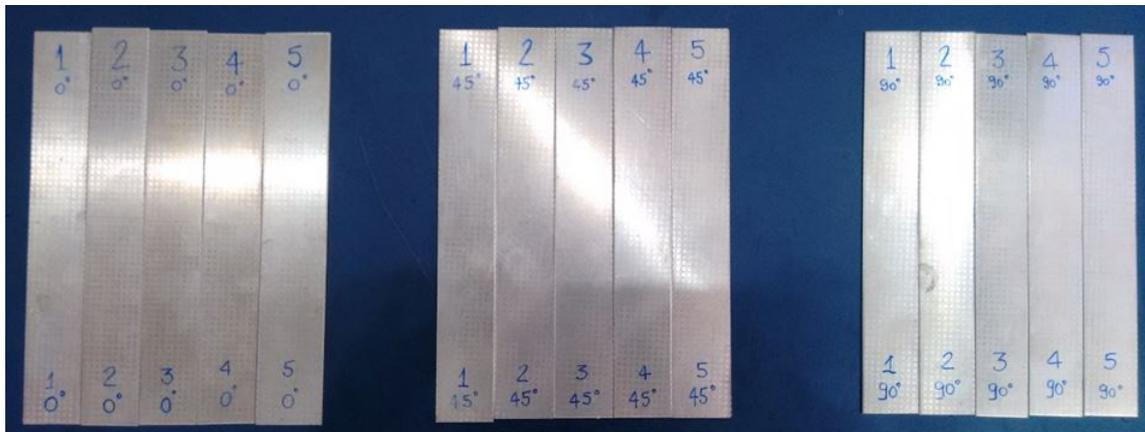
Coeficientes de Lankford: $r_0 = 1.73; r_{45} = 1.34; r_{90} = 2.24$

Tensão-deformação no escoamento: $\sigma = 677(0.0113 + \varepsilon_p)^{0.219}$

Matriz, suportes e punção em material com rigidez muito superior a da chapa.

- Material 2 - Chapa de latão 70/30

Figura 41 – Amostras para o ensaio de tração



Fonte: Gentilmente cedido por Termomecanica São Paulo SA

Tabela 3 – Propriedades mecânicas de latão 70/30

θ	E(GPa)	σ_y (MPa)	σ_u (MPa)	r
0°	103.3	143.2	545.5	0.91
45°	101.6	138.7	551.2	1.09
90°	100.9	136.3	550.1	0.87
Valor médio	101.9	139.4	548.9	0.99

Fonte: Gentilmente cedido por Termomecanica São Paulo SA e complementado com (DHAIBAN; SOLIMAN; EL-SEBAIE, 2014)

em que θ é o ângulo entre a direção da laminação e a direção de extração do cp

Módulo de elasticidade longitudinal:

$$E_L = E_N = 103.3 \cdot 10^3 \text{ N/mm}^2; E_T = 100.9 \cdot 10^3 \text{ N/mm}^2;$$

Coefficiente de Poisson: $\mu_L = \mu_T = \mu_N = 0.35$

Módulo de elasticidade transversal: $G = \frac{E}{2(1 + \mu)}$

$$G_{LT} = G_{LN} = 38.3 \cdot 10^3 \text{ N/mm}^2; G_{TN} = 37.4 \cdot 10^3 \text{ N/mm}^2;$$

Coefficientes de Lankford: $r_0 = 0.91; r_{45} = 1.09; r_{90} = 0.87$

Tensão-deformação no escoamento: $\sigma = 679 \varepsilon_p^{0.41}$

Matriz, suportes e punção em material com rigidez muito superior a da chapa.

6.1 Modelo 1 - Canal curto

6.1.1 Análise da convergência para a definição do modelo de referência

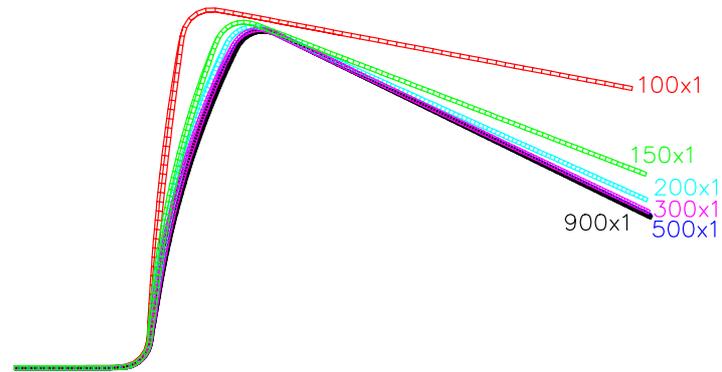
Principais elementos do modelo de referência para a análise pelo método dos elementos finitos:

- Elemento de casca com 4 nós;
- Três pontos de integração ao longo da espessura;
- Análise com integração implícita no tempo;
- Critério de escoamento Hill-1948;
- Algoritmo de contato *alvo rígido*, trata-se uma simplificação do método da penalidade aplicável em conformação;
- Grandes deslocamentos e grandes deformações plásticas com formulação ULJ (updated lagrangian Jaumann) e
- Carregamento aplicado com deslocamento.

As figuras 42 e 43 apresentam a evolução do retorno elástico com o refinamento h da malha de elementos finitos trazendo o giro da aba livre após a remoção dos dispositivos de conformação. A distância entre os pontos identificados, que corresponde ao trecho final reto, é aproximadamente 79.7mm para o modelo em aço e 84.3mm para o modelo em latão.

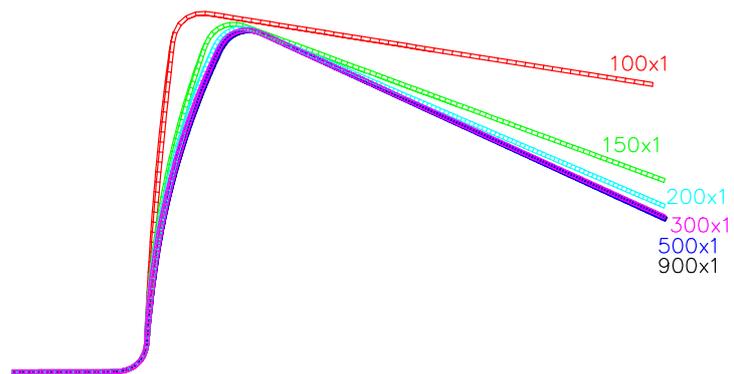
A figura 46 resume a análise de convergência e indica que o retorno elástico de referência (giro da aba livre após a remoção dos dispositivos de conformação) inicia sua estabilização com 300 elementos na direção L e tende assintoticamente para um valor limite, tanto para o modelo em aço quanto para o modelo em latão, de modo que os modelos de referência terão 300 elementos na direção L, cujos retornos elástico estão indicado nas figuras 44 e 45.

Figura 42 – Modelo 1 - Aço - refinamento h



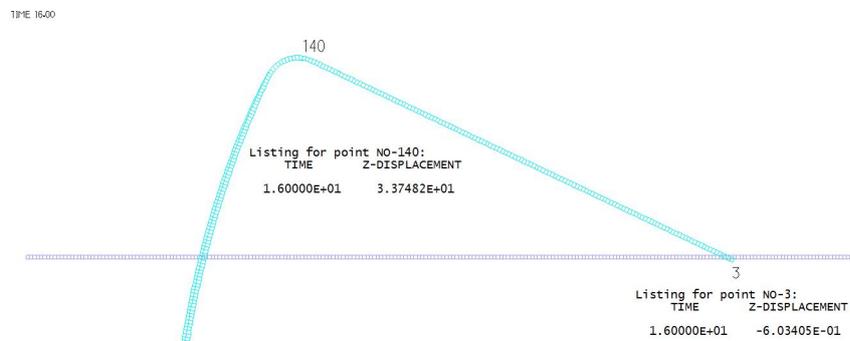
Fonte: Autor

Figura 43 – Modelo 1 - Latão - refinamento h



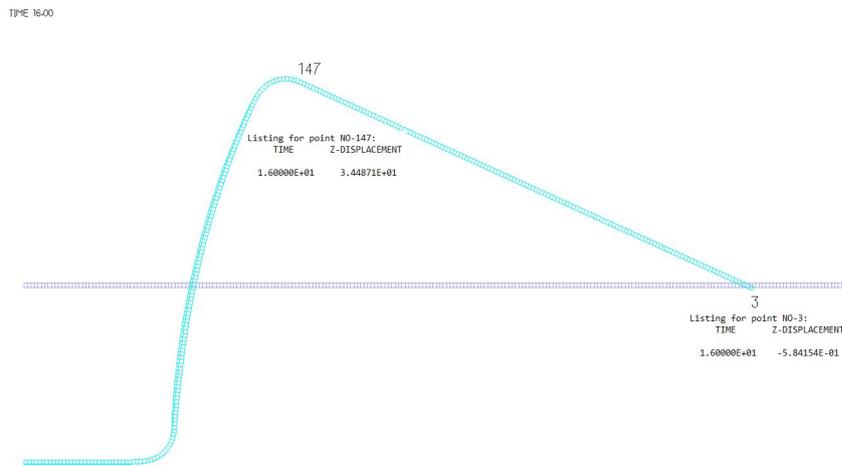
Fonte: Autor

Figura 44 – Modelo 1 - Aço - 300x1 Elementos



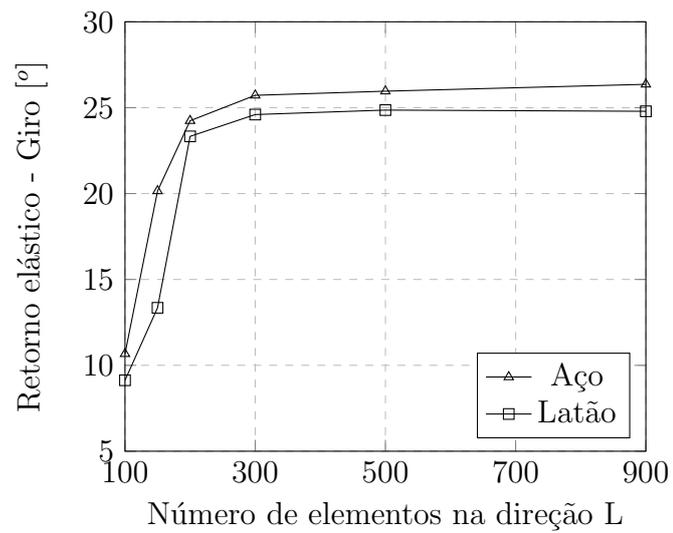
Fonte: Autor

Figura 45 – Modelo 1 - Latão - 300x1 Elementos



Fonte: Autor

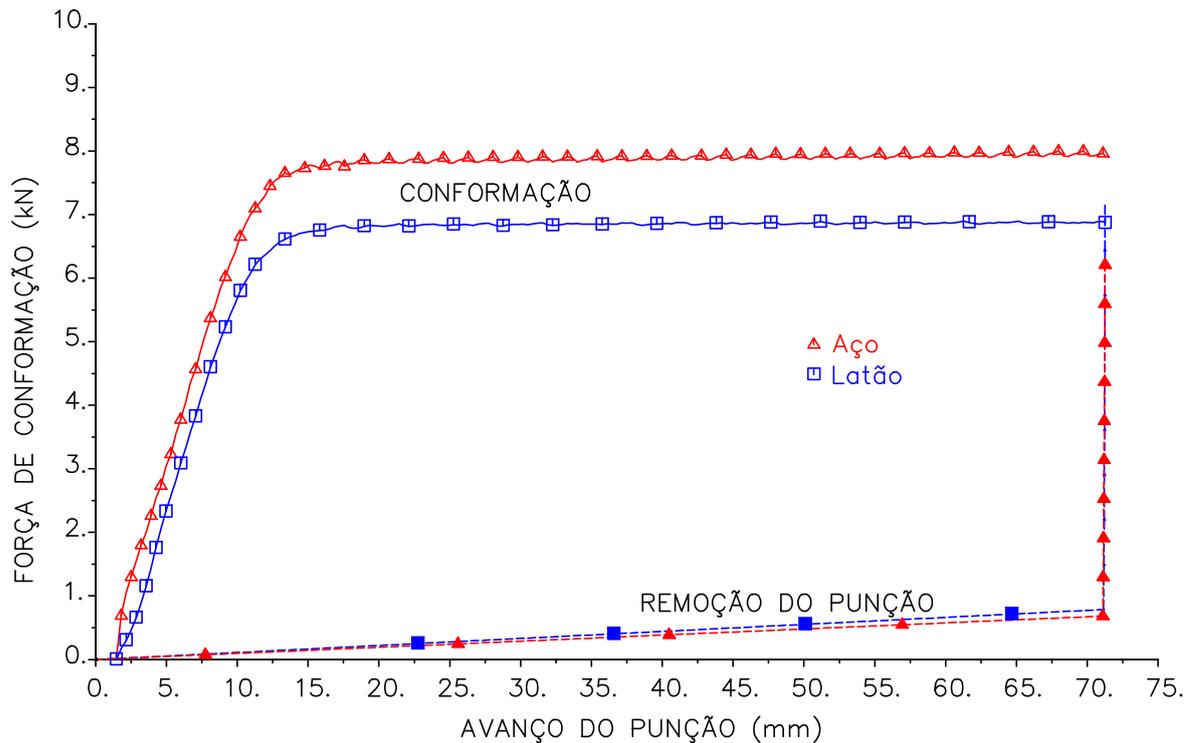
Figura 46 – Modelo 1 - Resumo do refinamento h



Fonte: Autor

A Figura 47 mostra a variação da força durante todo os processos de conformação.

Figura 47 – Modelo 1 - Força de conformação



Fonte: ADINA

O modelo apresenta um retorno elástico bastante acentuado, mas que se aproximou com boa precisão dos resultados experimentais. A seguir serão apresentados os resultados obtidos com a variação de um parâmetro de modelagem de cada vez no modelo de referência e a respectiva avaliação da sensibilidade.

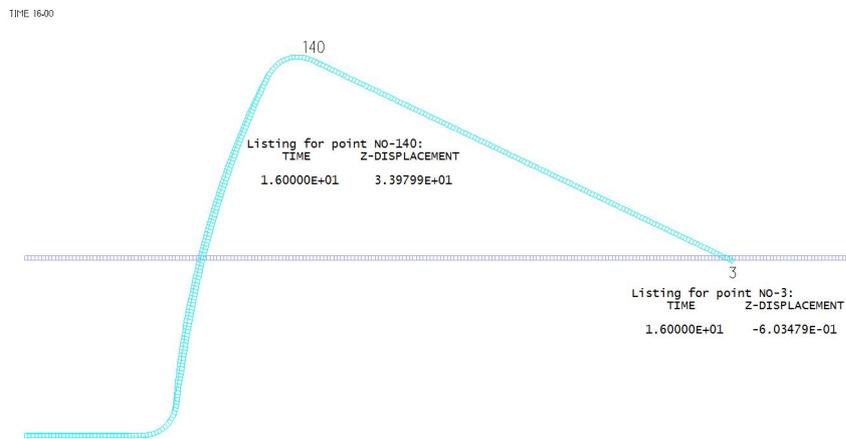
6.1.2 Sensibilidade do retorno elástico aos parâmetros da conformação

- Sensibilidade ao coeficiente de atrito

A modificação do coeficiente de atrito **apenas** da interface entre o punção e a chapa para $\mu = 0.50$ levou a um pequeno acréscimo do retorno elástico da ordem de $\sim 0.7\%$ para o modelo com chapa de aço e $\sim 1.0\%$ para o modelo com chapa de latão, que estão indicados nas figuras 48 e 49. Já as figuras 50 e 51 mostram uma sensível diminuição do retorno elástico com o aumento do coeficiente de atrito entre a matriz e a chapa, cujo resumo está apresentado na figura 52. Em contra partida a força de conformação também aumenta consideravelmente, sendo que essa variação está apresentada na figura 53.

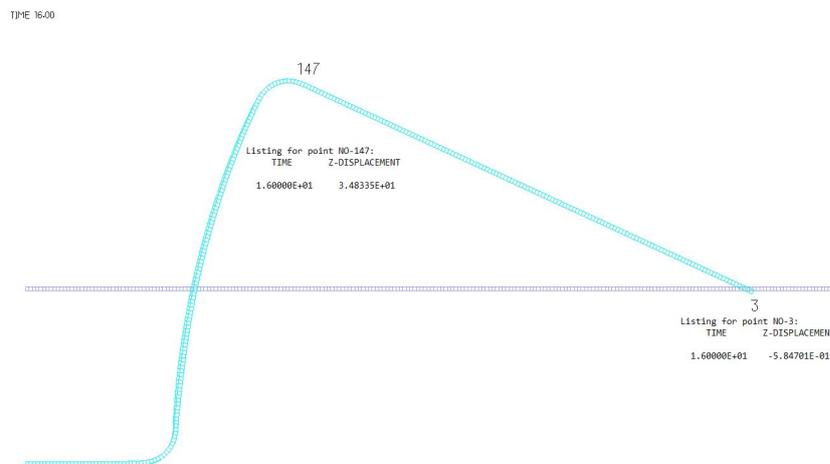
Mantidas todas as demais condições, a análise do modelo com chapa em latão não convergiu para a variação com coeficiente de atrito $\mu = 0.30$ em todas as interfaces.

Figura 48 – Modelo 1 - Aço - $\mu = 0.50$ apenas entre punção e chapa



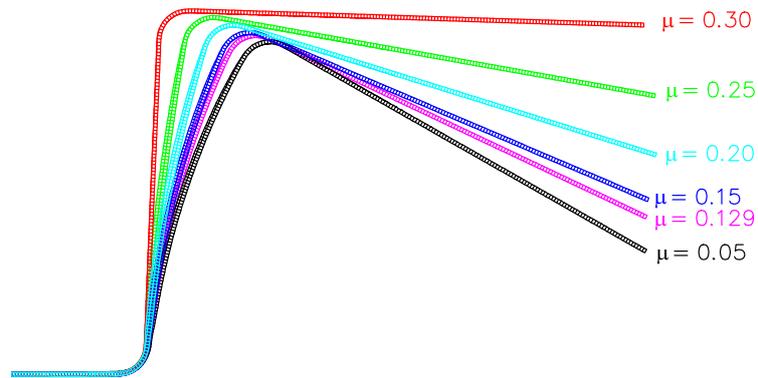
Fonte: Autor

Figura 49 – Modelo 1 - Latão - $\mu = 0.50$ apenas entre punção e chapa



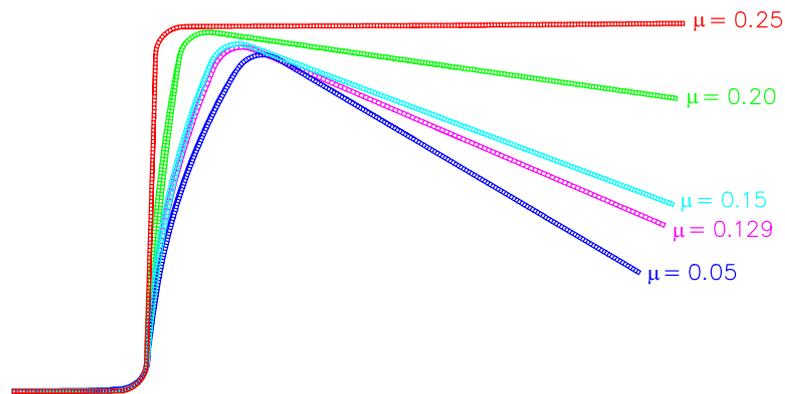
Fonte: Autor

Figura 50 – Modelo 1 - Aço - μ igual em todas as interfaces



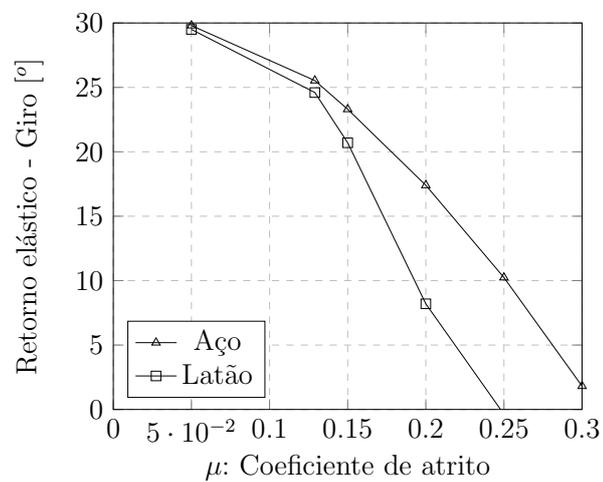
Fonte: Autor

Figura 51 – Modelo 1 - Latão - μ igual em todas as interfaces



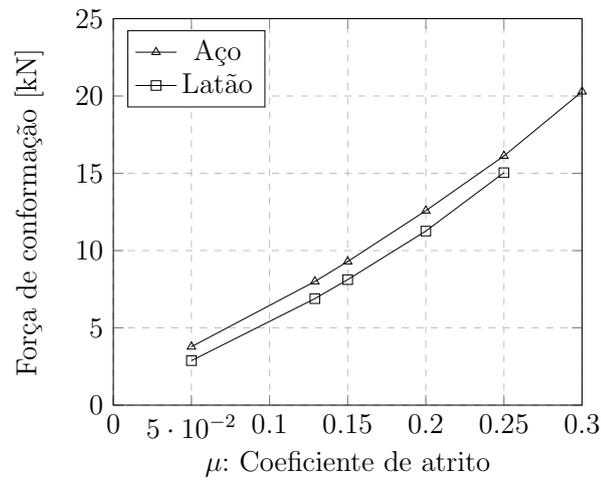
Fonte: Autor

Figura 52 – Modelo 1 - Retorno elástico x coeficiente de atrito



Fonte: Autor

Figura 53 – Modelo 1 - Força de conformação x coeficiente de atrito



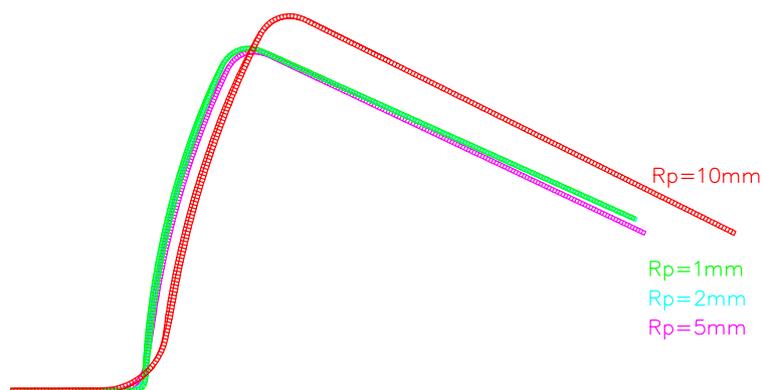
Fonte: Autor

- Sensibilidade ao raio de arredondamento das arestas do punção

As figuras 54, 55 e 56 mostram que o retorno elástico, nesse modelo, não é muito sensível à variação do raio de arredondamento das faces do punção, de modo que um raio entre 2mm e 5mm parece adequado.

Mantidas todas as demais condições, a análise do modelo com chapa em latão não convergiu para as variações de arredondamento das faces do punção com $R_p < 2.7mm$ e $R_p > 5.7mm$.

Figura 54 – Modelo 1 - Aço - Raio de arredondamento do punção, R_p



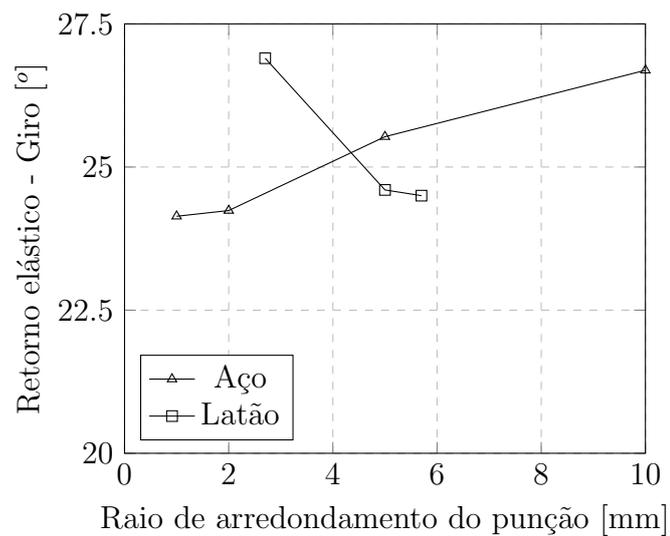
Fonte: Autor

Figura 55 – Modelo 1 - Latão - Raio de arredondamento do punção, R_p



Fonte: Autor

Figura 56 – Modelo 1 - Raio de arredondamento da face do punção

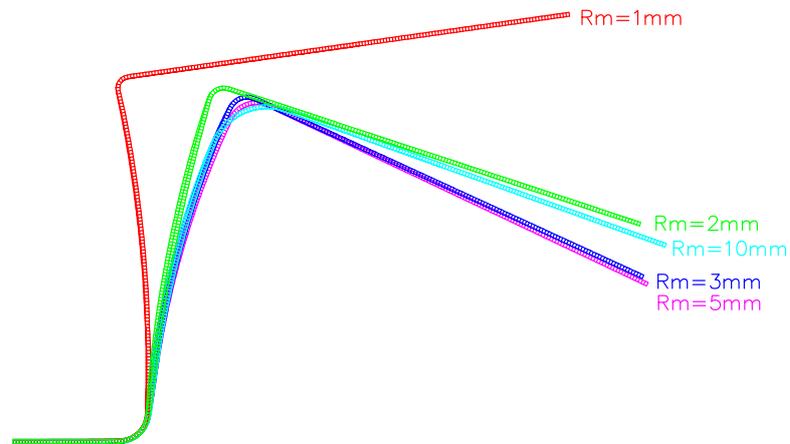


Fonte: Autor

- Sensibilidade ao raio de arredondamento das arestas da matriz

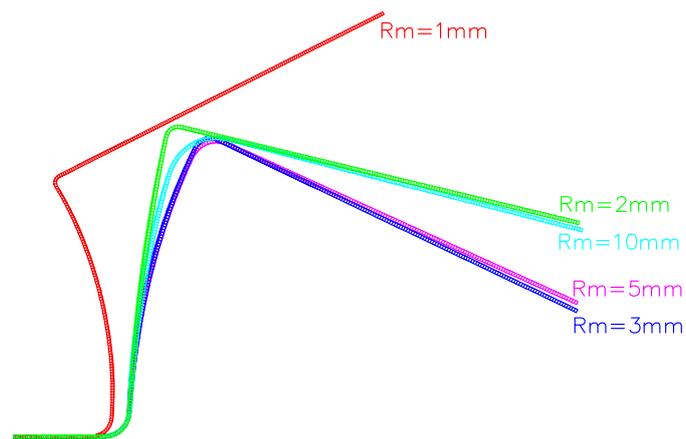
A figura 57 mostra que o retorno elástico é extremamente sensível ao raio de arredondamento da matriz, ao ponto de inverter o sentido do giro no alívio. Nesse modelo, para um raio aproximado de $R=1.5\text{mm}$ não ocorrerá nenhum giro após a remoção do dispositivo de conformação.

Figura 57 – Modelo 1 - Aço - Raio de arredondamento da matriz, R_m



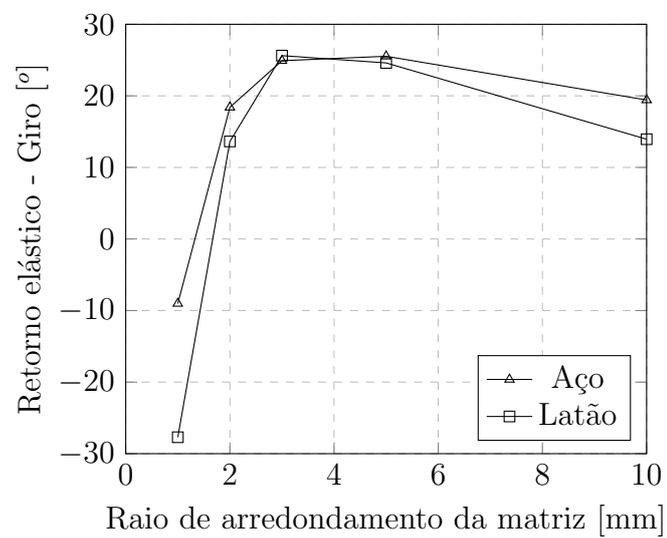
Fonte: Autor

Figura 58 – Modelo 1 - Latão - Raio de arredondamento da matriz, R_m



Fonte: Autor

Figura 59 – Modelo 1 - Raio de arredondamento da face da matriz

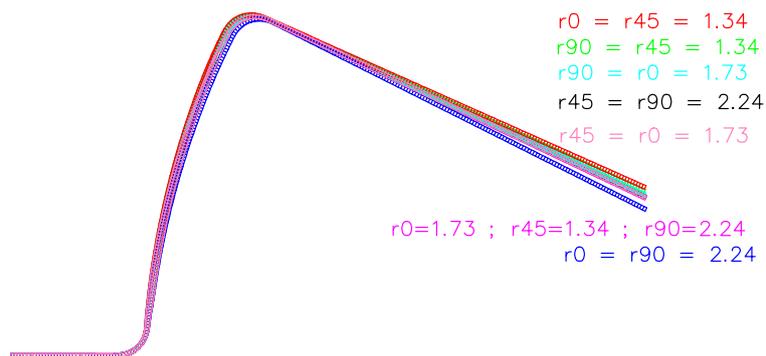


Fonte: Autor

- Sensibilidade aos coeficientes de Lankford

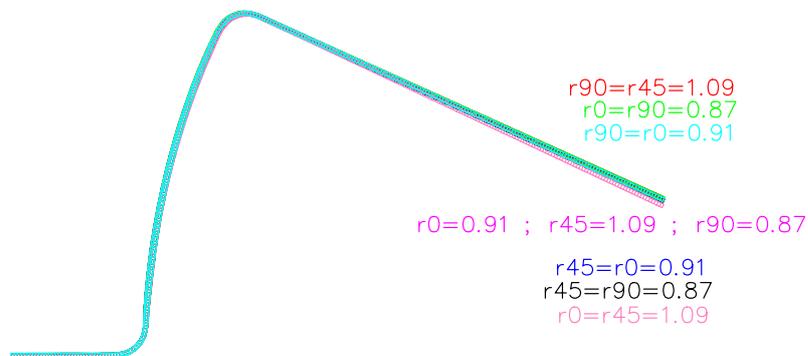
As Figuras 60 a 64 mostram que existe pouca sensibilidade do retorno elástico, nesse modelo, em relação à variação dos coeficientes de Lankford, entretanto existe uma ligeira sensibilidade à variação do coeficiente r_0 (direção da laminação da chapa), cujo aumento, aumenta também o retorno elástico.

Figura 60 – Modelo 1 - Aço - Coeficientes de Lankford



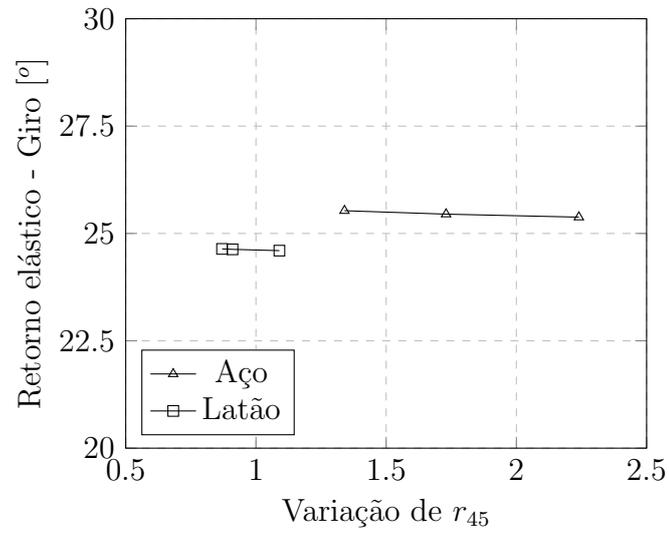
Fonte: Autor

Figura 61 – Modelo 1 - Latão - Coeficientes de Lankford



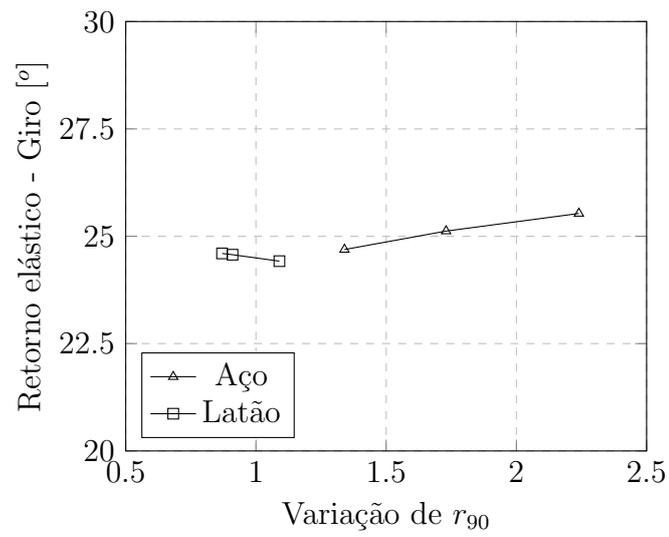
Fonte: Autor

Figura 62 – Modelo 1 - Variação do coeficiente de Lankford r_{45}



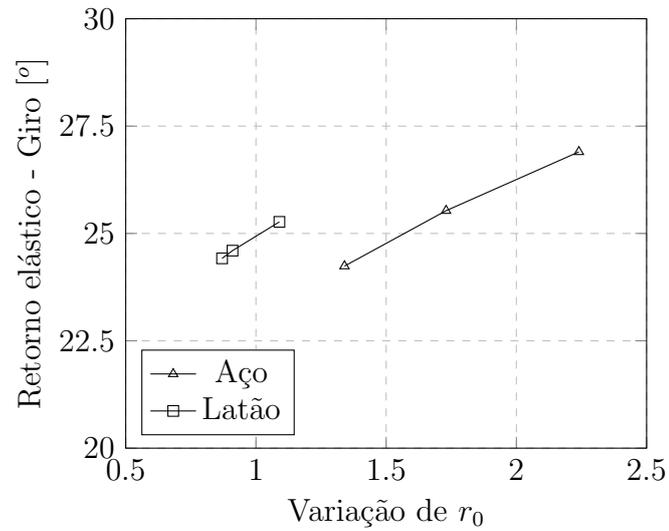
Fonte: Autor

Figura 63 – Modelo 1 - Variação do coeficiente de Lankford r_{90}



Fonte: Autor

Figura 64 – Modelo 1 - Variação do coeficiente de Lankford r_0

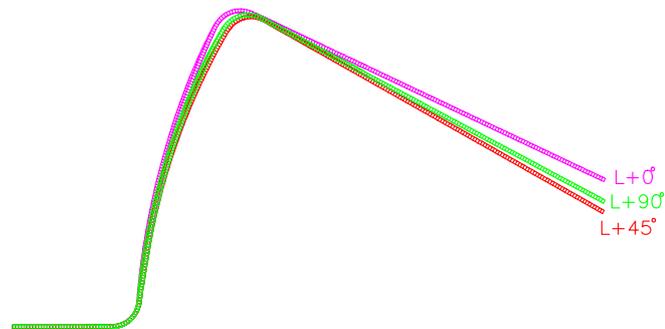


Fonte: Autor

- Sensibilidade à direção de laminação

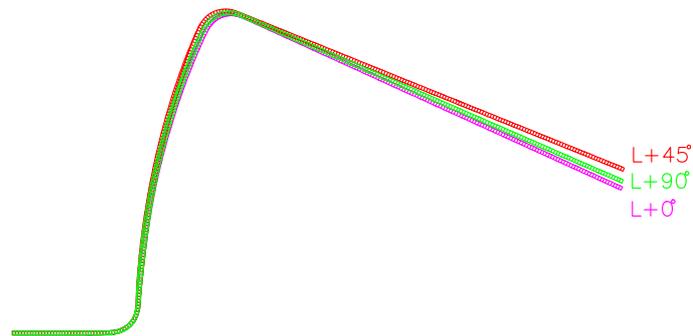
As figuras 65 a 67 mostram uma pequena sensibilidade do retorno elástico, nos modelos desenvolvidos, em relação ao posicionamento da chapa e a respectiva direção de laminação tanto para a chapa em aço como para a chapa em latão.

Figura 65 – Modelo 1 - Aço - Giro da direção de laminação



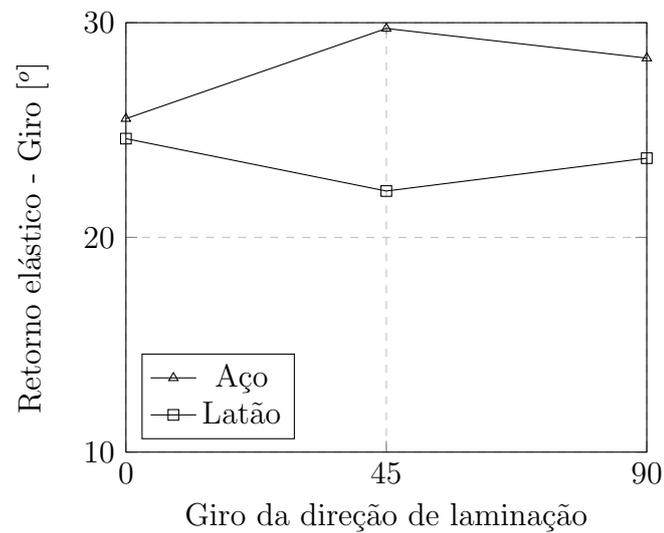
Fonte: Autor

Figura 66 – Modelo 1 - Latão - Giro da direção de laminação



Fonte: Autor

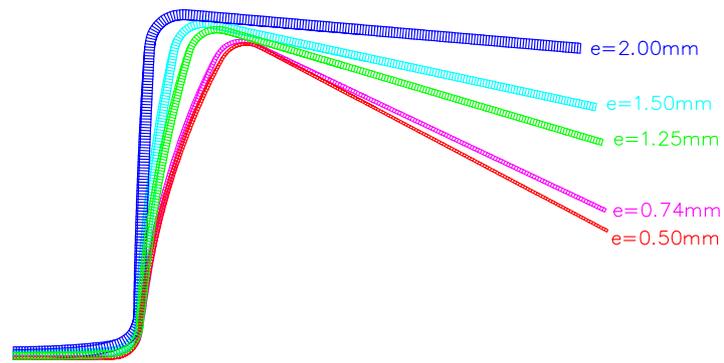
Figura 67 – Modelo 1 - Variação da direção de laminação



Fonte: Autor

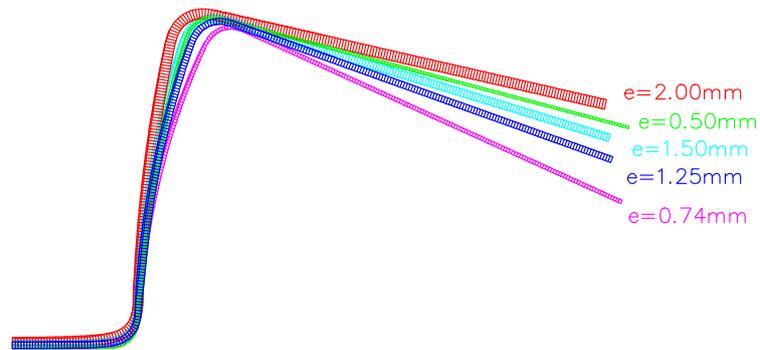
- Sensibilidade à espessura da chapa As figuras 68 a 70 mostram um significativa sensibilidade do retorno elástico, nos modelos desenvolvidos, com a variação da espessura da chapa e de forma mais acentuada para os modelos com chapa em aço.

Figura 68 – Modelo 1 - Aço - Variação da espessura da chapa



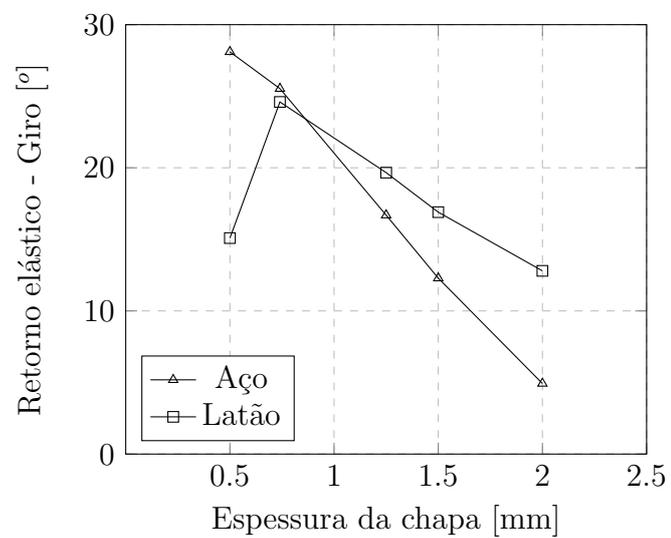
Fonte: Autor

Figura 69 – Modelo 1 - Latão -Variação da espessura da chapa



Fonte: Autor

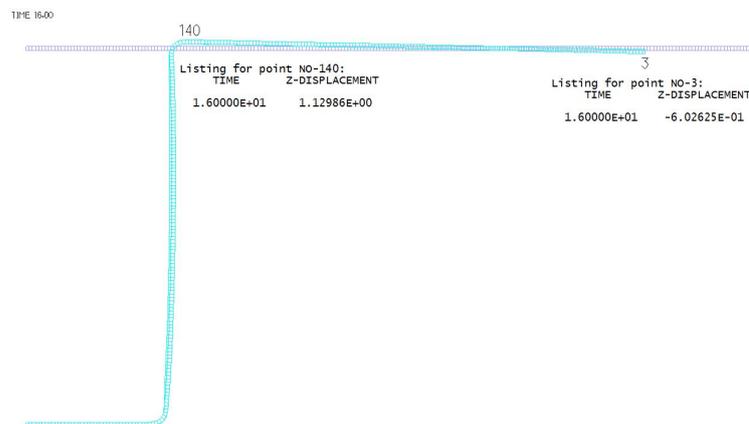
Figura 70 – Modelo 1 - Variação da espessura da chapa



Fonte: Autor

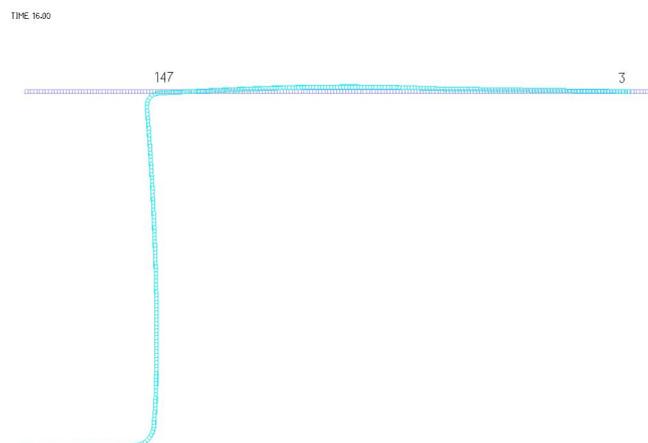
O procedimento adotado permite auxiliar no projeto das ferramentas e das condições de conformação. Trata-se de um problema altamente não linear, de modo que a soma das variações isoladas dos parâmetros não implica diretamente na variação correspondente no resultado final do retorno elástico, entretanto indica certa tendência. Com a manutenção de um coeficiente de atrito $\mu = 0.15$, raio de arredondamento da face do punção $R=2\text{mm}$ e raio de arredondamento da face da matriz ($\sim 2t$) $R=1.45\text{mm}$ para o modelo com chapa em aço e raio de arredondamento da face do punção $R=3.75\text{mm}$ e raio de arredondamento da face da matriz ($\sim 2.5t$) $R=1.85\text{mm}$ para o modelo com chapa em Latão produzem condição que diminui consideravelmente o retorno elástico sem custo adicional, como representado nas figuras 71 e 72.

Figura 71 – Modelo 1 - Aço - Minimização do retorno elástico



Fonte: Autor

Figura 72 – Modelo 1 - Latão - Minimização do retorno elástico



Fonte: Autor

6.1.3 Sensibilidade do retorno elástico aos parâmetros da modelagem

- Sensibilidade ao número de nós por elemento

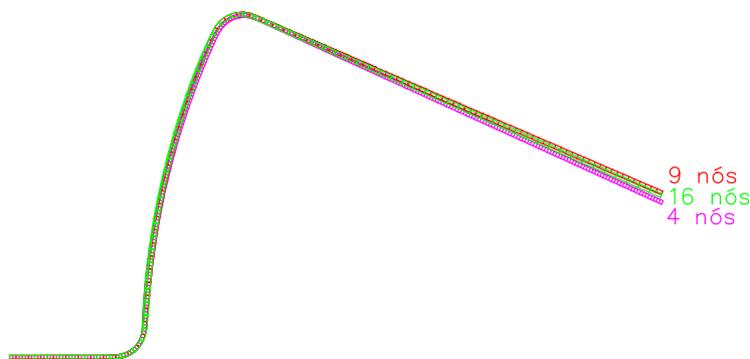
As figuras 73 a 75 mostram a sensibilidade do retorno elástico ao refinamento p da malha (polinômio de maior grau nas funções de aproximações) mantendo-se aproximadamente o número total de nós da malha, tanto para a chapa em aço como para a chapa em latão nesse modelo, o elemento de 9 nós apresentou melhor performance entretanto com um custo computacional da ordem de 50% de tempo a mais de processamento. Já o elemento com 16 nós se mostrou pouco eficiente para esse modelo, além de aumento da ordem de 80% do tempo de processamento.

Figura 73 – Modelo 1 - Aço - Elemento de casca



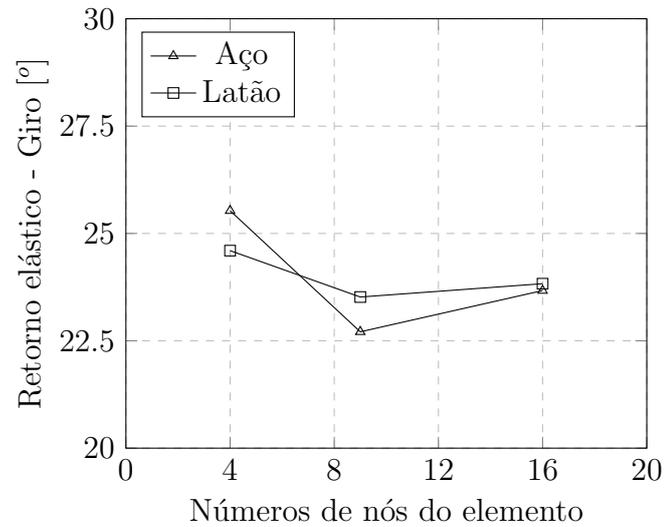
Fonte: Autor

Figura 74 – Modelo 1 - Latão - Elemento de casca



Fonte: Autor

Figura 75 – Modelo 1 - Número de nós do elemento de casca - refinamento p

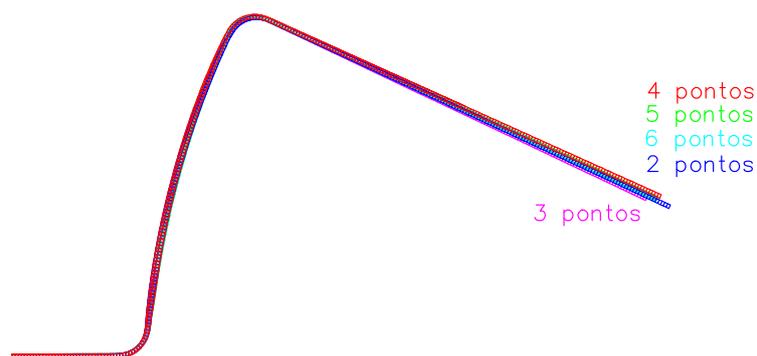


Fonte: Autor

- Sensibilidade ao número de pontos de integração ao longo da espessura

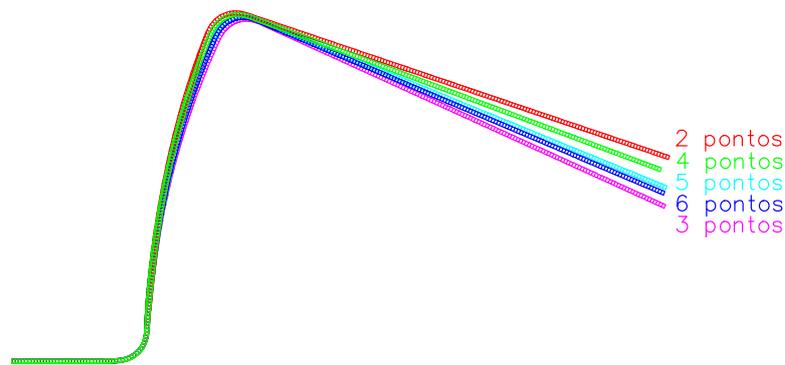
As figuras 76 a 78 mostram a variação do retorno elástico em função do número de pontos de integração ao longo da espessura da chapa, no modelo com chapa em latão a variação foi mais significativa, entretanto não é possível se visualizar nesse modelo, uma redução do retorno elástico com o aumento do número de pontos de integração ao longo da espessura como pode parecer intuitivo.

Figura 76 – Modelo 1 - Aço - Variação do número de pontos de integração na espessura



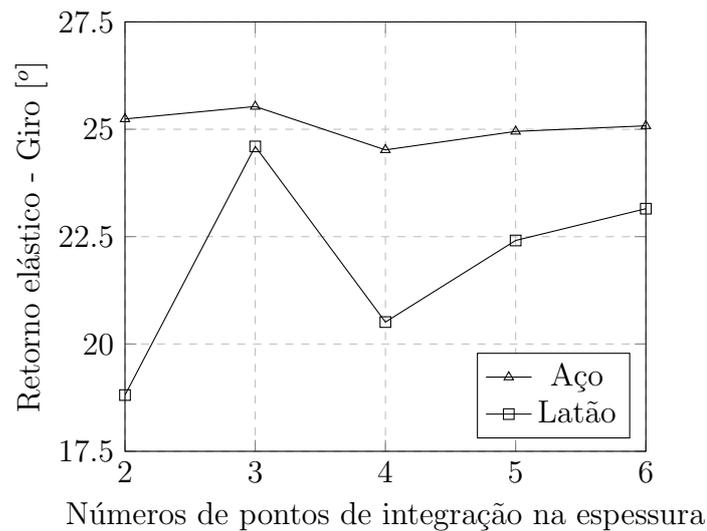
Fonte: Autor

Figura 77 – Modelo 1 - Latão - Variação do número de pontos de integração na espessura



Fonte: Autor

Figura 78 – Modelo 1 - Pontos de integração ao longo da espessura

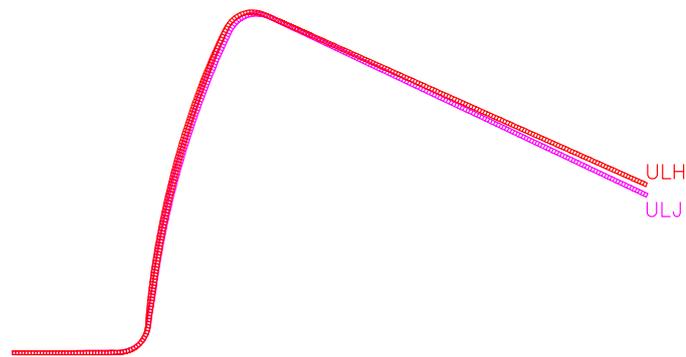


Fonte: Autor

- Sensibilidade à formulação para grandes deformações plásticas

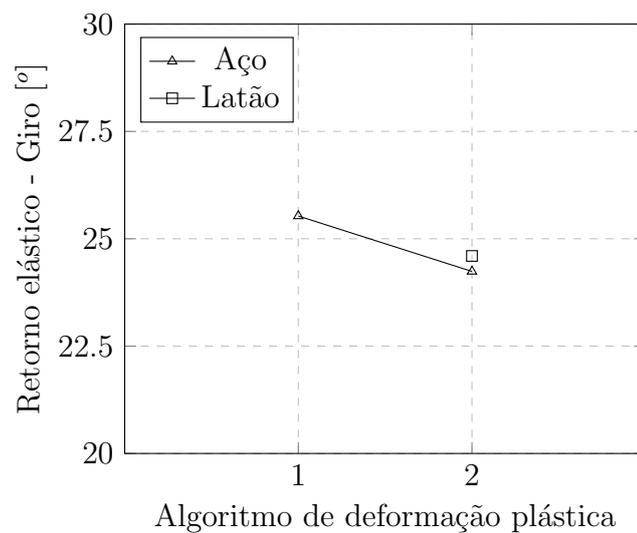
O software ADINA dispõe de duas formulações para a inclusão de grandes deformações plásticas: 1) Type-1 UJH : formulação lagrangeana atualizada via Hencky e 2) Type-2 ULJ : Formulação lagrangeana atualizada via Jaumann. Mantidas todas as demais condições, a análise do modelo com chapa em latão não convergiu para a formulação UJH. As figuras 79 e 80 mostram a variação do retorno elástico em função da formulação para a consideração de grandes deformações plásticas.

Figura 79 – Modelo 1 - Aço - Formulação para grandes deslocamentos



Fonte: Autor

Figura 80 – Modelo 1 - Formulação para grandes deformações plásticas



Fonte: Autor

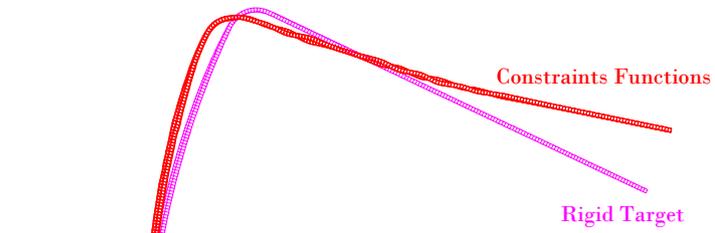
- Sensibilidade ao algoritmo de contato

O software utilizado dispõe de três formulações para a inclusão das condições de contato: 1) Rigid Target, 2) Constraints Functions e 3) Segment Method sendo que os dois primeiros são derivações do método das penalidades e o primeiro é indicado pelo manual para as aplicações em conformações e o terceiro é baseado no método dos multiplicadores de Lagrange.

Mantidas todas as demais condições, as análises dos modelos com chapa em aço e chapa em latão não convergiram para a formulação Segment Method. Nas duas versões de material o algoritmo Constraints Functions apresentou deformações na chapa que não se percebeu em nenhum outro modelo, não se mostrando adequado

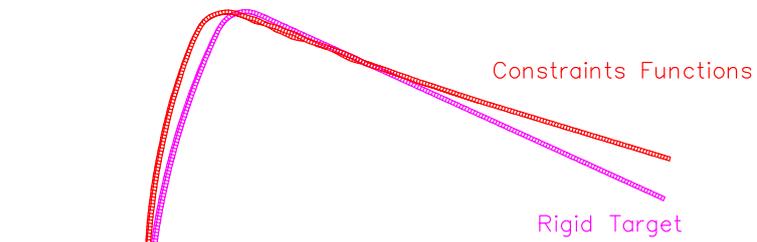
para esse modelo. As figuras 81 a 83 apresentam a variação do retorno elástico em função do algoritmo para a inclusão das condições de contato.

Figura 81 – Modelo 1 - Aço - Variação do algoritmo de contato



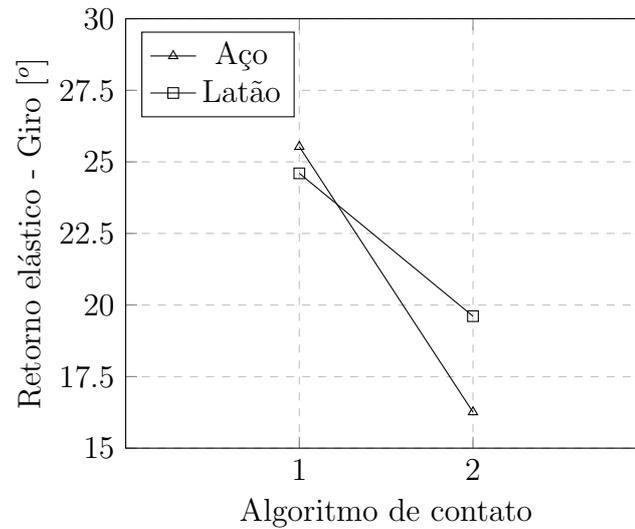
Fonte: Autor

Figura 82 – Modelo 1 - Latão - Variação do algoritmo de contato



Fonte: Autor

Figura 83 – Modelo 1 - Algoritmo de contato



Fonte: Autor

Algoritmos: 1) Rigid Target e 2) Constraints Functions.

- Sensibilidade à regularidade da malha

A avaliação da sensibilidade do retorno elástico em relação à regularidade da malha está representada nas figuras 84 a 86 e se observa significativa sensibilidade, sendo que a malha esconsa mostrou menor retorno elástico que o modelo de referência para as duas variações de material de composição da chapa.

Figura 84 – Modelo 1 - Regularidade da malha



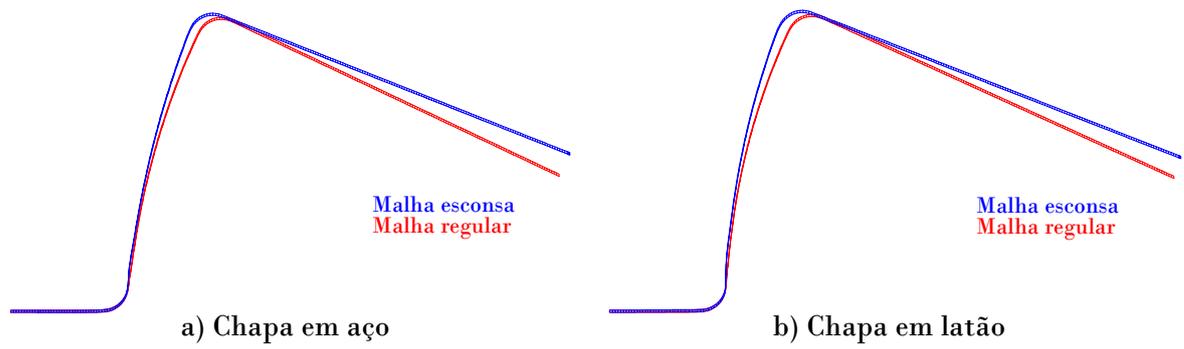
a) Malha regular



b) Malha esconsa

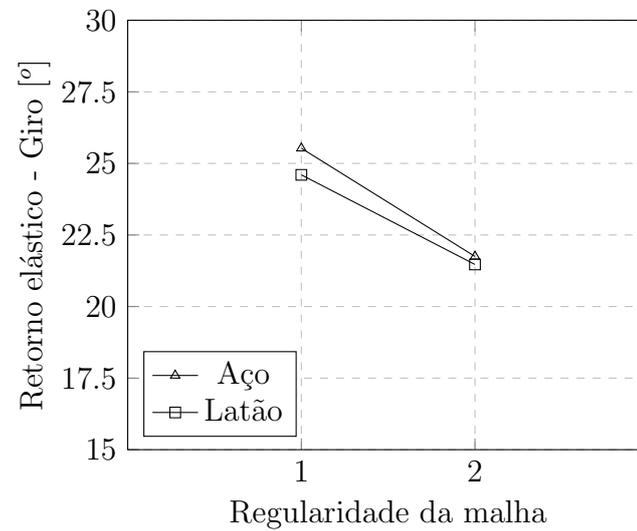
Fonte: Autor

Figura 85 – Modelo 1 - Regularidade da malha



Fonte: Autor

Figura 86 – Modelo 1 - Resumo - Regularidade da malha



Fonte: Autor

Regularidade da malha: 1) Regular e 2) Esconsa.

6.2 Modelo 2 - Caixa quadrada

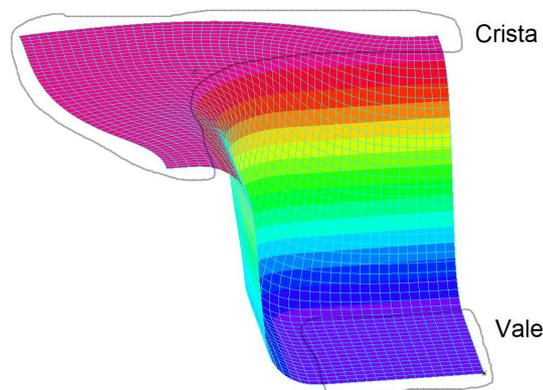
6.2.1 Análise da convergência para a definição do modelo de referência

Principais elementos do modelo de referência para a análise pelo método dos elementos finitos:

- Elemento de casca com 4 nós;
- Três pontos de integração ao longo da espessura;
- Análise com integração implícita no tempo;
- Critério de escoamento Hill-1948;
- Algoritmo de contato *alvo rígido*;
- Grandes deslocamentos e grandes deformações plásticas com formulação ULJ e
- Carregamento aplicado com deslocamento.

O retorno elástico na geometria do modelo 2 é bastante complexo, de modo que o movimento em uma única direção não é capaz de traduzi-lo com exatidão, entretanto o retorno elástico, para a definição do modelo de referência, será tomado como a diferença entre o movimento total do punção: 40mm e a distância relativa entre o ponto mais baixo da **Crista** e o ponto mais alto do **Vale**, sendo que essas regiões estão identificadas na figura 87 e o resumo da análise de convergência está indicado na figura 92.

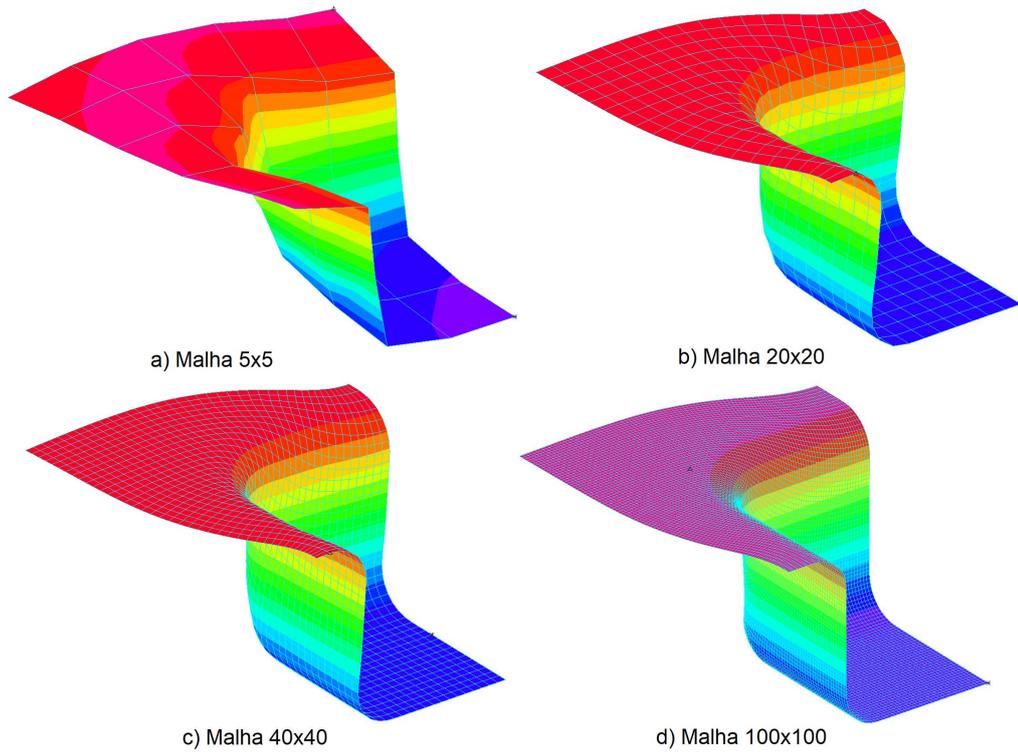
Figura 87 – Regiões para detecção do retorno elástico



Fonte: Autor

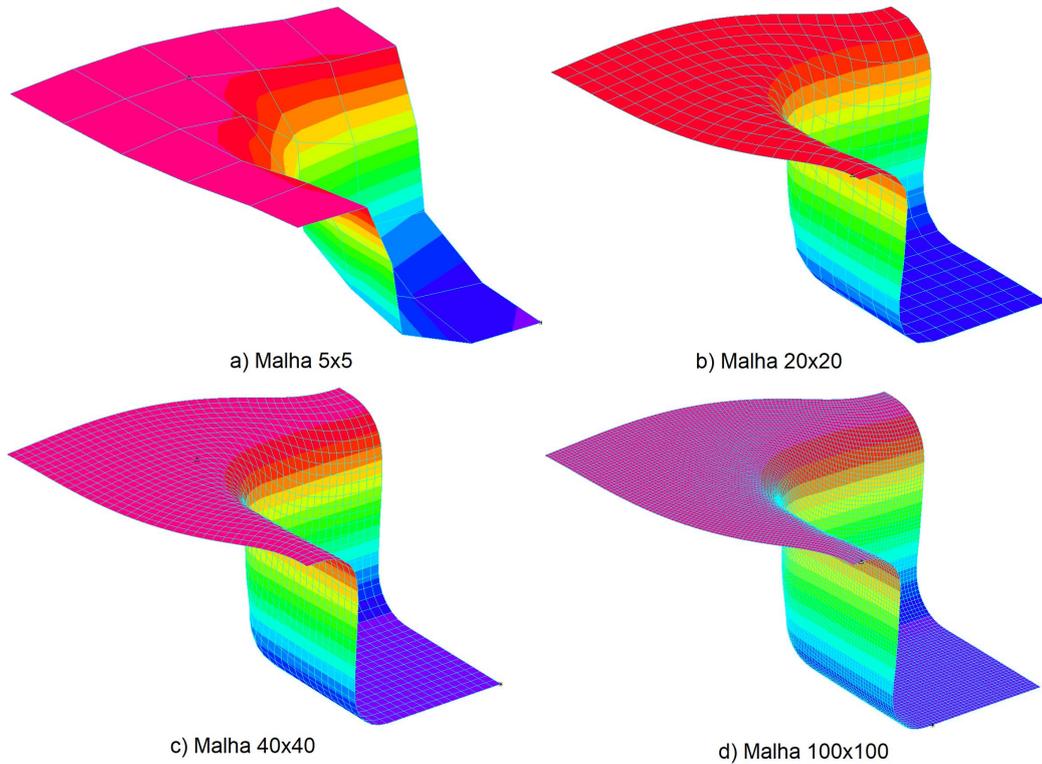
As figuras 88 e 89 apresentam a evolução da configuração final deformada da chapa em função da variação do refinamento h (variação do número de elementos do modelo mantido o número de nó de cada elemento) da malha de elementos finitos.

Figura 88 – Modelo 2 - Aço - Refinamento h



Fonte: Autor

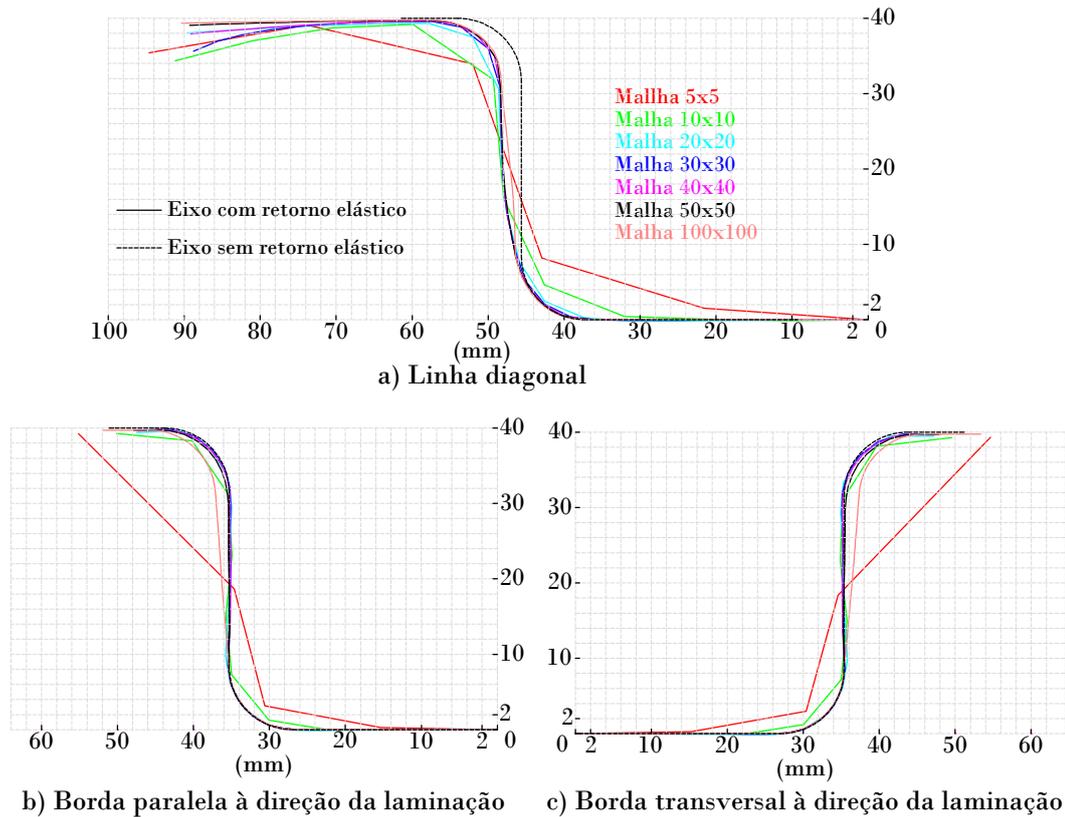
Figura 89 – Modelo 2 - Latão - Refinamento h



Fonte: Autor

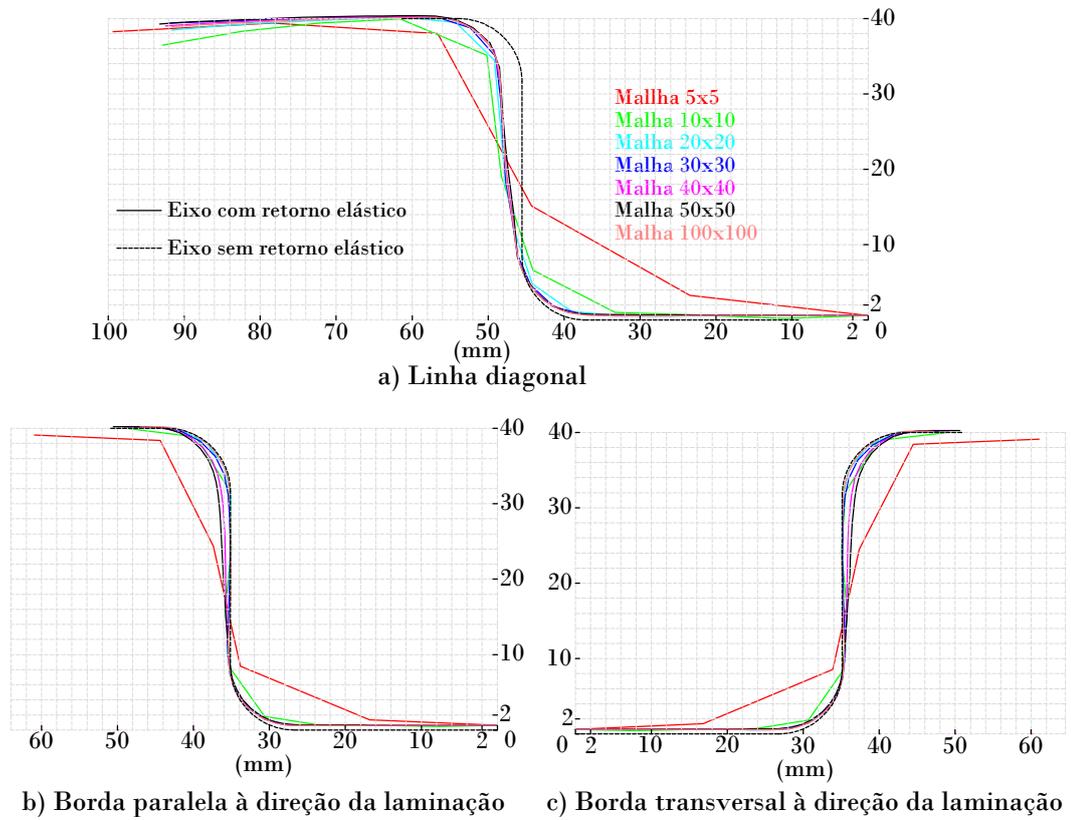
As figuras 90 e 91 indicam que o retorno elástico tende à estabilização para um valor limite a partir da malha com 30x30 elementos, tanto para o modelo com chapa em aço como para o modelo com chapa em latão, entretanto pelo critério objetivo adotado e indicado na figura 92 a estabilização se inicia a partir da malha com 50x50 elementos.

Figura 90 – Modelo 2 - Aço - Configuração deformada



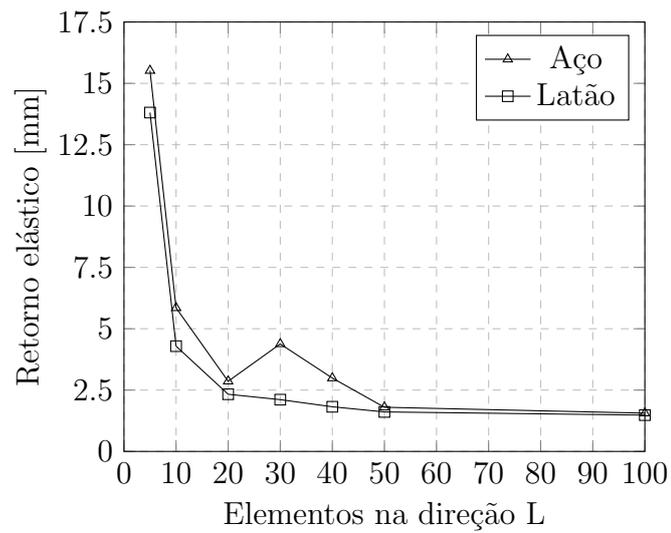
Fonte: Autor

Figura 91 – Modelo 2 - Latão - Configuração deformada



Fonte: Autor

Figura 92 – Modelo 2 - refinamento h - Resumo do retorno elástico



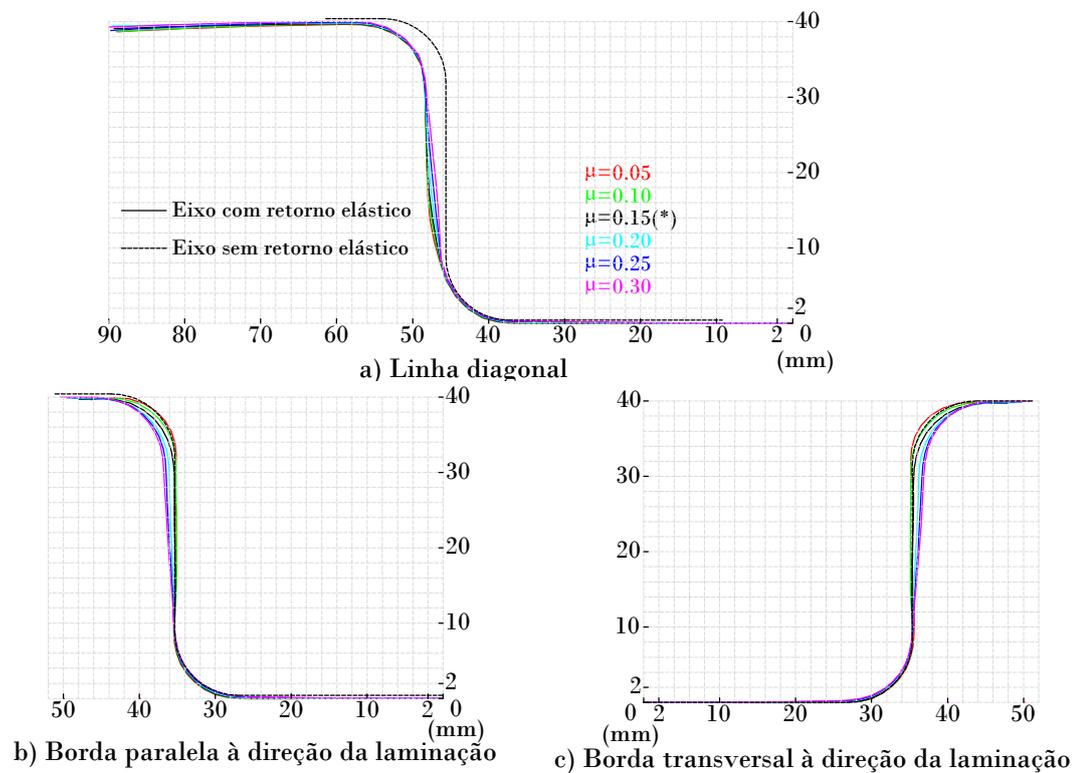
Fonte: Autor

6.2.2 Sensibilidade do retorno elástico aos parâmetros da conformação

- Sensibilidade ao coeficiente de atrito

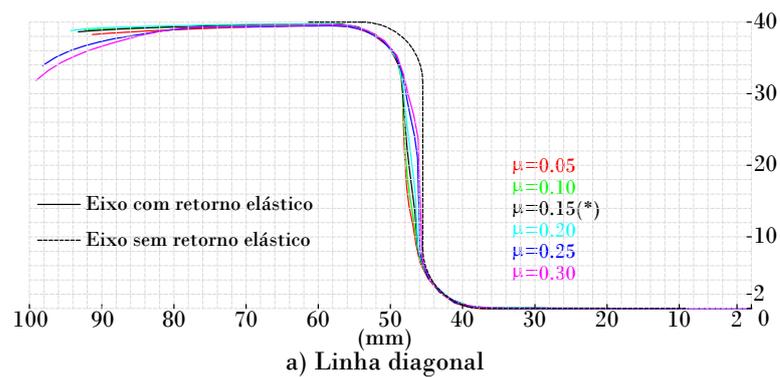
As figuras 93 e 94 mostram a variação do retorno elástico em função da modificação do coeficiente de atrito entre as superfícies, sendo que o modelo com chapa em latão se mostrou mais sensível entretanto o menor coeficiente de atrito mostrou menor retorno elástico.

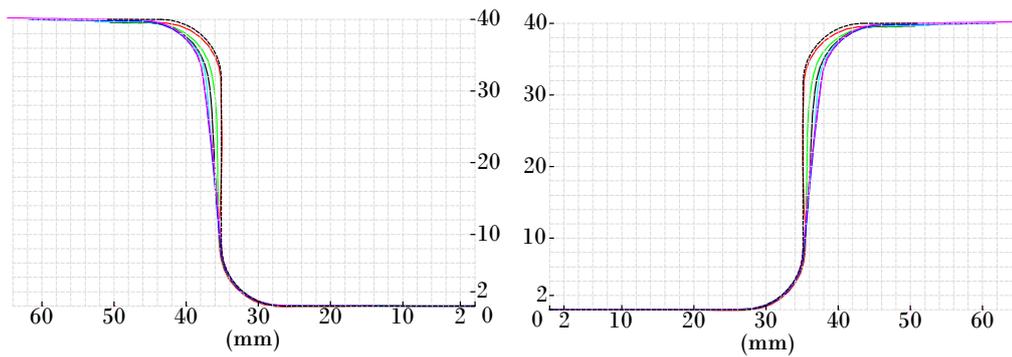
Figura 93 – Modelo 2 - Aço - Coeficiente de atrito



Fonte: Autor

Figura 94 – Modelo 2 - Latão - Coeficiente de atrito





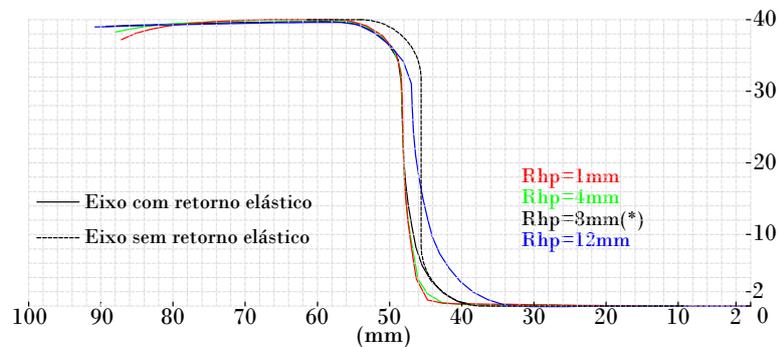
b) Borda paralela à direção da laminação c) Borda transversal à direção da laminação

Fonte: Autor

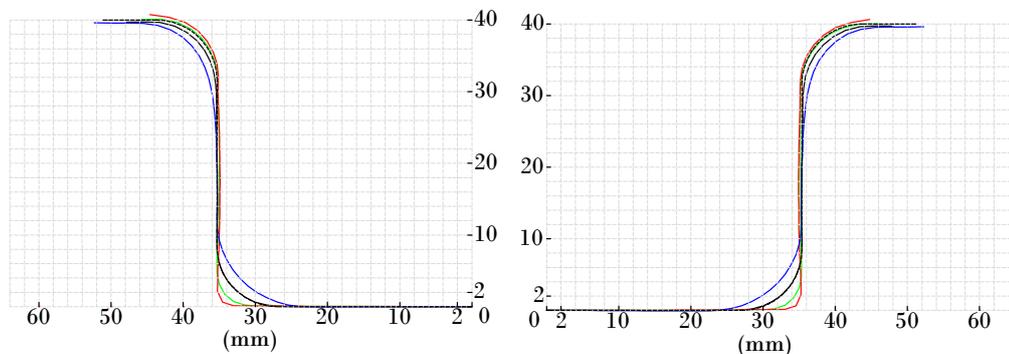
- Sensibilidade ao raio de arredondamento das arestas horizontais do punção

As figuras 95 e 96 mostram a sensibilidade do retorno elástico à variação do raio de arredondamento das arestas horizontais do punção, sendo que as paredes laterais mostram pouca sensibilidade tanto para o modelo com chapa em aço como para o modelo com chapa em latão, entretanto sistematicamente o canto vertical mostra um retorno grande para raio de 12mm (> 10 vezes a espessura).

Figura 95 – Modelo 2 - Aço - Arredondamento das arestas horizontais do punção



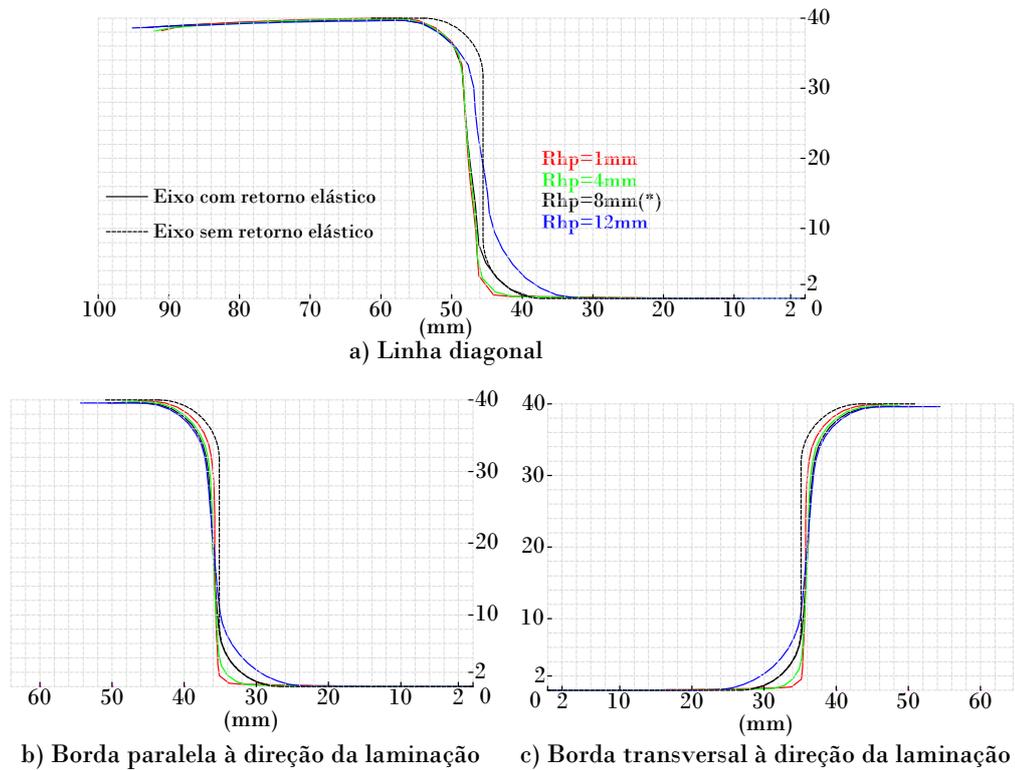
a) Linha diagonal



b) Borda paralela à direção da laminação c) Borda transversal à direção da laminação

Fonte: Autor

Figura 96 – Modelo 2 - Latão - Arredondamento das arestas horizontais do punção

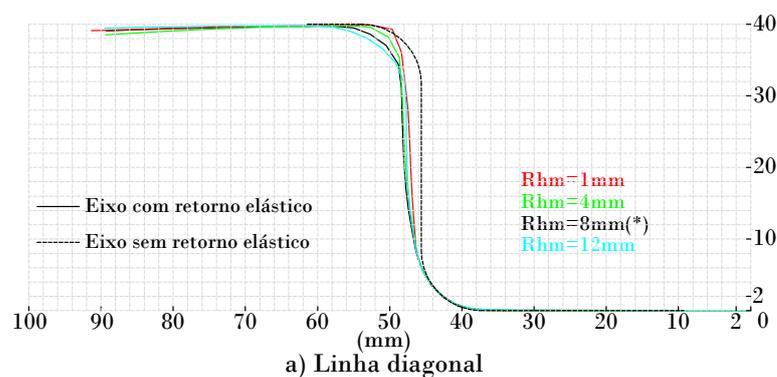


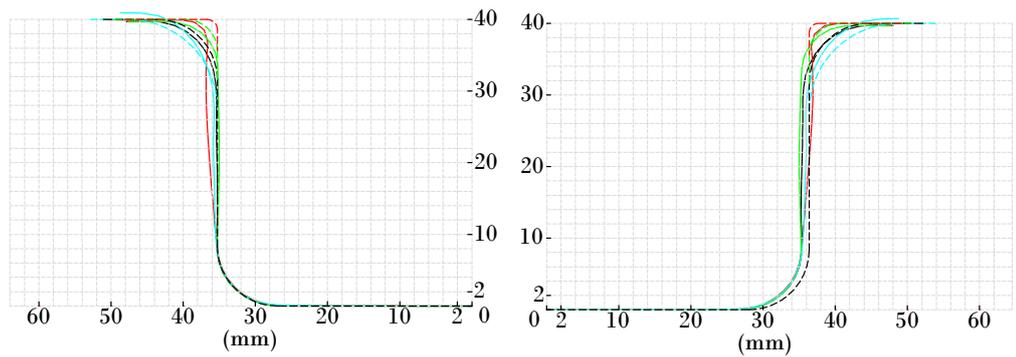
Fonte: Autor

- Sensibilidade ao raio de arredondamento das arestas horizontais da matriz

As figuras 97 e 98 mostram a sensibilidade do retorno elástico à modificação do raio de arredondamento das arestas horizontais da matriz, sendo que o modelo com chapa em latão apresenta maior sensibilidade, entretanto crescem sistematicamente as distorção das paredes verticais com a diminuição do raio de arredondamento das arestas horizontais da matriz.

Figura 97 – Modelo 2 - Aço - Arredondamento das arestas horizontais da matriz

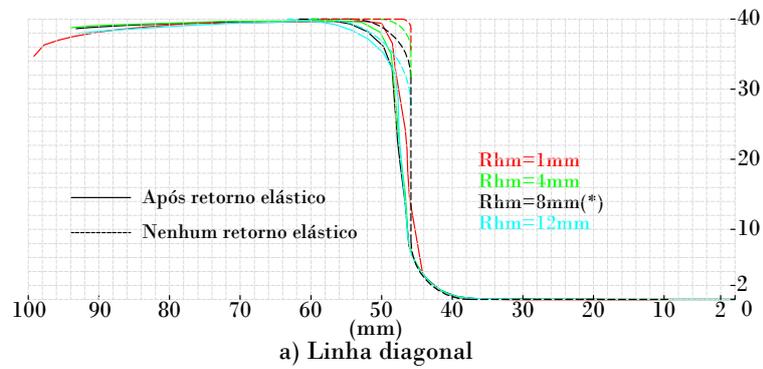




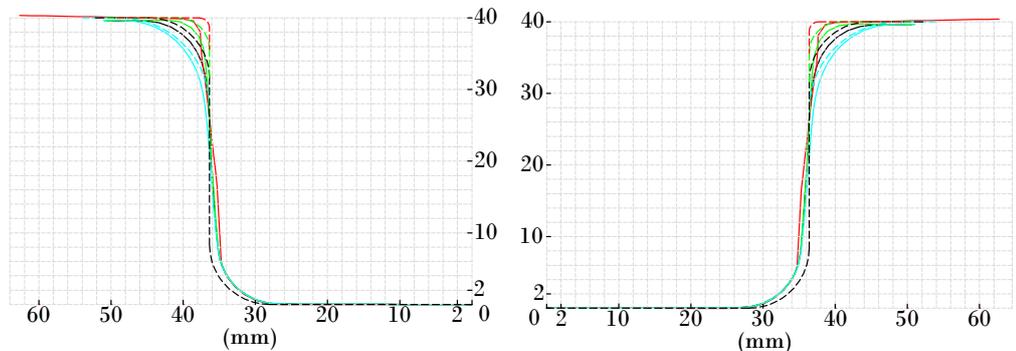
b) Borda paralela à direção da laminação c) Borda transversal à direção da laminação

Fonte: Autor

Figura 98 – Modelo 2 - Latão - Arredondamento das arestas horizontais da matriz



a) Linha diagonal



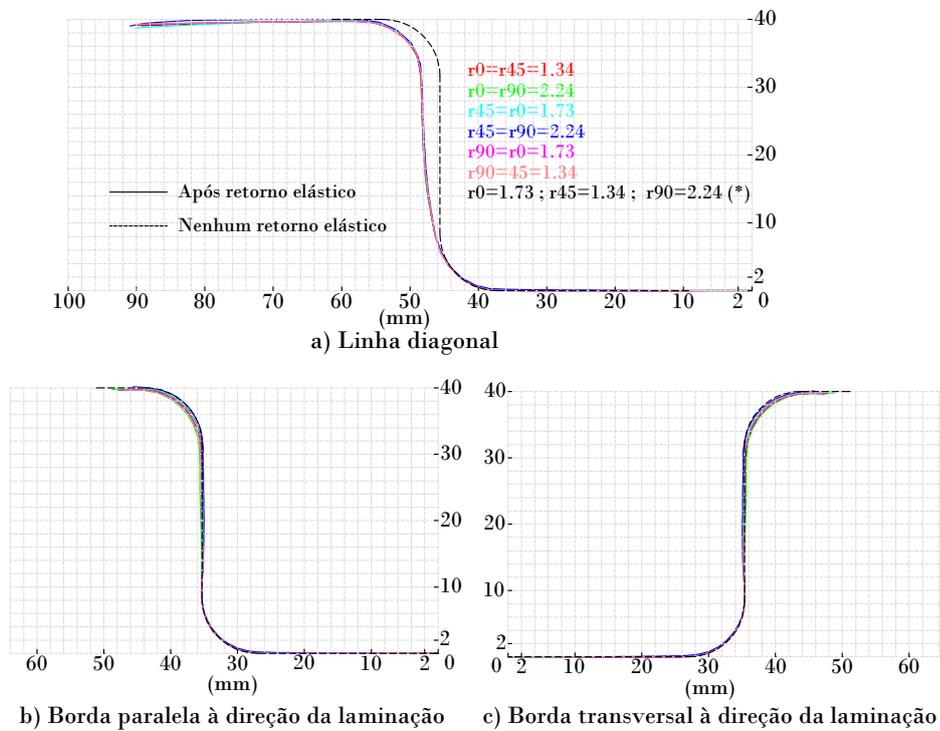
b) Borda paralela à direção da laminação c) Borda transversal à direção da laminação

Fonte: Autor

- Sensibilidade aos coeficientes de Lankford

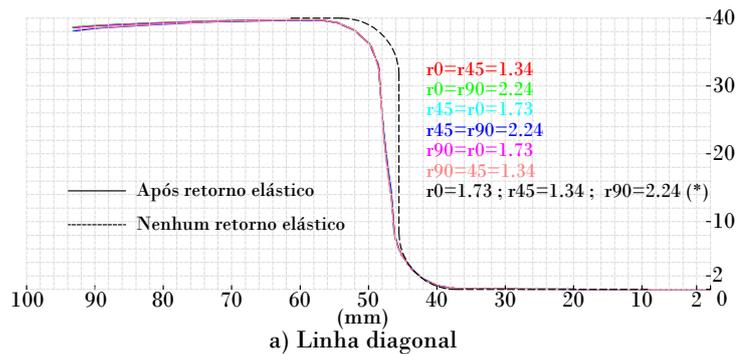
Uma variação fictícia dos coeficientes de anisotropia é imposta ao material com o objetivo de se avaliar se algum ajuste no processo de solidificação e ou de laminação que reduzisse a anisotropia teria alguma relevância, entretanto as figuras 99 e 100 mostram que este esforço é totalmente dispensável nesse modelo, pois igualar os coeficientes de Lankford dois a dois mostrou redução do retorno elástico apenas das paredes laterias do modelo com chapa em aço e mantendo os mesmos níveis do modelo de referência para o modelo com chapa em latão.

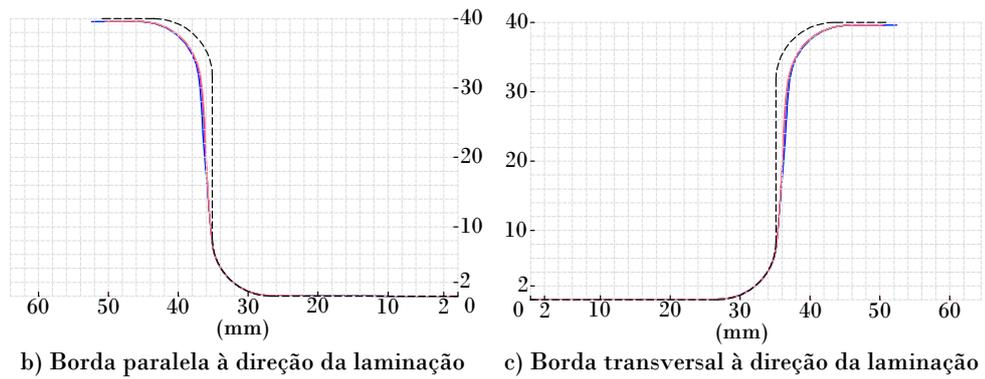
Figura 99 – Modelo 2 - Aço - Coeficientes de Lankford



Fonte: Autor

Figura 100 – Modelo 2 - Latão - Coeficientes de Lankford



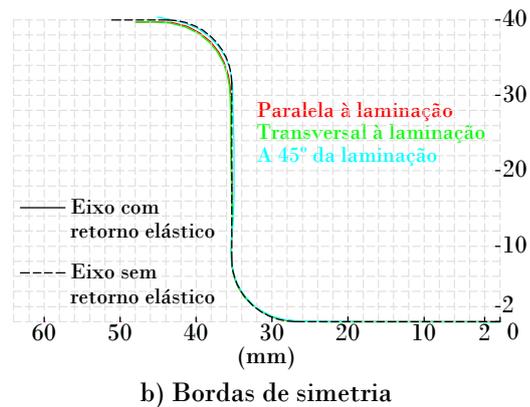
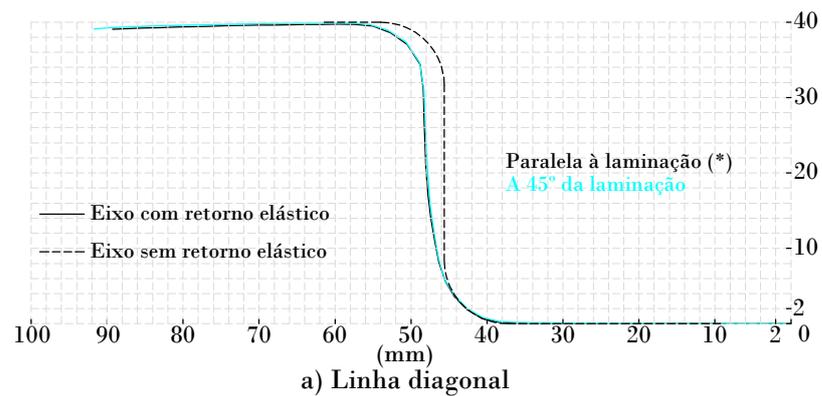


Fonte: Autor

- Sensibilidade à direção de laminação

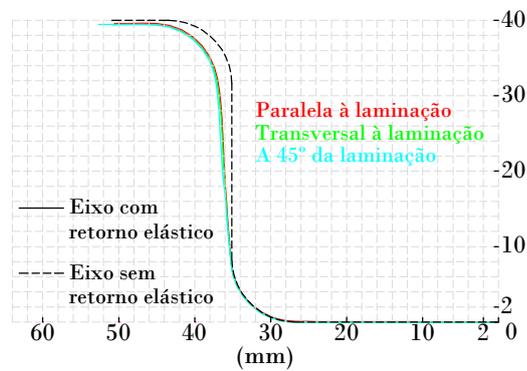
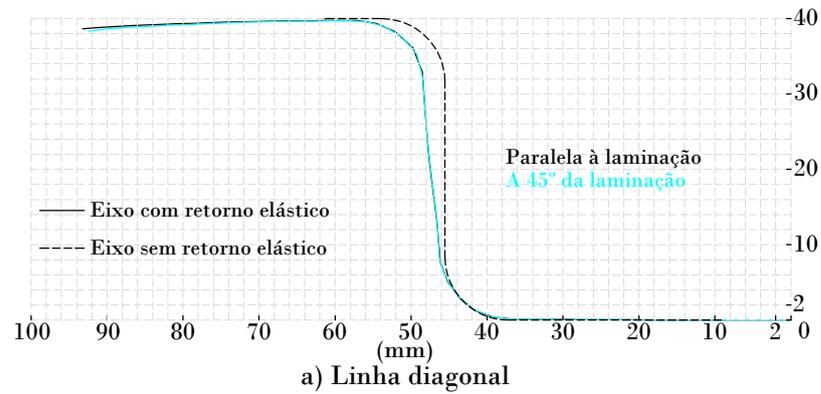
As figuras 101 e 102 mostram que existe sistematicamente uma pequena sensibilidade do retorno elástico para esse modelo, com a direção da laminação da chapa.

Figura 101 – Modelo 2 - Aço - Direção da laminação



Fonte: Autor

Figura 102 – Modelo 2 - Latão - Direção da laminação

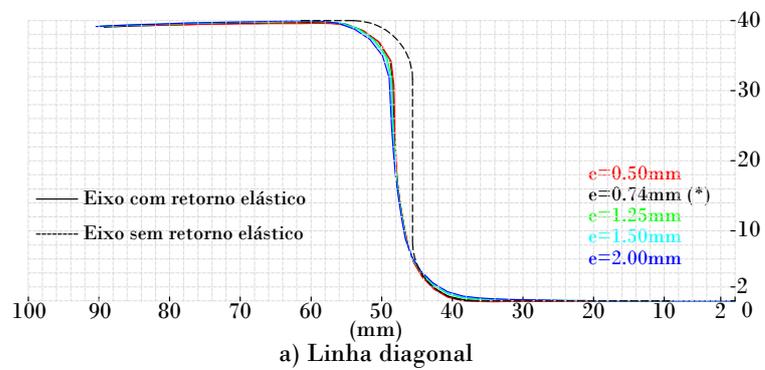


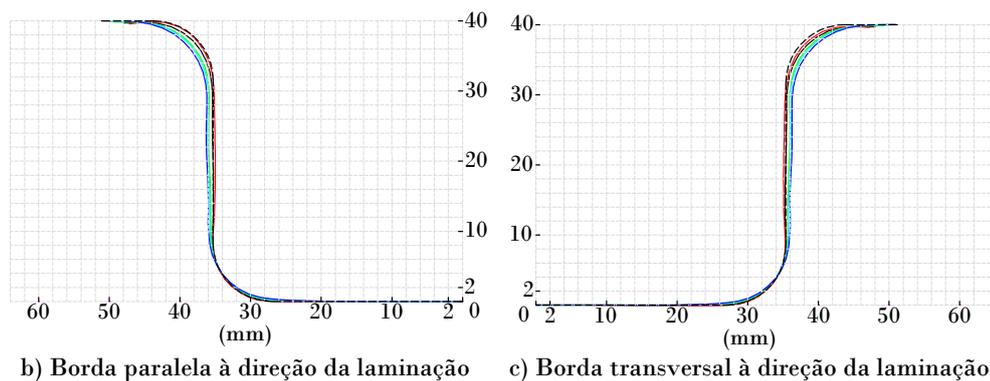
Fonte: Autor

- Sensibilidade à espessura da chapa

As figuras 103 e 104 mostram sistematicamente que o retorno elástico desse modelo, tem relativamente pouca sensibilidade à variação da espessura da chapa.

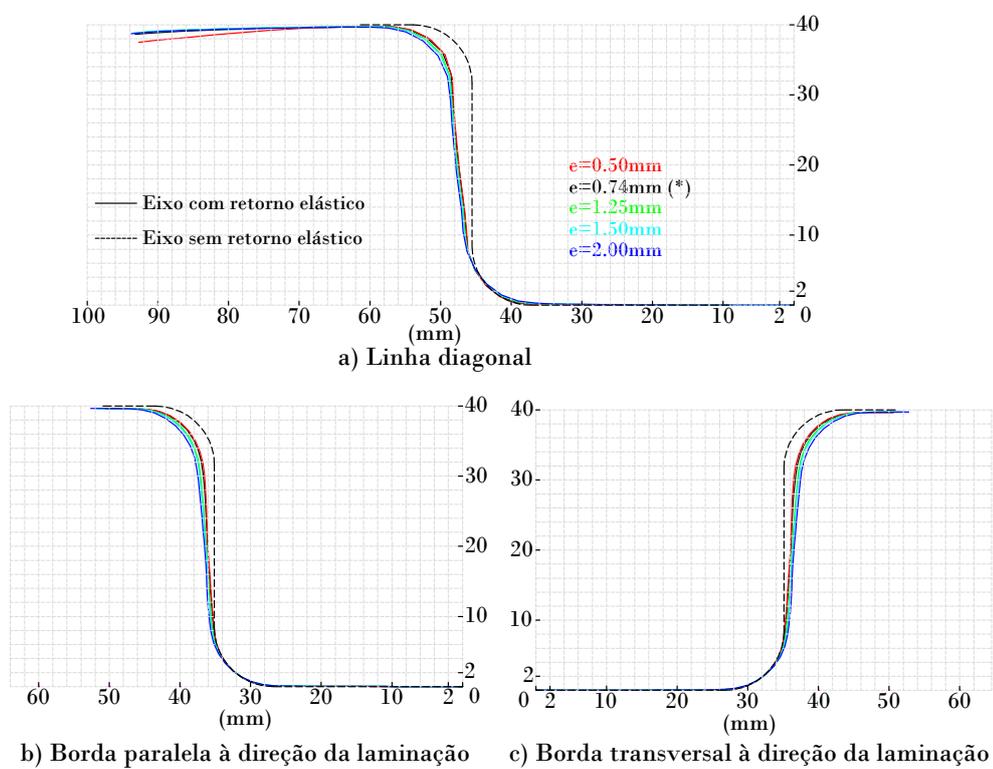
Figura 103 – Modelo 2 - Aço - Espessura da chapa





Fonte: Autor

Figura 104 – Modelo 2 - Latão - Espessura da chapa



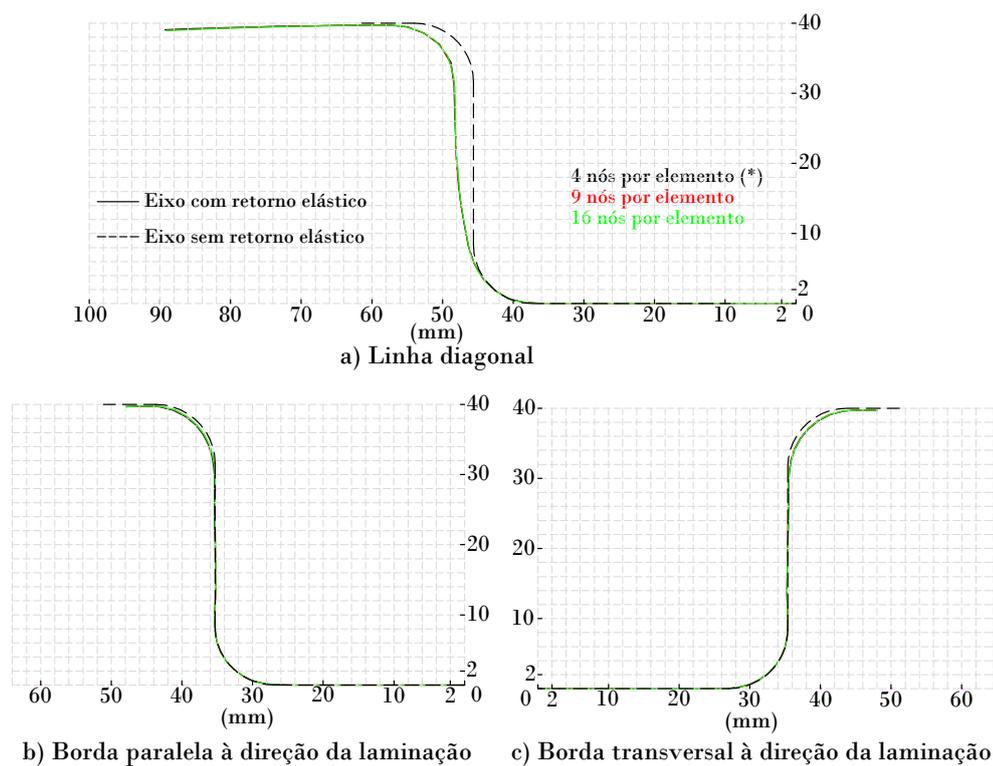
Fonte: Autor

6.2.3 Sensibilidade do retorno elástico aos parâmetros da modelagem

- Sensibilidade ao número de nós por elemento

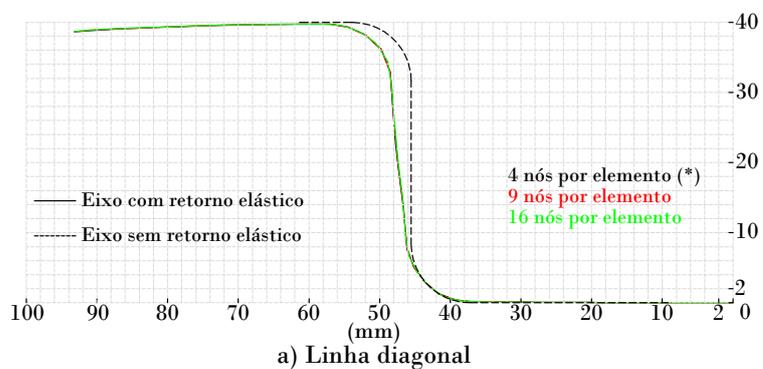
As figuras 105 e 106 mostram que esse modelo, tem sistematicamente pouca sensibilidade ao refinamento p da malha.

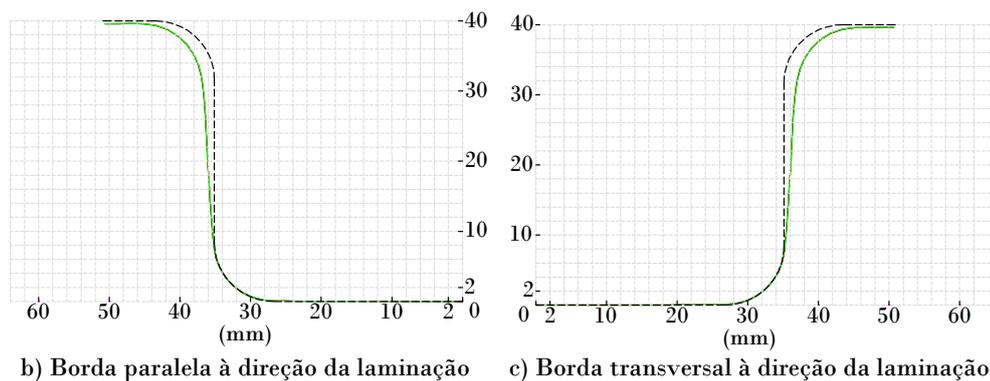
Figura 105 – Modelo 2 - Aço - Número de nós no elemento de casca



Fonte: Autor

Figura 106 – Modelo 2 - Latão - Número de nós no elemento de casca

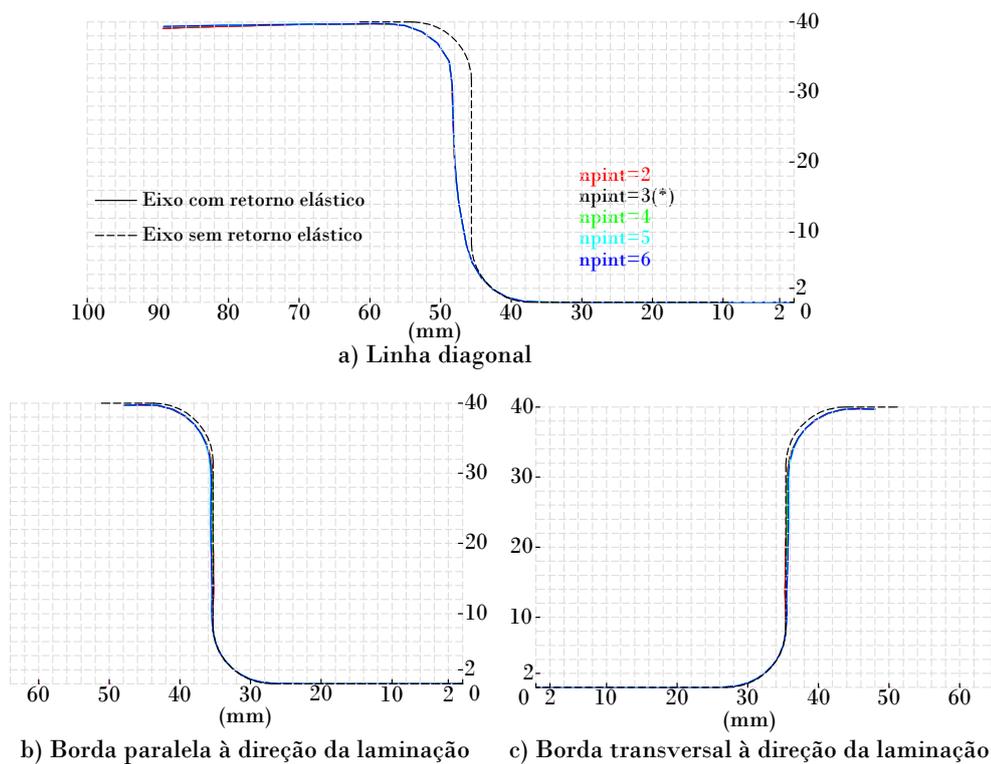




Fonte: Autor

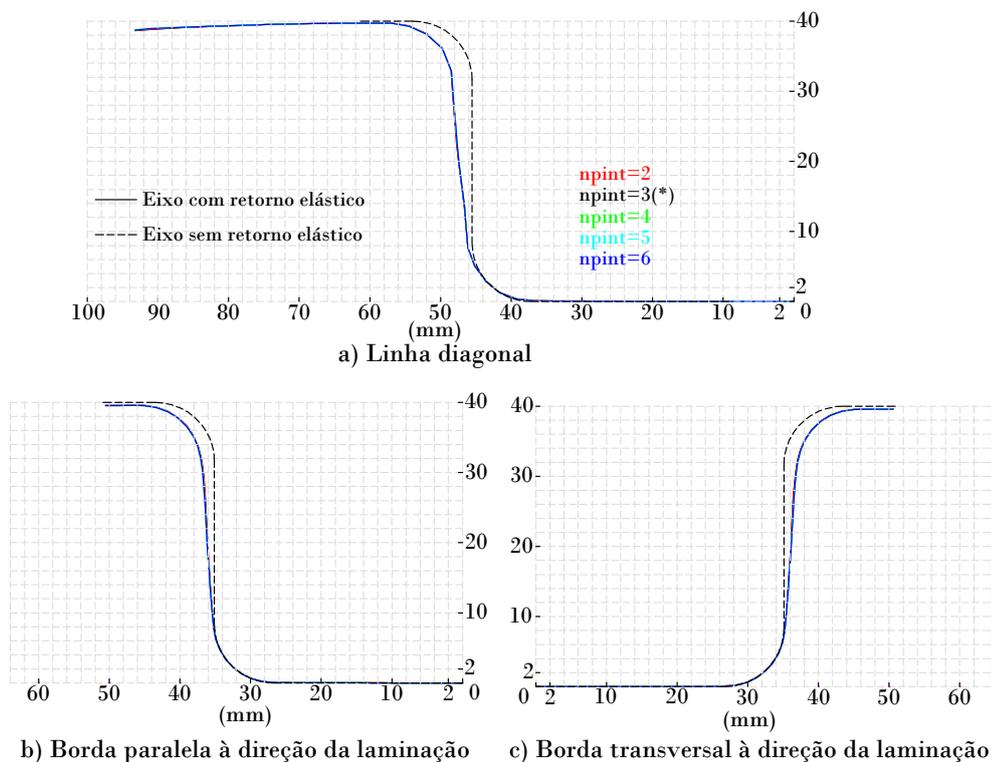
- Sensibilidade ao número de pontos de integração ao longo da espessura
As figuras 107 e 108 mostram que esse modelo, tem sistematicamente pouca sensibilidade à modificação do número de pontos de integração ao longo da espessura.

Figura 107 – Modelo 2 - Aço - Número de pontos de integração



Fonte: Autor

Figura 108 – Modelo 2 - Latão - Número de pontos de integração

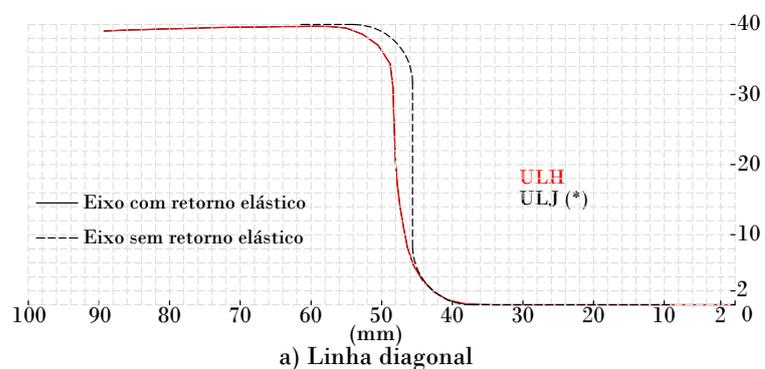


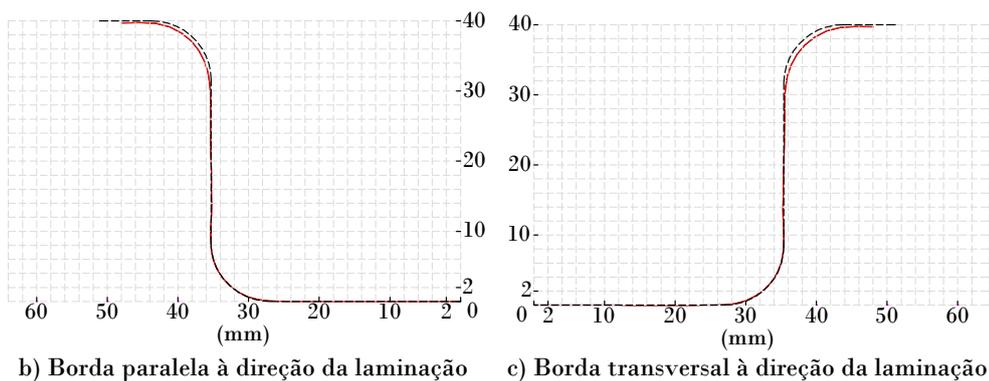
Fonte: Autor

- Sensibilidade à formulação para grandes deformações plásticas

As figuras 109 e 110 mostram que esse modelo, tem sistematicamente pouca sensibilidade à modificação do algoritmo para a inclusão de grandes deformações plásticas.

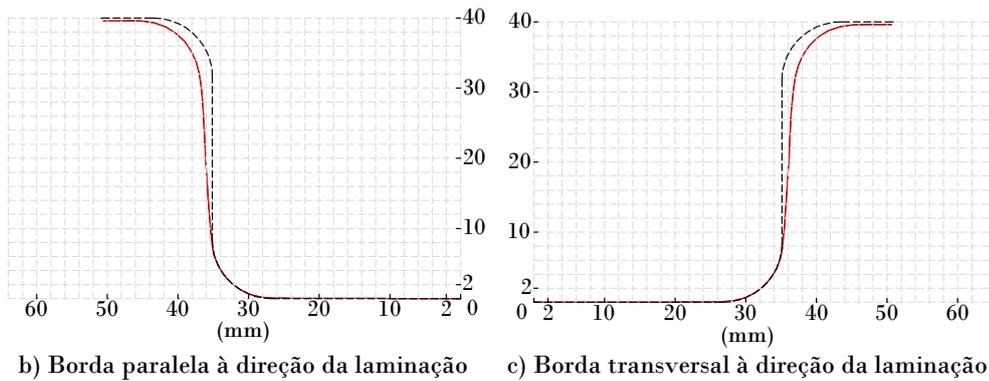
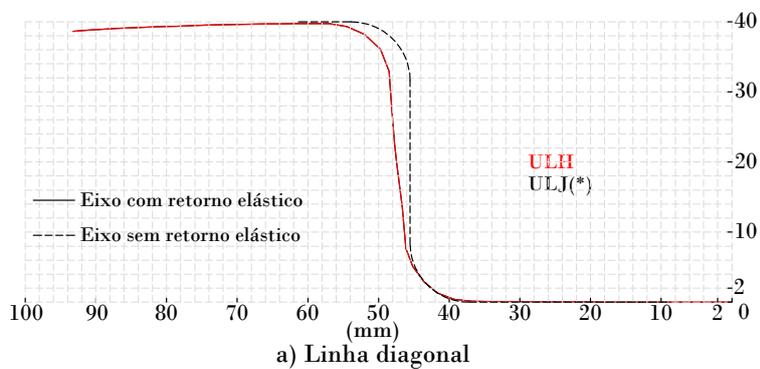
Figura 109 – Modelo 2 - Aço - Formulação da plasticidade





Fonte: Autor

Figura 110 – Modelo 2 - Latão - Formulação da plasticidade

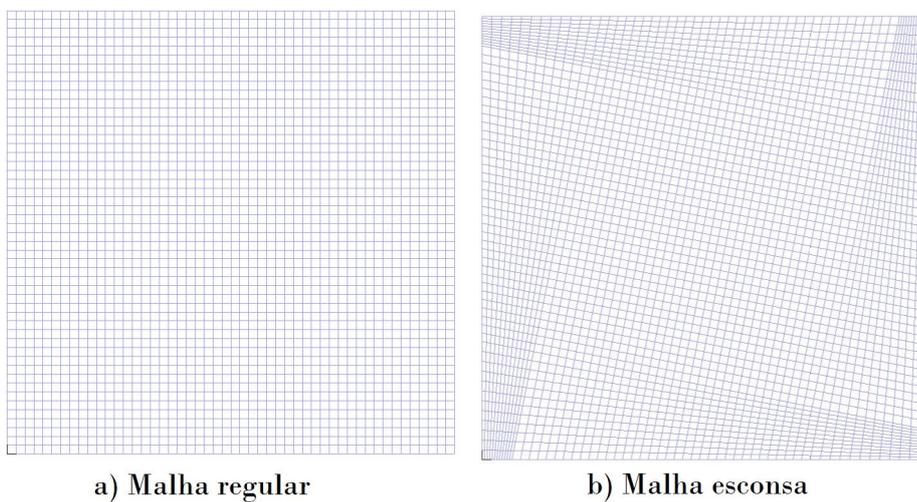


Fonte: Autor

- Sensibilidade à regularidade da malha

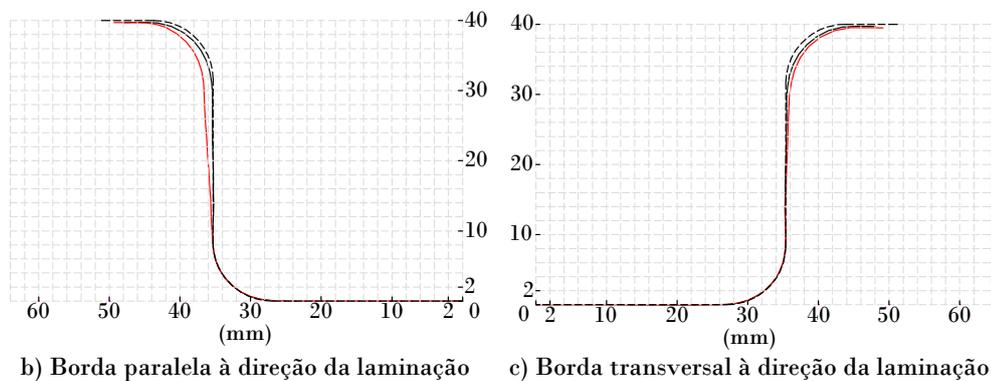
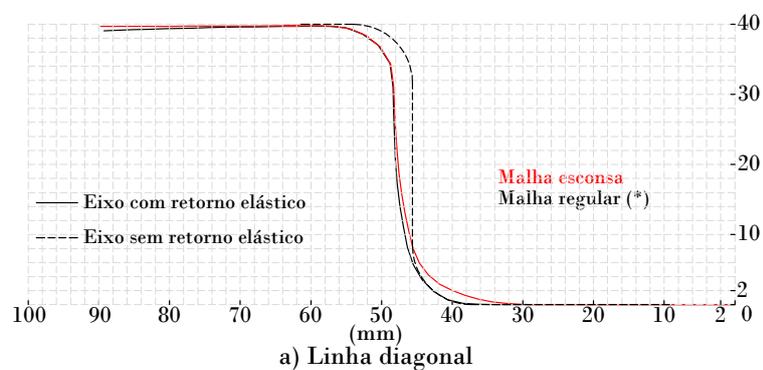
As figuras 111 e 112 mostram razoável sensibilidade do retorno elástico à regularidade da malha se intensificando no modelo com chapa em latão.

Figura 111 – Modelo 2 - Regularidade da malha



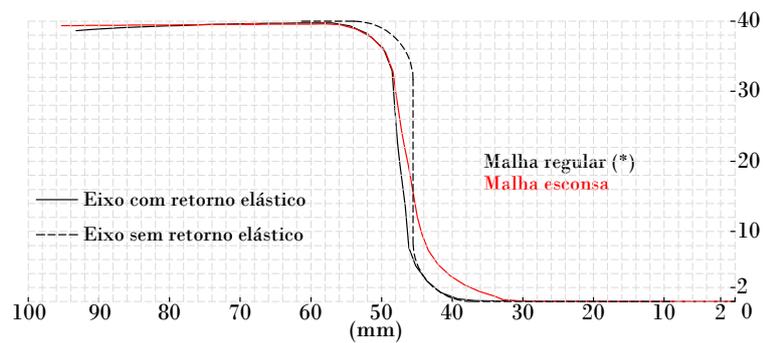
Fonte: Autor

Figura 112 – Modelo 2 - Aço - Regularidade da malha

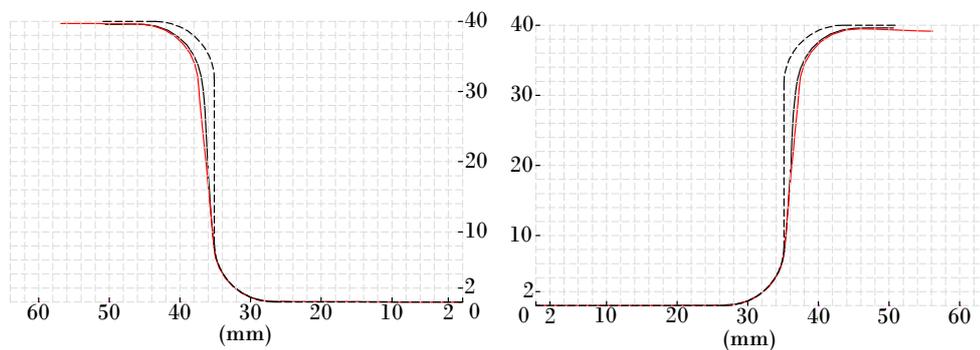


Fonte: Autor

Figura 113 – Modelo 2 - Latão - Regularidade da malha



a) Linha diagonal



b) Borda paralela à direção da laminação

c) Borda transversal à direção da laminação

Fonte: Autor

7 Conclusões

A conformação de chapas metálicas é uma atividade industrial absolutamente corriqueira, fazendo parte de diversos processos da manufatura moderna, seja fornecendo um produto intermediário para sua posterior incorporação em algum sistema ou seja desenvolvendo um produto final. O retorno elástico nos processos de conformação de chapas metálicas se mostra como um grande desafio, tanto para a indústria como para a mecânica das estruturas, pois aquela deseja reduzi-lo ao máximo ou, em determinadas situações, eliminá-lo e essa deseja prevê-lo com precisão por meio de simulações numéricas, entretanto o retorno elástico se mostra sensível a diversos parâmetros tanto do processo de conformação quanto do processo de simulação numérica.

O principal método numérico para as simulações em geral, e em particular para a simulação do retorno elástico, é o método dos elementos finitos (MEF), utilizado também nesse trabalho, que é uma ferramenta poderosa de simulação, na realidade os métodos numéricos são a única possibilidade de enfrentamento dos problemas matemático reais de estruturas formulados a partir das necessidades da indústria. A busca pelos ajustes no MEF não para, mas como trata-se de um método numérico, parte do processo inclui simplificações e essas simplificações tendem a ser mais ou menos significativas dependendo do problema em análise.

O modelo 1 (canal curto) refletiu bem a noção geral da influência de alguns parâmetros de conformação no retorno elástico: diminuição do retorno elástico com o aumento da espessura da chapa conformada e com o aumento do coeficiente de atrito. O que não se confirmou no modelo 2 (caixa quadrada), de modo que pode-se afirmar que a geometria do elemento conformado interfere significativamente no retorno elástico de uma maneira até contra intuitiva, o que reforça a necessidade de simulação numérica como parte integrante importante de qualquer projeto de processo de conformação de chapas metálicas.

Sistematicamente os modelos com material da chapa em latão mostraram retorno elástico menores em comparação com os mesmos modelos com chapa em aço. A variação do raio de arredondamento das arestas do punção mostrou grande interferência no retorno elástico, entretanto a variação do raio de arredondamento das arestas da matriz se mostrou bem mais significativa na intensificação do retorno elástico.

A previsão do retorno elástico de maneira precisa com simulação numérica é ainda um campo aberto da mecânica das estruturas, pois depende fortemente de:

- Caracterização adequada dos materiais, cujo problema é encontrar o ponto de equilíbrio entre os dois extremos a) uma caracterização bastante realista, mas que em contrapartida depende de inúmeros parâmetros obtido através de ensaios e de difícil implementação para uso geral ou b) uma caracterização simplista com poucos parâmetros;
- Algoritmo para a inclusão das condições de contato de forma mais realista e
- Necessidade de criação de diversos modelos comparativos para a análise da convergência, o que mostra a grande sensibilidade da solução aos parâmetros da própria modelagem.

A eliminação total do procedimento usual da tentativa e erro é praticamente impossível em se tratando da previsão precisa do retorno elástico nos processo de conformação de chapa metálicas, entretanto pode ser minimizado, pois embora a simulação numérica tenham mostrado nesse trabalho, uma grande sensibilidade do retorno elástico aos parâmetros da própria simulação, também permitiu perceber que ajustes na geometria do dispositivos podem ser propostos com base na criação e comparação de diversos modelos, cujo custo e tempo de produção e processamento são muito menores que a produção física de cada variação. O melhor projeto de processo se dará com a combinação entre incorporação de resultados das simulações numéricas e informações incorporadas com modelos físicos.

Sugestão para trabalhos futuros:

- Trabalho experimental para a comparação com os resultados das simulações realizadas;
- Novas simulações para a avaliação da sensibilidade do retorno elástico:
 - Com inclusão de critérios de escoamento mais complexos;
 - Em geometrias mais complexas;
 - Em função dos índices de conformabilidade, por exemplo o índice Erichsen;
 - Em outras ferramentas computacionais disponíveis: Ansys, Abaqus, etc... ;
 - Com a inclusão de pré tensões na chapa e
 - Com a variação do tipo de integração no tempo: implícita ou explícita.

Referências

- ABSPOEL, M. et al. A new method for predicting advanced yield criteria input parameters from mechanical properties. *Journal of Materials Processing Tech.*, v. 248, p. 161–177, 2017. Citado 2 vezes nas páginas 13 e 24.
- ANAND, L.; ASLAN, O.; CHESTER, S. A. A large-deformation gradient theory for elastic–plastic materials: Strain softening and regularization of shear bands. *International Journal of Plasticity*, v. 30-31, p. 116–143, 2012. Citado 2 vezes nas páginas 13 e 14.
- ASPENBERG, D.; LARSSON, R.; NILSSON, L. An evaluation of the statistics of steel material model parameters. *Journal of Materials Processing Tech.*, v. 212, p. 1288–1297, 2012. Citado na página 22.
- BANABIC, D. *Sheet Metal Forming Processes : Constitutive modelling and numerical simulation*. New York: Springer-Verlag, 2010. Citado 7 vezes nas páginas 13, 14, 21, 22, 23, 30 e 34.
- BANDYOPADHYAY, K. et al. Limiting drawing ratio and deep drawing behavior of dual phase steeltailor welded blanks: Fe simulation and experimental validation. *Journal of Materials Processing Tech.*, v. 217, p. 48–64, 2015. Citado na página 65.
- BATHE, K.-J. *Finite Element Procedures*. New Jersey: Prentice-Hall, Inc., 1996. Citado na página 53.
- BILOTTA, A.; LEONETTI, L.; GARCEA, G. An algorithm for incremental elastoplastic analysis using equality constrained sequential quadratic programming. *Computers and Structures*, v. 102-103, p. 97–107, 2012. Citado na página 14.
- BONET, J.; WOOD, R. D. *Nonlinear Continuum Mechanics for Finite Element Analysis*. 2^a. ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2009. Citado na página 41.
- BURCHITZ, I. A.; MEINDERS, T. Adaptive through-thickness integration for accurate springback prediction. *Int. J. Numer. Meth. Engng*, v. 75, p. 533–554, 2008. Citado na página 14.
- CAPILLA, G.; HAMASAKI, H.; YOSHIDA, F. Determination of uniaxial large-strain workhardening of high-strength steel sheets from in-plane stretch-bending testing. *Journal of Materials Processing Tech.*, v. 243, p. 152–169, 2017. Citado na página 22.
- CHATTI, S.; HERMI, N. The effect of non-linear recovery on springback prediction. *Computers and Structures*, v. 89, p. 1367–1377, 2011. Citado na página 13.
- DAMETEW, A. W. *Sheet Metal Forming Analysis Using FEM: Prediction of Spring Back in Edge Bending Process Using FEM*. Germany: LAP LAMBERT, 2012. Citado na página 13.
- DHAIBAN, A. A.; SOLIMAN, M.-E. S.; EL-SEBAIE, M. Finite element modeling and experimental results of brass elliptic cups using a new deep drawing process through conical dies. *Journal of Materials Processing Tech.*, v. 214, p. 828–838, 2014. Citado na página 66.

DIETER, G. E. *Mechanical Metallurgy*. 3^a. ed. India: Mc Graw Hill, 2016. Citado 3 vezes nas páginas 13, 26 e 27.

DOWLING, N. E. *Mechanical Behavior of Materials*. 3^a. ed. New Jersey: Pearson Prentice Hall, 2007. Citado na página 39.

FRANKE, M.; HESCH, C.; BETSCH, P. An augmentation technique for large deformation frictional contact problems. *Int. J. Numer. Meth. Engng*, v. 94, p. 513–534, 2013. Citado na página 14.

GROOVER, M. P. *Fundamentos da Moderna Manufatura*. 5^a. ed. Rio de Janeiro: LTC - Livros Técnicos e Científicos Editora Ltda, 2017. Citado na página 28.

HANABUSA, Y.; TAKIZAWA, H.; KUWABARA, T. Numerical verification of a biaxial tensile test method using a cruciform specimen. *Journal of Materials Processing Tech.*, v. 213, p. 961–970, 2013. Citado na página 24.

HASSAN, H. ul et al. Springback prediction and reduction in deep drawing under influence of unloading modulus degradation. *Int J Mater Form*, v. 9, p. 619–633, 2016. Citado na página 34.

HORTON, P. M.; ALLWOOD, J. M. Yield improvement opportunities for manufacturing automotive sheet metal components. *Journal of Materials Processing Tech.*, v. 249, p. 78–88, 2017. Citado 2 vezes nas páginas 13 e 14.

H.WIEBENGA, J.; BOOGAARD, A. H. van den. On the effect of numerical noise in approximate optimization of forming processes using numerical simulations. *Int J Mater Form*, v. 7, p. 317–335, 2014. Citado na página 13.

JOHNSON, W.; MELLOR, P. B. *Engineering Plasticity*. Berkshire: Van Nostrand Reinhold, 1980. Citado na página 18.

KACHANOV, L. M. *Fundamentals of the Theory of Plasticity*. Mineola: Dover Publications, Inc., 2004. Citado 2 vezes nas páginas 16 e 17.

LEE, J. et al. Extension of quasi-plastic–elastic approach to incorporate complex plastic flow behavior – application to springback of advanced high-strength steels. *International Journal of Plasticity*, v. 45, p. 140–159, 2013. Citado na página 34.

LEE, J.-Y.; BARLAT, F.; LEE, M.-G. Constitutive and friction modeling for accurate springback analysis of advanced high strength steel sheets. *International Journal of Plasticity*, v. 71, p. 113–135, 2015. Citado na página 14.

LEOTOING, L. et al. Cruciform shape benefits for experimental and numerical evaluation of sheet metal formability. *Journal of Materials Processing Tech.*, v. 213, p. 856–863, 2013. Citado na página 24.

MERKLEIN, M. et al. A review on tailored blanks—production, applications and evaluation. *Journal of Materials Processing Tech.*, v. 214, p. 151–164, 2014. Citado na página 28.

PACHECO, M. et al. Numerical simulation and experimental validation of a multi-step deep drawing process. *Int J Mater Form*, v. 10, p. 15–27, 2017. Citado 2 vezes nas páginas 27 e 28.

PARK, D.-W.; OH, S.-I. A four-node shell element with enhanced bending performance for springback analysis. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, v. 193, p. 2105–2138, 2004. Citado na página 14.

REDDY, J. N. *An Introduction to the Finite Element Method*. 3^a. ed. New York: McGraw Hill, 2006. Citado na página 55.

REDDY, J. N. *An Introduction to continuum Mechanics : with applications*. New York: Cambridge University Press, 2008. Citado 2 vezes nas páginas 42 e 50.

SCHWARZE, M.; VLADIMIROV, I. N.; REESE, S. Sheet metal forming and springback simulation by means of a new reduced integration solid-shell finite element technology. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, v. 200, p. 454–476, 2011. Citado na página 14.

SMITH, A. et al. Effective method for fitting complex constitutive equations. *International Journal of Plasticity*, v. 58, p. 100–119, 2014. Citado 3 vezes nas páginas 13, 14 e 16.

SORIANO, H. L. *Método de Elementos Finitos em Análise de Estruturas*. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 2003. Citado na página 54.

SOUTO, N.; ANDRADE-CAMPOS, A.; THUILLIER, S. Material parameter identification within an integrated methodology considering anisotropy, hardening and rupture. *Journal of Materials Processing Tech.*, v. 220, p. 157–172, 2015. Citado na página 14.

SUMIKAWA, S. et al. Improvement of springback prediction accuracy using material model considering elastoplastic anisotropy and baushinger effect. *Journal of Materials Processing Tech.*, v. 230, p. 1–7, 2016. Citado 2 vezes nas páginas 13 e 14.

SUSSMAN, T.; BATHE, K.-J. 3d-shell elements for structures in large strains. *Computers and Structures*, v. 122, p. 2–12, 2013. Citado na página 14.

WALI, M. et al. A simple integration algorithm for a non-associated anisotropic plasticity model for sheet metal forming. *Int. J. Numer. Meth. Engng*, v. 107, p. 183–204, 2016. Citado na página 14.

WRIGGERS, P. *Nonlinear Finite Element Methods*. Berlin: Springer-Verlag, 2008. Citado 2 vezes nas páginas 16 e 59.

YOSHIDA, F.; HAMASAKI, H.; UEMORI, T. A user-friendly 3d yield function to describe anisotropy of steel sheets. *International Journal of Plasticity*, v. 45, p. 119–139, 2013. Citado 3 vezes nas páginas 13, 14 e 20.

YOSHIDA, F.; HAMASAKI, H.; UEMORI, T. Modeling of anisotropic hardening of sheet metals including description of the baushinger effect. *International Journal of Plasticity*, v. 75, p. 170–188, 2015. Citado na página 14.